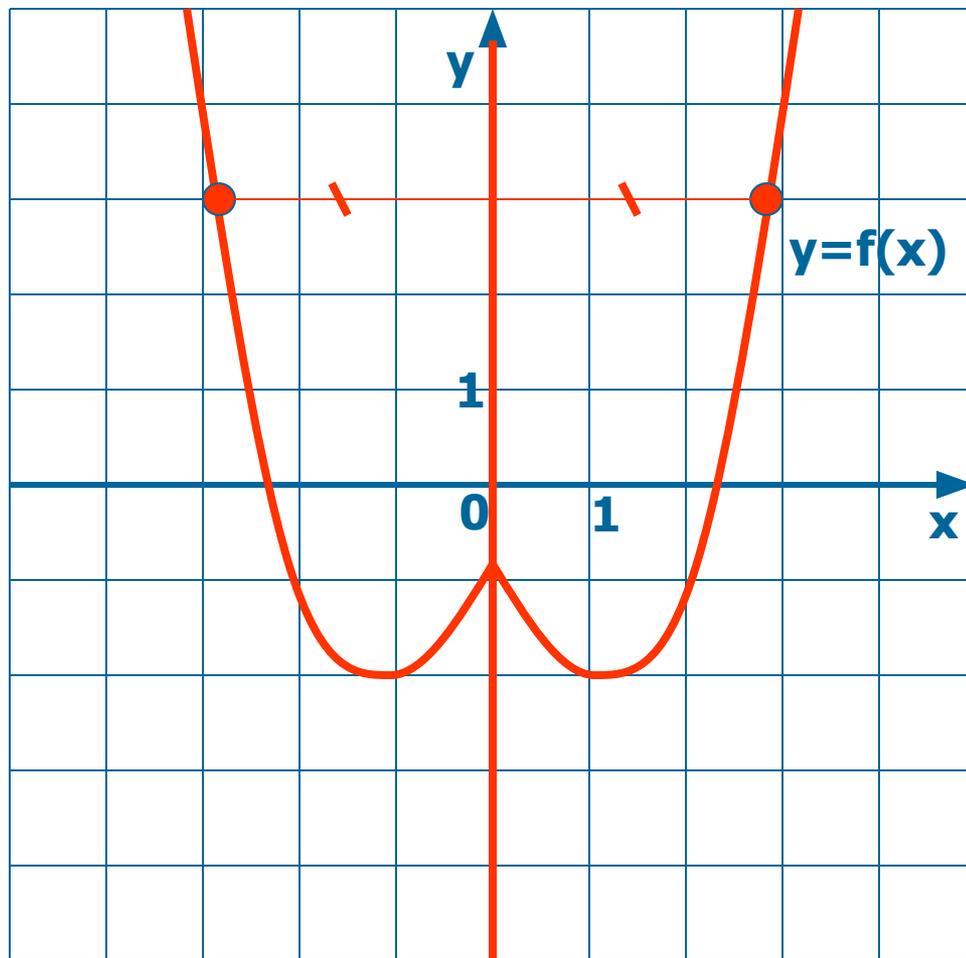
The background features several large, stylized, overlapping swirls in shades of purple, green, and blue. Interspersed among these swirls are numerous small, yellow, triangular shapes that resemble sun rays or confetti, scattered across the white background.

# **Четные и нечетные функции Периодичность функций**

# Четная функция

Функция  $y=f(x)$  называется **четной**, если  $f(-x) = f(x)$  для любого  $x$  из области определения функции

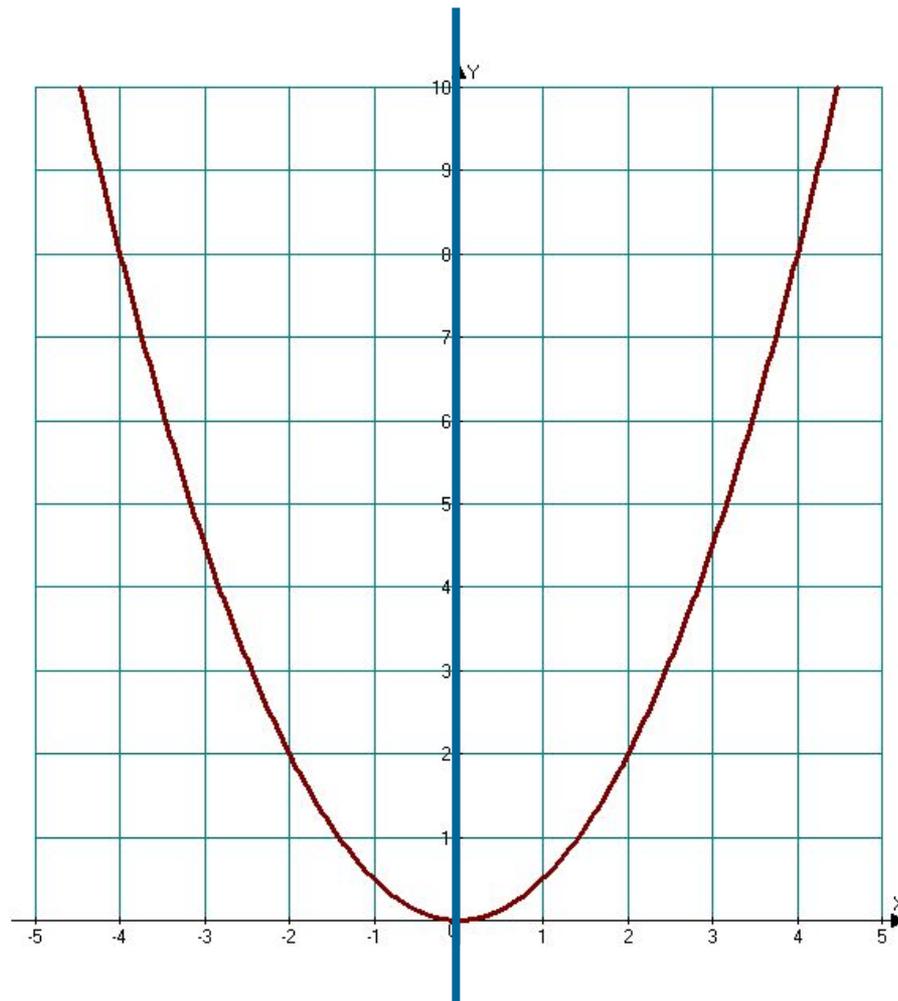
График четной функции симметричен относительно оси  $OY$



# Примеры четных функций

$$y(x) = \frac{1}{2} x^2$$

График данной функции симметричен относительно оси Oy



# Примеры четных функций

$$y(x) = 0,25x^4 - 3x^2$$

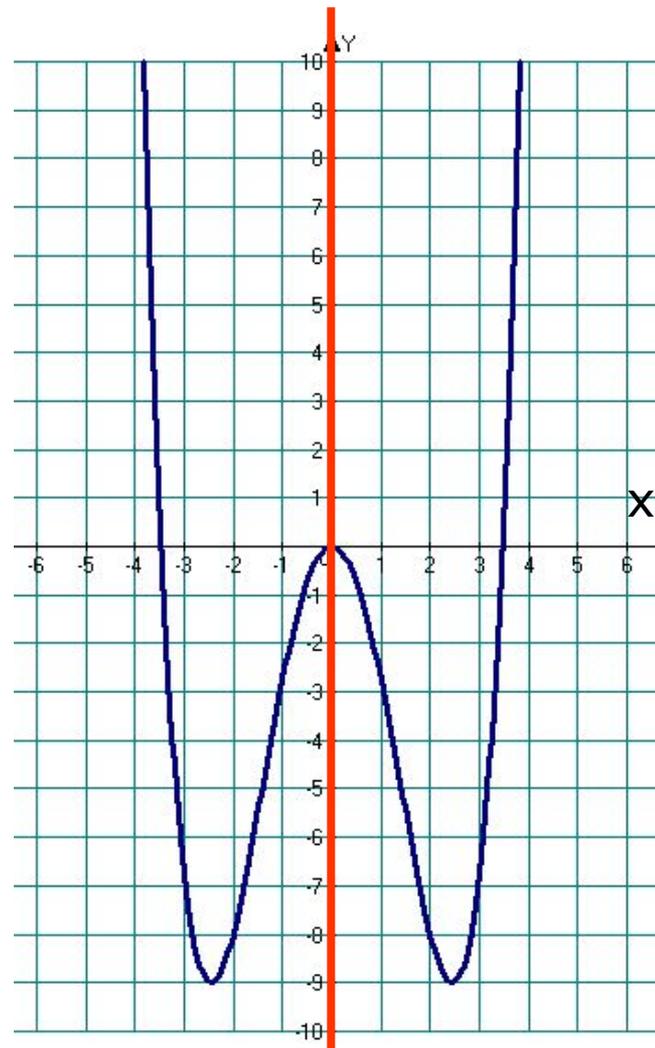
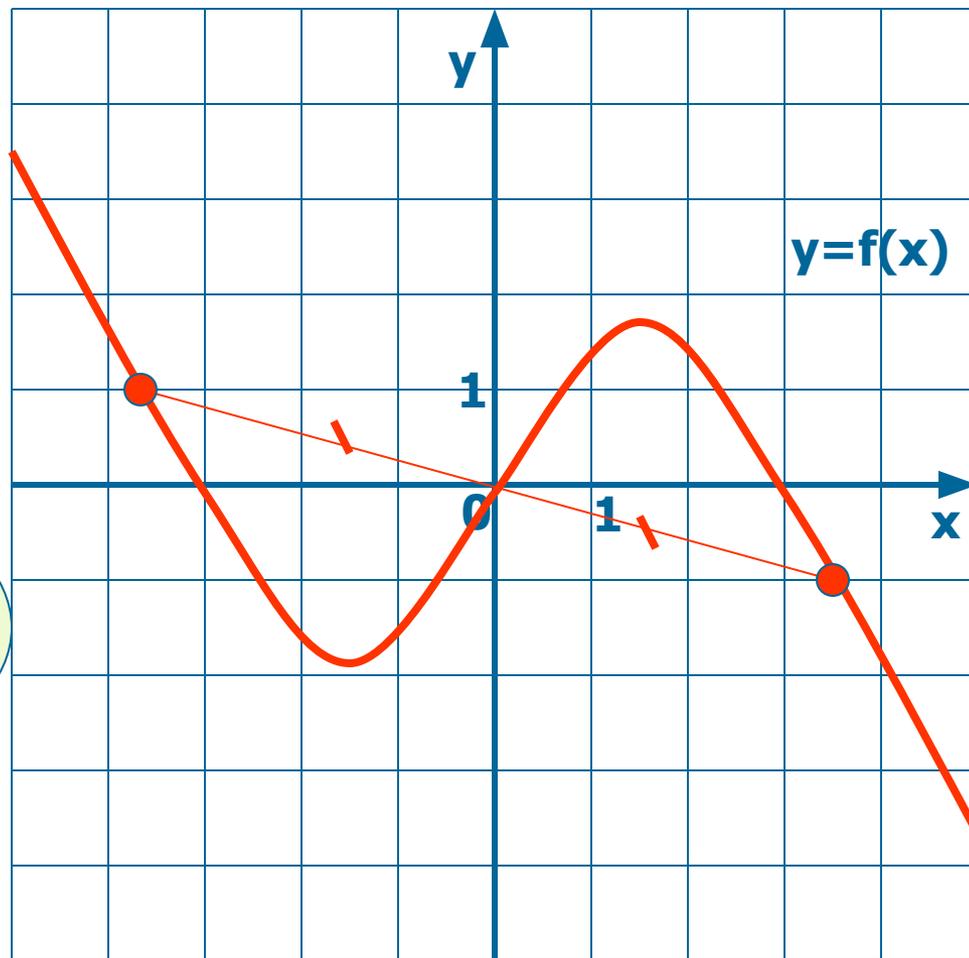


График данной функции симметричен относительно оси Oy

# Нечетная функция

Функция  $y=f(x)$  называется **нечетной**, если  $f(-x) = -f(x)$  для любого  $x$  из области определения функции

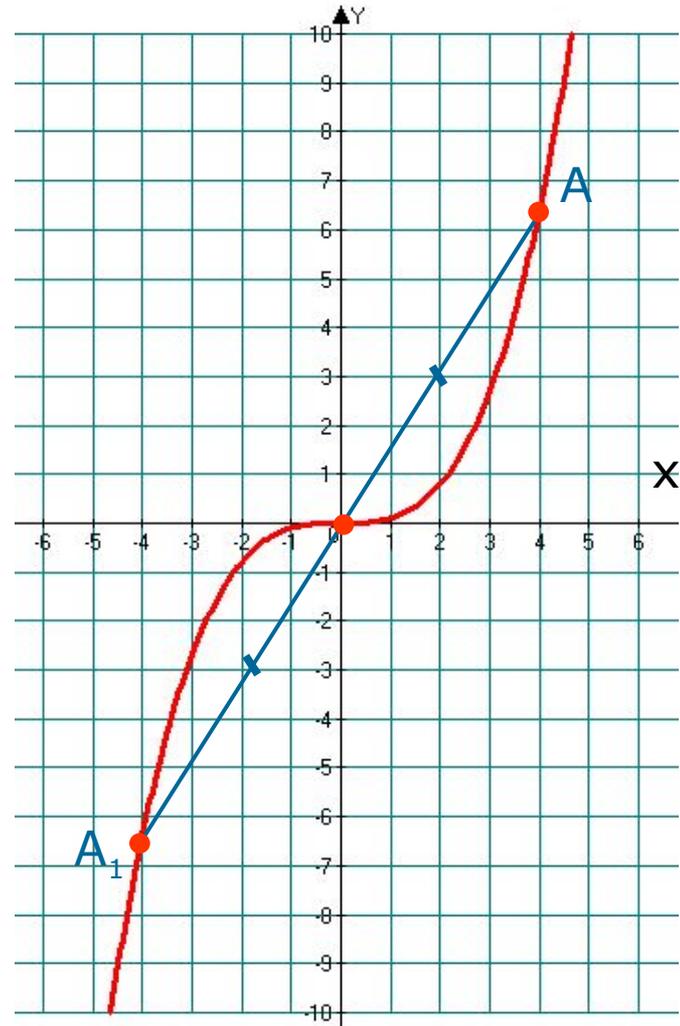
График нечетной функции симметричен относительно начала координат  $O(0;0)$



# Примеры нечетных функций

$$y(x) = \frac{1}{10} x^3$$

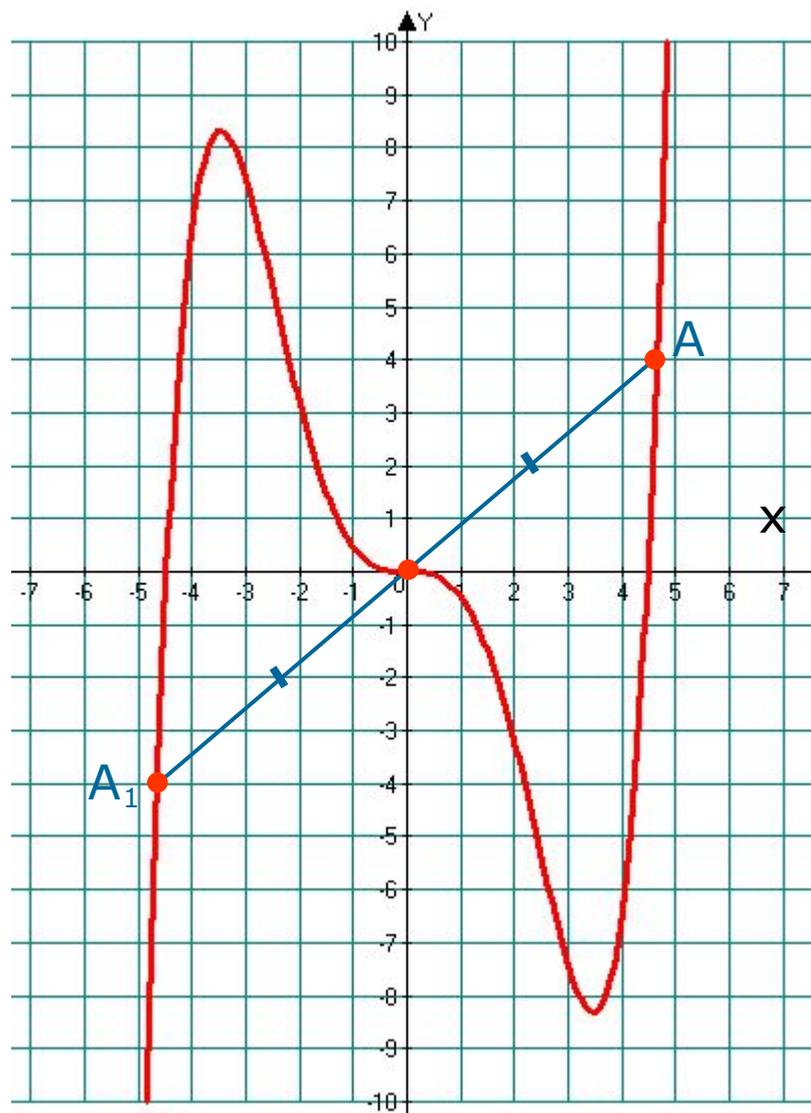
График данной функции симметричен относительно начала координат



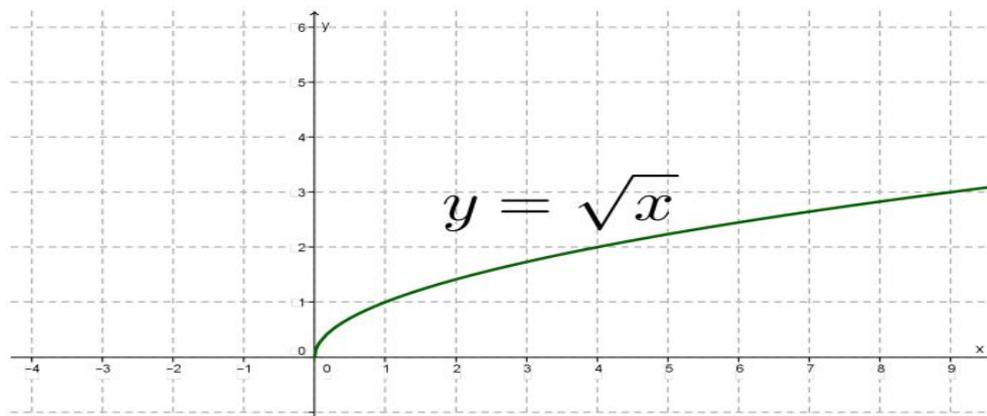
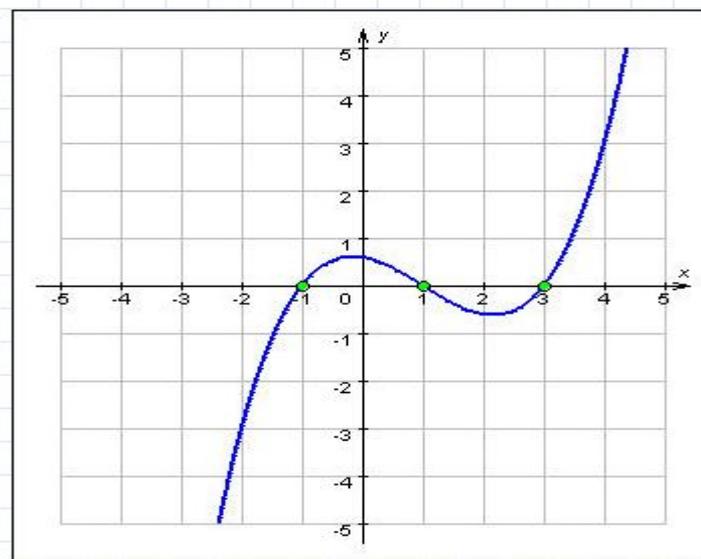
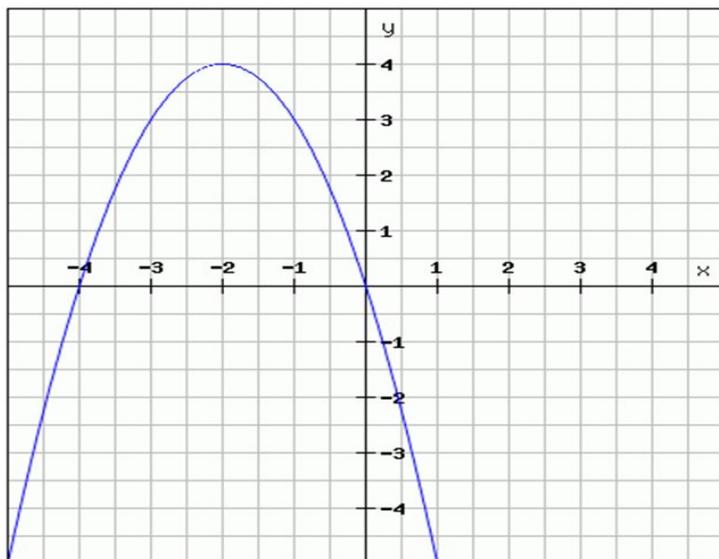
# Примеры нечетных функций

$$y(x) = \frac{1}{40}x^5 - \frac{1}{2}x$$

График данной функции симметричен относительно начала координат



Не всякая функция является четной или нечетной.  
Функции общего вида являются ни четными, ни нечетными.



## Обратите внимание!!!!

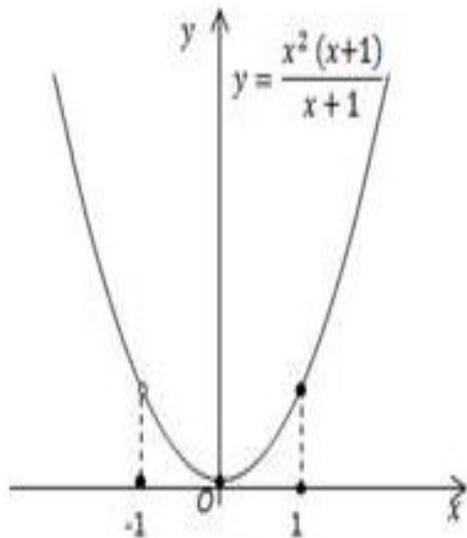


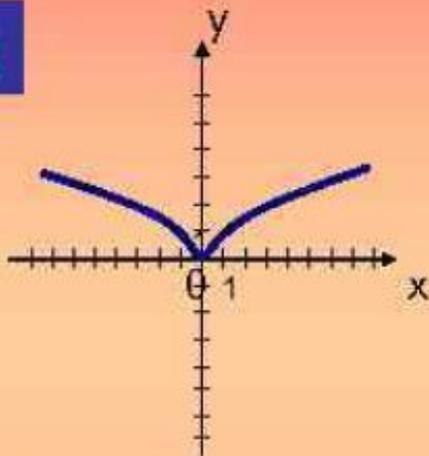
Рис.4

В точке  $(-1; 0)$  функция не существует, а в точке  $(1; 0)$  – существует. Область определения несимметрична относительно нуля, значит  $y = \frac{x^2}{x+1}$  – функция общего вида.

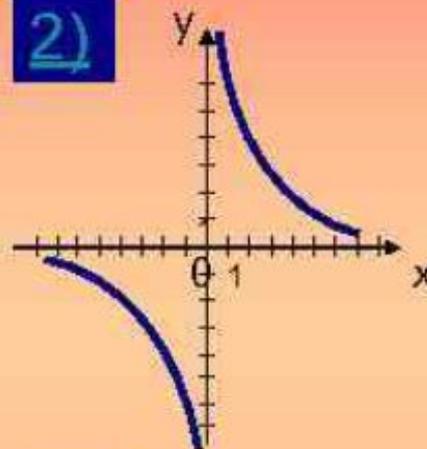
# Потренируйся!!!!

Задание 1: Укажите рисунок, на котором изображен график **четной** функции.

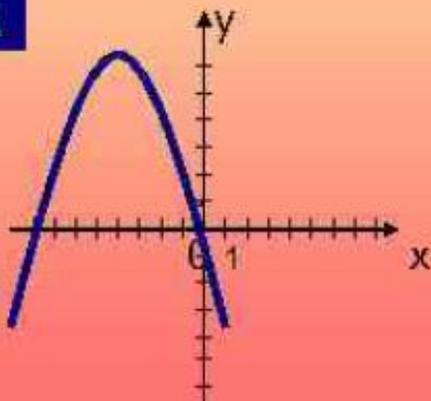
1)



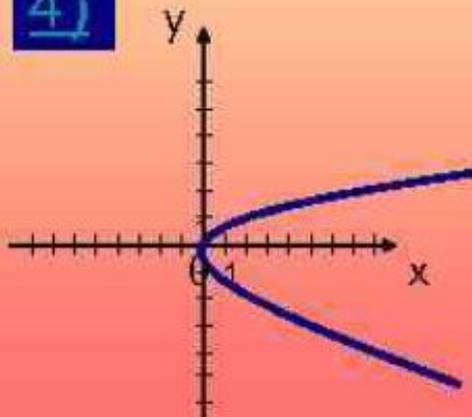
2)



3)



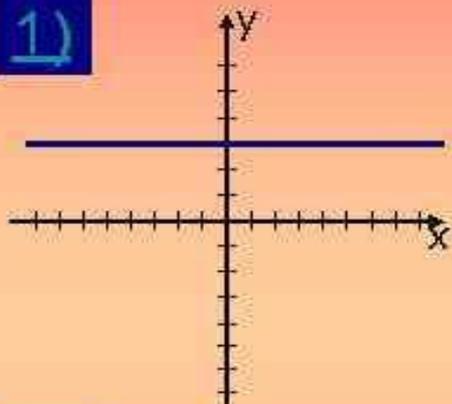
4)



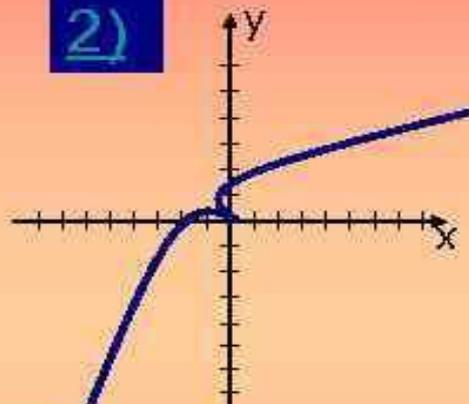
# Потренируйся!!!!

Задание 2: Укажите рисунок, на котором изображен график **нечетной** функции.

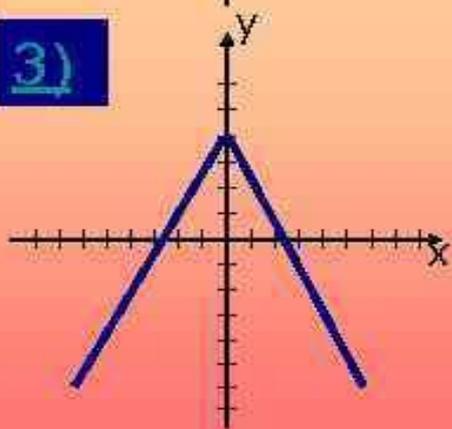
1)



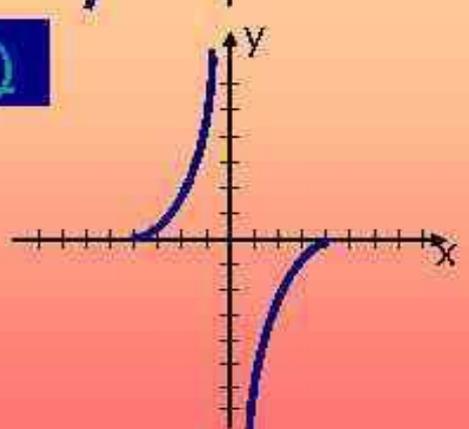
2)



3)

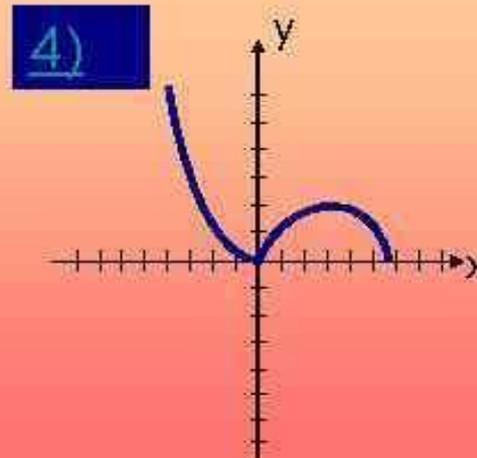
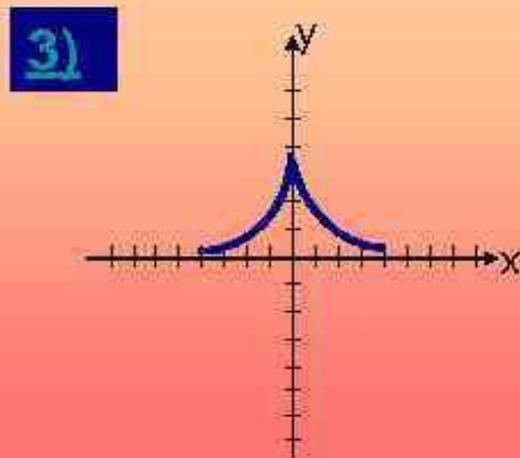
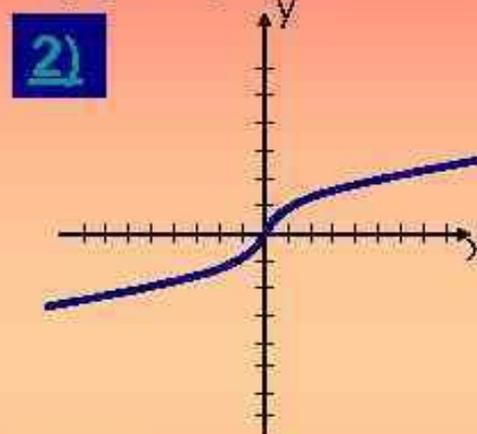
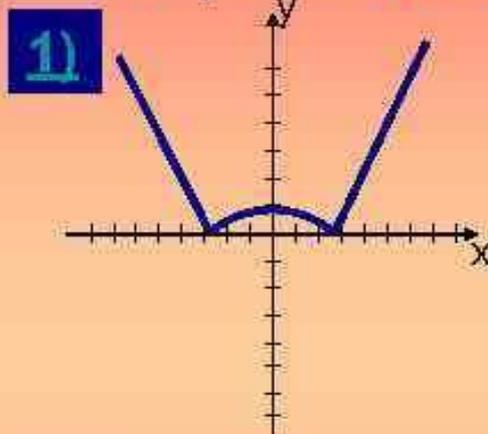


4)



# Потренируйся!!!!

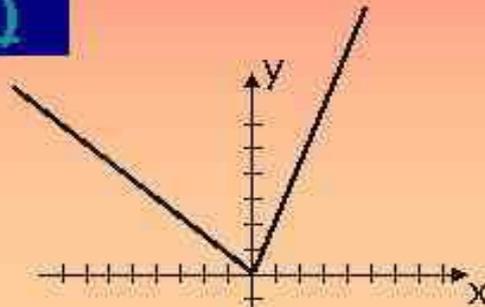
Задание 3: Укажите рисунок, на котором изображен график нечетной функции.



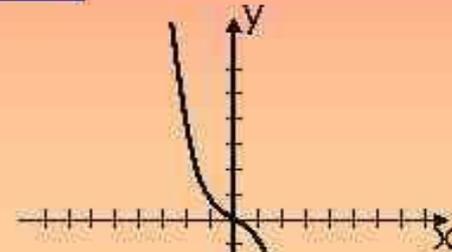
# Потренируйся!!!!

Задание 4: Укажите рисунок, на котором изображен график **четной** функции.

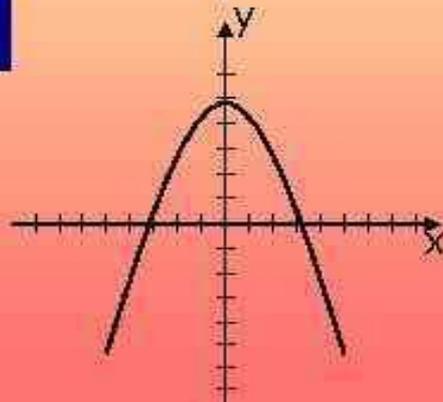
1)



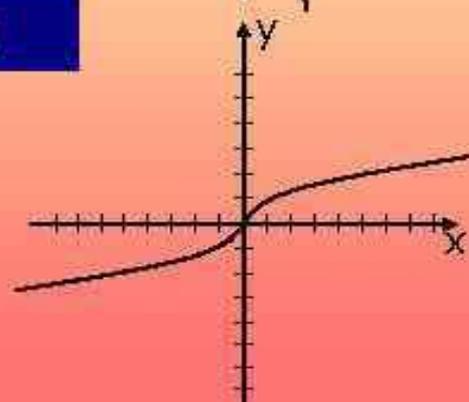
2)



3)



4)



## Практический материал

1. Исследуйте функцию на четность (нечетность):

а)  $y = x^4$ ;

б)  $y = x^7 + 2x^3$ ;

в)  $y = x + \frac{1}{x}$ ;

г)  $y = x^2 - x + 3$ .

2. Ломанная ABC, где A(5; 1), B(3; 5), C(0; 0), - часть графика некоторой функции f. Область определения этой функции – числовой промежуток [- 5; 5]. Постройте ее график, зная, что:

а) f – нечетная функция;

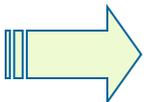
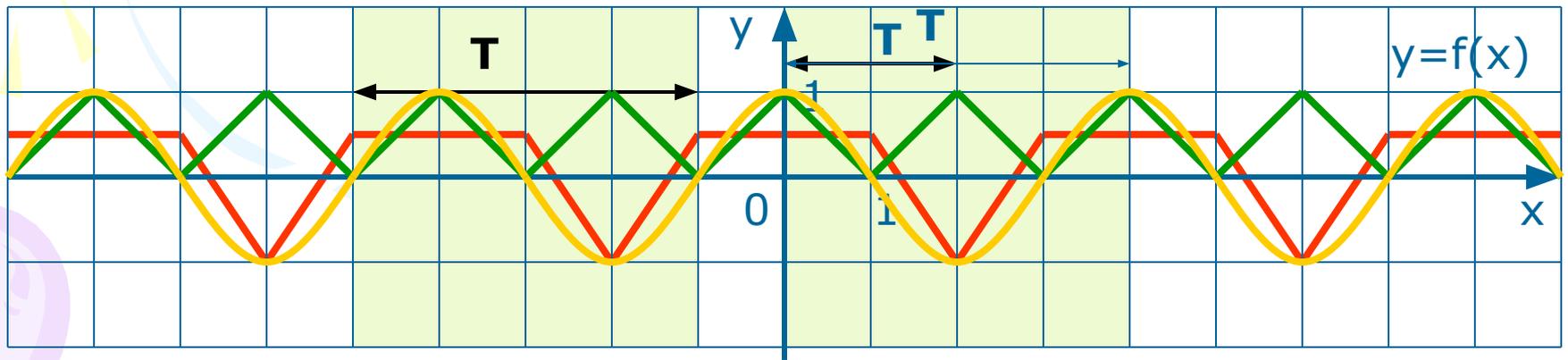
б) f – четная функция.

(ориентируемся на симметричность графиков четных и нечетных функций)

# Периодические функции

Функция называется **периодической**, если существует такое число  $T \neq 0$ , что для любого  $x$  из области определения этой функции выполняется равенство  $f(x-T) = f(x) = f(x+T)$

Графики периодических функций:



У периодической функции бесконечно много периодов.

Если  $T$  период, то и  $2T$  и  $3T$  и  $10T$  тоже периоды.

Вообще любое число вида:  $kT$ , где  $k$ - целое число.

Наименьший положительный период называется **основным периодом**.

$$\sin(x+2\pi k)=\sin x, k \in \mathbb{Z} \quad \cos(x+2\pi k)=\cos x, k \in \mathbb{Z}$$

$y=\sin x, y=\cos x$  — периодические функции с

наименьшим положительным периодом  $2\pi$

$$\operatorname{tg}(x+\pi k)=\operatorname{tg} x, k \in \mathbb{Z} \quad \operatorname{ctg}(x+\pi k)=\operatorname{ctg} x, k \in \mathbb{Z}$$

$y = \operatorname{tg} x, y = \operatorname{ctg} x$  — периодические функции с

наименьшим положительным периодом  $\pi$

Найдем основной период функции  $y = \sin 7x$

**Решение:**

Пусть  $T$  основной период нашей функции, тогда  
 $\sin 7x = \sin(7(x+T)) = \sin(7x+7T)$ .

Мы знаем что  $2\pi k$  период синуса, найдем решение нашей задачи:

$$\sin(7x+7T) = \sin(7x+ 2\pi k)$$

$$7t = 2\pi k$$

$$t = 2\pi k/7$$

Ответ:  $T = 2\pi k/7$

# СВОЙСТВО

## Практический материал

1. Исследуйте функцию на четность (нечетность):

а)  $y = x^4$ ;

б)  $y = x^7 + 2x^3$ ;

в)  $y = x + \frac{1}{x}$ ;

г)  $y = x^2 - x + 3$ .

2. Ломанная ABC, где A(5; 1), B(3; 5), C(0; 0), - часть графика некоторой функции f. Область определения этой функции – числовой промежуток [- 5; 5]. Постройте ее график, зная, что:

а) f – нечетная функция;

б) f – четная функция.

(ориентируемся на симметричность графиков четных и

# Найдем наименьший положительный период функций

## Практический материал

1. Исследуйте функцию на четность (нечетность):

а)  $y = x^4$ ;

б)  $y = x^7 + 2x^3$ ;

в)  $y = x + \frac{1}{x}$ ;

г)  $y = x^2 - x + 3$ .

2. Ломанная ABC, где A(5; 1), B(3; 5), C(0; 0), - часть графика некоторой функции f. Область определения этой функции - числовой промежуток [- 5; 5]. Постройте ее график, зная, что:

а) f - нечетная функция;

б) f - четная функция.

(ориентируемся на симметричность графиков четных и нечетных функций)

## Практический материал

1. Исследуйте функцию на четность (нечетность):

а)  $y = x^4$ ;

б)  $y = x^7 + 2x^3$ ;

в)  $y = x + \frac{1}{x}$ ;

г)  $y = x^2 - x + 3$ .

2. Ломанная ABC, где A(5; 1), B(3; 5), C(0; 0), - часть графика некоторой функции f. Область определения этой функции - числовой промежуток [- 5; 5]. Постройте ее график, зная, что:

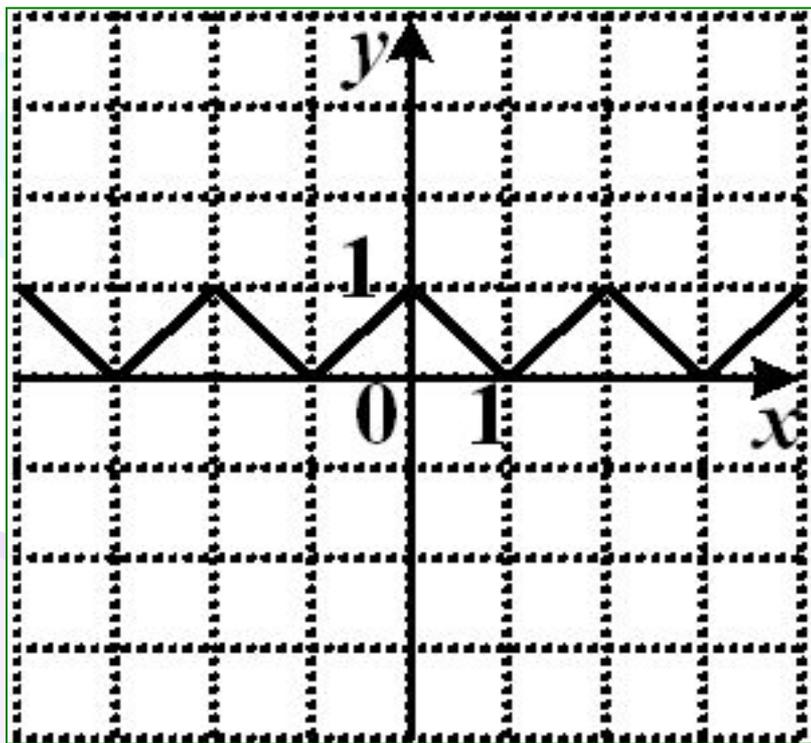
а) f - нечетная функция;

б) f - четная функция.

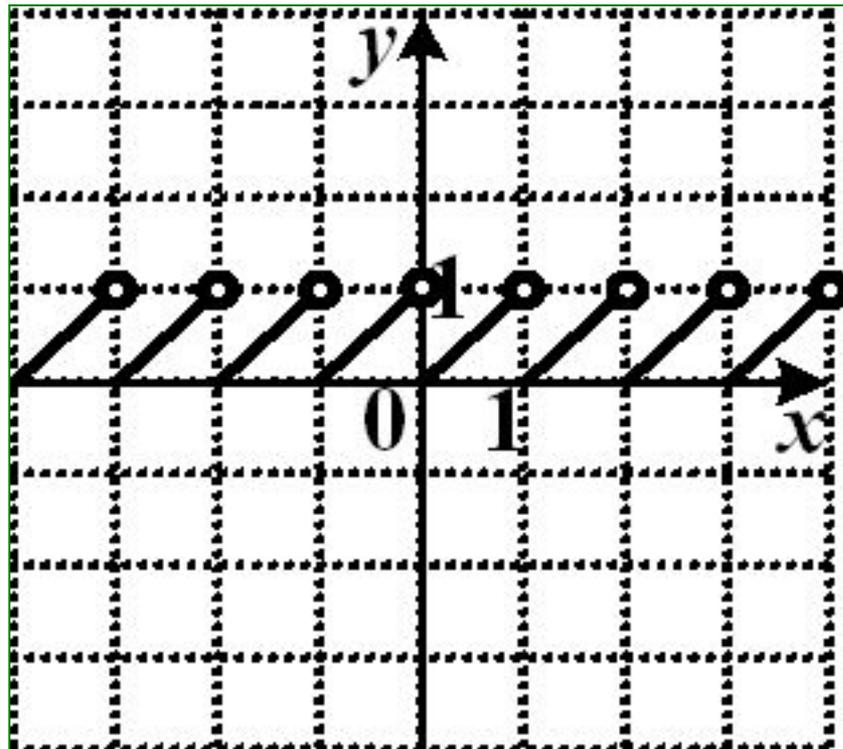
(ориентируемся на симметричность графиков четных и нечетных функций)

График периодической функции состоит из повторяющихся одинаковых кусков, каждый из которых получается из другого параллельным переносом **вправо** или **влево** на  $T$  единиц.

$$T = 2$$



$$T = 1$$





# Практический материал

Учебник Колмогорова, стр. 38

№63; №64