



Основное свойство дроби

Урок 1-2

07.10.2013

Преподаватель математики Каримова С.Р.

Устно

Формулы сокращенного умножения:

- 1) квадрат суммы двух выражений;
- 2) квадрат разности двух выражений;
- 3) разность квадратов двух выражений;
- 4) сумма кубов двух выражений;
- 5) разность кубов двух выражений;
- 6) куб суммы двух выражений;
- 7) куб разности двух выражений.

1. Что значит сократить дробь?

– Сократим дробь $\frac{12}{18}$. Для этого разделим числитель и знаменатель на их общий множитель.

$$\frac{12}{18} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 6} = \frac{2}{3}$$

– Сократите дроби: $\frac{15}{35}$, $\frac{14}{18}$, $\frac{9}{21}$

2. Как привести дробь к новому знаменателю?

– Приведём дробь $\frac{3}{7}$ к знаменателю 28. Для этого умножим числитель и знаменатель дроби $\frac{3}{7}$ на 4:

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 4}{7 \cdot 4} = \frac{12}{28}$$

– Приведите дроби $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$ к знаменателю 60.

3. Каким свойством мы воспользовались при сокращении дробей и приведении дробей к новому знаменателю? Сформулируйте **основное свойство дроби**.



ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ДРОБИ

$$\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}, \quad b \neq 0, \quad c \neq 0$$

Если числитель и знаменатель рациональной дроби умножить на один и тот же ненулевой многочлен, то получится равная ей дробь.

два типа заданий, при выполнении которых применяется **основное свойство дроби**:

- приведение дробей к новому знаменателю;
- сокращение дробей.

Примеры

Пример 1. Приведем дробь $\frac{2x}{7y}$ к знаменателю $35y^3$.

► Так как $35y^3 = 7y \cdot 5y^2$, то, умножив числитель и знаменатель дроби $\frac{2x}{7y}$ на $5y^2$, получим:

$$\frac{2x}{7y} = \frac{2x \cdot 5y^2}{7y \cdot 5y^2} = \frac{10xy^2}{35y^3}. \triangleleft$$

Множитель $5y^2$ называют дополнительным множителем к числителю и знаменателю дроби $\frac{2x}{7y}$.

2) $\frac{2x^2y^3}{8xy}$ (сократить дробь).

Упражнения

1. Умножьте числитель и знаменатель дроби на указанное число.

а) $\frac{2a}{3b}$ на 5; б)

на 2; в) $\frac{2a+c}{5c}$

на 6. $\frac{\frac{2}{3}x + \frac{1}{6}y}{x}$



Упражнения

2. Разделите числитель и знаменатель дроби на

указанное число:

а) $\frac{4a}{6b}$ на 2; б)

на 3; в) $\frac{3a + 6b}{9c}$

на 5. $\frac{10x}{5 + 20y}$

Упражнения

3. Заполните пустые места так, чтобы равенство было верным:

$$1) \frac{3a}{b^2} = \frac{\quad}{b^3}; \quad 2) \frac{b^2}{3a} = \frac{b^4}{\quad}; \quad 3) \frac{5c}{ab} = \frac{\quad}{3a^3b^2}$$

$$4) \frac{ab}{5c} = \frac{a^2b^4}{\quad}; \quad 5) \frac{a^3n^2}{5a^6n} = \frac{n}{\quad}; \quad 6) \frac{6c^2d^3}{8c^5d^2} = \frac{3d}{\quad}$$

Упражнения

4. № 23, № 25(а, в, д), № 26, № 28 (а, б).

5. № 47.

а) Общий множитель x ; $\frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}$. б) Общий множитель 5 ; $\frac{15x}{25y} = \frac{3x}{5y}$

в) Общий множитель $6a$; $\frac{6a}{24a} = \frac{1}{4}$. г) Общий множитель $7b$; $\frac{7ab}{21bc} = \frac{a}{3c}$

д) Общий множитель xy ; $\frac{-2xy}{5x^2y} = -\frac{2}{5x}$

е) Общий множитель $8xy$; $\frac{8x^2y^2}{24xy} = \frac{xy}{3}$

№ 25(а, в, д)

Решение

$$\text{а) } \frac{4a^2b^3}{2a^4b^2} = \frac{2b}{a^2};$$

$$\text{в) } \frac{24p^4q^4}{48p^2q^2} = \frac{p^2q^2}{2}$$

$$\text{д) } \frac{-32b^5c}{12b^4c^2} = \frac{-8b}{3c} = -\frac{8b}{3c}$$

№ 26

$$\text{а) } \frac{4a^2}{6ac} = \frac{2a}{3c}$$

$$\text{в) } \frac{56m^2n^5}{35mn^5} = \frac{8m}{5} = 1\frac{3}{5}m;$$

$$\text{б) } \frac{7x^2y}{21xy^2} = \frac{x}{3y},$$

$$\text{г) } \frac{25p^4q}{100p^5q} = \frac{1}{4p}.$$

№ 28 (а, б). Р е ш е н и е

$$\text{а) } \frac{a(b-2)}{5(b-2)} = \frac{a}{5}; \quad \text{б) } \frac{3(x+4)}{c(x+4)} = \frac{3}{c}$$

№ 47.

$$\text{а) } \frac{5b}{8a^3} = \frac{5b \cdot 3b^2}{8a^3 \cdot 3b^2} = \frac{15b^3}{24a^3b^2};$$

$$\text{б) } \frac{7a}{3b^2} = \frac{7a \cdot 8a^3}{3b^2 \cdot 8a^3} = \frac{56a^4}{24a^3b^2}$$

$$\text{в) } \frac{1}{2ab} = \frac{12a^2b}{2ab \cdot 12a^2b} = \frac{12a^2b}{24a^3b^2};$$

$$\text{г) } \frac{2}{a^2b^2} = \frac{2 \cdot 24a}{a^2b^2 \cdot 24a} = \frac{48a}{24a^3b^2}.$$

Сокращение дробей

Устно

– Сократите дробь:

$$\begin{array}{l} \text{а) } \frac{2}{6} \quad ; \quad \text{б) } \frac{6}{21} \quad ; \quad \text{в) } \frac{10}{45} \quad ; \quad \text{г) } \frac{7}{28} \\ \text{д) } \frac{6}{20} \quad ; \quad \text{е) } \frac{13}{39} \quad ; \quad \text{ж) } \frac{24}{56} \quad ; \quad \text{з) } \frac{27}{72} \end{array}$$

Способы разложения многочлена на множители:

1) Вынесение общего множителя за скобки:

$$10x^2 - 25x^3 = 5x^2(2 - 5x)$$

2) Способ группировки:

$$\begin{aligned} ax^2 + bx^2 + ax + bx &= x^2(a + b) + x(a + b) = \\ &= (a + b)(x^2 + x) \end{aligned}$$

3) Применение формул сокращенного умножения:

$$\begin{aligned} x^2 + 6x + 9 + x^2 + 3x &= (x + 3)^2 + x(x + 3) = \\ &= (x + 3)(\mathbf{x + 3}) + x(\mathbf{x + 3}) = (\mathbf{x + 3})(x + x + 3) \\ &= (\mathbf{x + 3})(2x + 3) \end{aligned}$$

Задания и вопросы:

Разложите на множители многочлен:

а) $x^2y - 2x$; д) $x^2 + 6x + 9$;

б) $3a^2b - 9ab^2$; е) $a^2 - 10a + 25$;

в) $m^2 - 4n$; ж) $ax + bx + ay + by$.

г) $a^3 - a$; з) $ab - b + 3a - 3$.

Пример 3. Сократим дробь $\frac{a^2 - 9}{ab + 3b}$.

► Разложим числитель и знаменатель дроби на множители:

$$\frac{a^2 - 9}{ab + 3b} = \frac{(a + 3)(a - 3)}{b(a + 3)}$$

Сократим полученную дробь на общий множитель $a + 3$:

$$\frac{(a + 3)(a - 3)}{b(a + 3)} = \frac{a - 3}{b}$$

Итак,

$$\frac{a^2 - 9}{ab + 3b} = \frac{a - 3}{b} \triangleleft$$

В Ы В О Д: чтобы сократить рациональную дробь, нужно сначала разложить на множители её числитель и знаменатель.

Упражнения

1. № 29, № 30 (а, в, д), № 32 (а, в).

2. № 31(а, б), № 34.

3. № 35 (а, в).

4. № 36 (а)*.

$$\text{а) } \frac{3a+12b}{6ab} = \frac{3(a+4b)}{6ab} = \frac{a+4b}{2ab}; \quad \text{б) } \frac{15b-20c}{10b} = \frac{5(3b-4c)}{10b} = \frac{3b-4c}{2b}$$

$$\text{в) } \frac{2a-4}{3(a-2)} = \frac{2(a-2)}{3(a-2)} = \frac{2}{3}; \quad \text{г) } \frac{5x(y+2)}{6y+12} = \frac{5x(y+2)}{6(y+2)} = \frac{5x}{6},$$

$$\text{д) } \frac{a-3b}{a^2-3ab} = \frac{a-3b}{a(a-3b)} = \frac{1}{a}; \quad \text{е) } \frac{3x^2+15xy}{x+5y} = \frac{3x(x+5y)}{x+5y} = 3x.$$

Решение

№ 30 (а, в, д)

$$\text{а) } \frac{y^2 - 16}{3y + 12} = \frac{(y - 4)(y + 4)}{3(y + 4)} = \frac{y - 4}{3};$$

$$\text{в) } \frac{(c + 2)^2}{7c^2 + 14c} = \frac{(c + 2)^2}{7c(c + 2)} = \frac{c + 2}{7c},$$

$$\text{д) } \frac{a^2 + 10a + 25}{a^2 - 25} = \frac{(a + 5)^2}{(a - 5)(a + 5)} = \frac{a + 5}{a - 5};$$

Решение

№ 32 (а, в)

$$\text{а) } \frac{15a^2 - 10ab}{3ab - 2b^2} = \frac{5a(3a - 2b)}{b(3a - 2b)} = \frac{5a}{b} = \frac{5(-2)}{-0,1} = \frac{-10}{-0,1} = 100;$$

$$\text{в) } \frac{6x^2 + 12xy}{5xy + 10y^2} = \frac{6x(x + 2y)}{5y(x + 2y)} = \frac{6x}{5y} = \frac{6 \frac{2}{3}}{5(-0,4)} = \frac{4}{-2} = -2$$

Решение

№ 31 (а, б)

$$\text{а) } \frac{a^2 - ab + b^2}{a^3 + b^3} = \frac{a^2 - ab + b^2}{(a+b)(a^2 - ab + b^2)} = \frac{1}{a+b};$$

$$\text{б) } \frac{a^3 - b^3}{a - b} = \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{a - b} = a^2 + ab + b^2$$

Решение

№ 34

$$\text{а) } (9x^2 - y^2) : (3x + y) = \frac{(9x^2 - y^2)}{(3x + y)} = \frac{(3x - y)(3x + y)}{(3x + y)} = 3x - y;$$

$$\text{б) } (2ab - a) : (4b^2 - 4b + 1) = \frac{2ab - a}{4b^2 - 4b + 1} = \frac{a(2b - 1)}{(2b - 1)^2} = \frac{a}{2b - 1}$$

$$\text{в) } (x^2 + 2x + 4) : (x^3 - 8) = \frac{x^2 + 2x + 4}{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)} = \frac{1}{x - 2};$$

$$\text{г) } (1 + a^3) : (1 + a) = \frac{1 + a^3}{1 + a} = \frac{(1 + a)(1 - a + a^2)}{(1 + a)} = 1 - a + a^2$$

Решение

№ 35 (а, в)

$$\text{а) } \frac{2x + bx - 2y - by}{7x - 7y} = \frac{2(x - y) + b(x - y)}{7(x - y)} = \frac{(x - y)(2 + b)}{7(x - y)} = \frac{2 + b}{7}$$

$$\text{в) } \frac{xy - x + y - y^2}{x^2 - y^2} = \frac{x(y - 1) - y(y - 1)}{(x - y)(x + y)} = \frac{(y - 1)(x - y)}{(x - y)(x + y)} = \frac{y - 1}{x + y}$$

Решение

№ 36 (а)*.

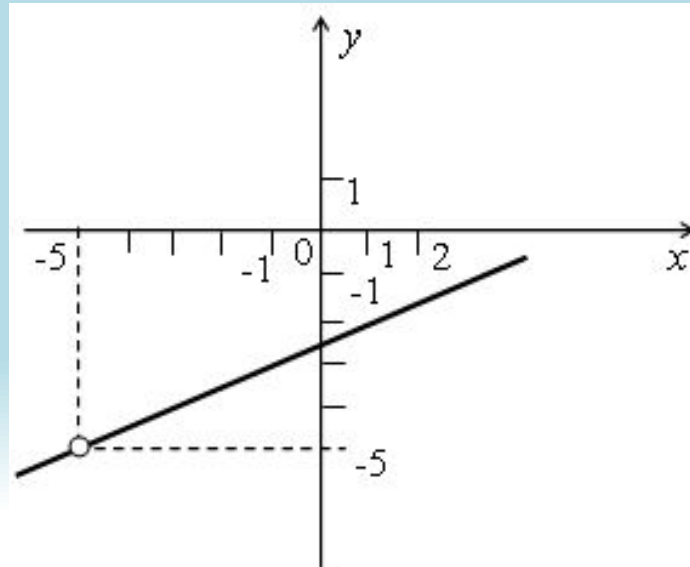
Областью определения этой функции является множество всех чисел, кроме $x = -5$. Сократим дробь, задающую

$$\text{функцию: } \frac{x^2 - 25}{2x + 10} = \frac{(x - 5)(x + 5)}{2(x + 5)} = \frac{x - 5}{2}$$

Графиком функции $y = \frac{x - 5}{2}$ является прямая, а графиком

функции $y = \frac{x^2 - 25}{2x + 10}$ — та же прямая, но с «выколотой»

точкой $(-5; -5)$.



Тождеством называется равенство, верное при всех допустимых значениях входящих в него переменных.

Если изменить знак числителя (или знак знаменателя) дроби и знак перед дробью, то получим выражение, тождественно равное данному.

Самостоятельная работа

Вариант 1

1. В чём состоит основное свойство дроби?
2. Что нужно сделать, чтобы сократить рациональную дробь?
3. **Формулы:** квадрат разности двух выражений;
сумма кубов двух выражений.

Сократить дробь:

4. $\frac{15a}{25b}$

5. $\frac{15a + 15c}{25b}$

Вариант 2

1. Когда применяется основное свойство дроби?
2. Что нужно сделать, чтобы сократить рациональную дробь?
3. **Формулы:** разность квадратов двух выражений;
куб суммы двух выражений.

Сократить дробь:

4. $\frac{a^5 \cdot a^3}{a^{10}}$

5. $\frac{5a - 5b}{10c}$

В о п р о с ы:

- В чём состоит основное свойство рациональной дроби?
- Что такое тождество?
- Когда применяется основное свойство дроби?

Задание на самоподготовку:

№ 24, № 25 (б, г, е)

№ 30 (б, г, е), № 32 (б, г), № 33.

Литература и Интернет–ресурсы :

1. Алгебра. 8 класс. Учебник. ФГОС. Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова. Под ред. С.А.Теляковского. 2013г.
2. Алгебра, 8 класс, Поурочные планы, Дюмина Т.Ю., Махонина А.А., 2012: CD;
3. <http://www.arms-expo.ru/049049052052124049051054055.html>
4. <http://s4.goodfon.ru/wallpaper/previews-middle/219776.jp>