Тольяттинский социально-педагоги

Преподаватель: Лихачева Е.С.

Учебный модуль 1 ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

Тема 1.3. Текстовая задача и процесс ее решения

Структура текстовой задачи

- Любая задача состоит из предметной области, отношений, которые связывают объекты этой области, требования задачи и оператора (решения).
- Под предметной областью понимают множество рассмотренных в задаче объектов, которые вместе со связывающими их отношениями образуют условие задачи.
- Требование задачи – то, что необходимо найти в результате ее решения.
- Под оператором задачи понимают совокупность действий, которые необходимо выполнить в соответствии с условием задачи над ее данными

Структура текстовой задачи

- Например: «На уроке труда использовали 25 листов бархатной бумаги и 4 листа гофрированной бумаги. Сколько всего листов бумаги использовали на уроке?»
- Предметная область данной задачи состоит из листов бархатной бумаги, листов гофрированной бумаги, из общего количества листов бумаги. Элементы этой предметной области связаны в данной задаче отношением суммы количества листов каждого вида. Известны следующие числовые характеристики предметной области: количество листов бархатной бумаги и количество листов гофрированной бумаги. Неизвестным выступает общее количество листов.

Структура текстовой задачи

- С множествами, составляющими предметную область, их числовыми характеристиками можно проводить следующую работу:
- § Перечисли все, что известно в задаче. (Известно, что израсходовали 25 листов бархатной бумаги и 4 листа гофрированной бумаги).
- § Перечисли все, что в задаче неизвестно. (Неизвестно, сколько всего листов бумаги израсходовали).
- В начальной школе в текстовой задаче выделяют условие и требование (вопрос).

Структура текстовой задачи

- Без вопроса задачи нет. В результате решения задачи должно быть найдено искомое число (числа), либо показано, что такого числа не может быть (задачи с некорректными данными), либо установлены связи или отношения между числами. Этот результат получается при использовании числовых данных из условия, либо, если условие задачи не содержит явных числовых данных, из анализа условия.

Методы и способы решения текстовых задач

- Обычно используются два основных способа решения задач: арифметический и алгебраический. Однако, кроме этих способов, рассматриваются еще и способ подбора, графический способ решения, практический способ. В принципе, все эти способы решения имеют равные права на применение их при решении задач, однако, арифметический и алгебраический являются наиболее универсальными, так как не все задачи можно корректно решить остальными способами.

Арифметический способ

- *Арифметический* способ решения задач состоит в том, чтобы найти неизвестную величину составлением числовых выражений (числовых формул) и подсчета результата. Этот способ решения задач имеет важное методическое значение. Прочное усвоение методов решения задач арифметически позволяет подготовить учащихся к осознанному решению задач составлением уравнений.
- Рассмотрим задачу: «Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу с одинаковой скоростью. Через какое время они встретятся, если расстояние между ними 60 км, а скорость 12 км/ч?»
- Арифметически эту задачу можно решить так:
- 1. Какова скорость сближения велосипедистов?
- 12+12 = 24(км/ч).
- 2. Через какое время велосипедисты встретятся?
- 60:24 = 2,5(ч).
- Ответ: велосипедисты встретятся через 2,5 часа.

Алгебраический способ

- Алгебраический способ основан на использовании уравнений и систем уравнений при решении текстовых задач. Известный американский педагог и математик Д. Пойа в своей книге по проблемам обучения решению задач пишет, что «составить уравнение – значит выразить математическими символами условие, сформулированное словами. Это перевод с обычного языка на язык математических формул. Трудности, которые могут встретиться при составлении уравнений, являются трудностями перевода». Это же в полной мере, на наш взгляд, можно отнести к записи решения выражением.
- В начальных классах за неизвестное обычно принимается то число, о котором спрашивается в задаче, и что уравнения решаются детьми только на основе связей компонентов и результатов арифметических

Графический способ

- *Графический* способ решения представляет собой получение результата путем применения различных схем и геометрической интерпретации задачи.
- Решение задач графическим способом можно осуществлять и при помощи отрезков, графиков, построений.

Практический способ

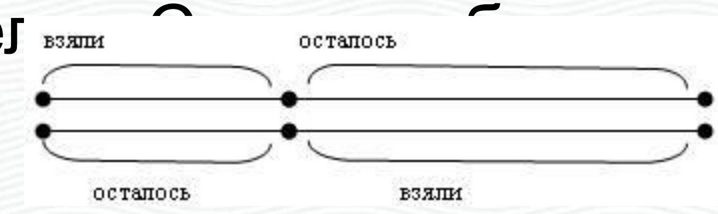
- *Практический* способ решения предусматривает манипуляции с предметами, о которых говорится в задаче или с их изображениями и позволяет дать ответ на вопрос задачи, не выполняя при этом арифметических действий.
- Например, рассмотрим задачу: « В коробке лежало 12 конфет. Мама дала дочери 2 конфеты и еще 2 конфеты сыну. Сколько конфет осталось в коробке?»
- При решении этой задачи практическим способом можно выложить на парту 12 палочек, иллюстрирующих общее количество конфет, затем удалить сначала 2 палочки (2 конфеты дочке), а потом еще 2 палочки (2 конфеты сыну). Пересчитать остаток – 8 палочек (8 конфет). Этот результат и будет ответом задачи.

Подбор

- Рассмотрим применение подбора при решении задач в начальных классах.
- Дана задача «На столе лежали 6 груш и 4 яблока. Саша взял со стола 5 фруктов. Сколько яблок и груш отдельно мог взять Саша?». При решении этой задачи можно рассуждать таким образом, основываясь на знании состава числа 5: Саша мог взять либо только яблоки, либо только груши (5=0+5=5+0). Тогда ответ будет или 5 яблок и 0 груш, или 0 яблок и пять груш. Дальше анализируются остальные случаи состава числа 5, формулируется ответ (5=1+4=4+1; 5=2+3=3+2).

Схематическое моделирование

- Способ решения задачи при помощи *схематического моделирования* позволяет получать решение задачи моделированием схемы отношений между данными и искомыми. Схема может выступать как способ решения задачи, так и как форма записи решения задачи
- Например: «На двух тарелках было по 18 яблок. На десерт из одной тарелки взяли несколько яблок, а из второй – столько, сколько осталось на первой тарел… алось на двух тарелках?»



Комбинированный способ решения задачи

- Кроме вышеперечисленных способов могут быть использованы различные их комбинации, т.е. комбинированный способ решения задачи.
- Например, рассмотрим следующую задачу: «Один рабочий может выполнить работу за 4 ч, а другой эту работу может выполнить за 6 ч. Какую часть всей работы выполнит каждый рабочий, если они будут работать вместе?»

Комбинированный способ решения задачи

Решение:

Пусть весь объем работы составляет единицу. Тогда за 1 час первый рабочий выполнит 1:4=1/4 часть, а второй 1:6=1/6 часть всей работы. Время, за которое рабочие выполнят все задание при совместной работе, обозначим через х ч, тогда первый выполнит (¼)х часть всей работы, а второй (1/6)х часть всей работы. Так как вся работа составляет единицу, составим уравнение:

1/4х+1/6х = 1

(¼+1/6)х = 1

х = 2 2/5 (ч).

Тогда первый рабочий выполнит ¼×2 2/5 = 3/5,

а второй – 1/6×2 2/5 =2/5.

Ответ: первый рабочий выполнит 3/5 всей работы, а второй – 2/5 всей работы.

В данной задаче сначала используется алгебраический способ решения, а потом – арифметический. Таким образом, задача решена комбинированным способом.

Этапы решения задачи и приемы их выполнения: анализ решения задачи

выделяются следующие этапы решения задачи:

- а) ознакомление с содержанием задачи, анализ содержания задачи;
- б) составление краткой записи, схемы задачи;
- в) поиск способа решения задачи, составление плана;
- г) выполнение плана решения задачи;
- д) проверка полученного решения;
- е) исследование задачи;
- ж) формулировка ответа к задаче;
- з) последующая работа над задачей.

Памятка по решению задачи

- 1. Прочитай задачу, представь то, о чем говорится в задаче.
- 2. Запиши задачу кратко, если необходимо, сделай чертеж или схему.
- 3. Объясни, что показывает каждое число и назови вопрос задачи.
- 4. Подумай, какое число должно получиться в результате (например, больше или меньше, чем данные числа и т.д.)
- 5. Подумай, можно ли сразу ответить на вопрос задачи. Если нет, то почему? Что нужно узнать сначала? Что потом? Составь план решения задачи.
- 6. Выполни решение.
- 7. Проверь ответ и ответь на вопрос задачи.
- 8. Подумай, можно ли решить задачу другим способом?
- 9. Подумай, при каких условиях ответ задачи получился бы больше? Меньше?

Решение текстовых задач различными методами и способами

- Рассмотрим задачу: «Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу с одинаковой скоростью. Через какое время они встретятся, если расстояние между ними 60 км, а скорость 12 км/ч?»

Решение текстовых задач различными методами и способами

Её решим алгебраически, но двумя способами:

1 способ:

Примем за x ч время, через которое встретятся велосипедисты, тогда, учитывая, что они двигались навстречу друг к другу с одинаковой скоростью 12 км/ч и прошли вместе 60 км можно составить уравнение: $(12+12)x=60$, где $(12+12)$ км/ч – скорость сближения.

$(12+12)x=60$

$24x=60$

$x=60:24$

$x=2,5$ (ч)

Ответ: велосипедисты встретятся через 2,5 часа.

2 способ:

Примем за x ч время, через которое они встретятся. Тогда первый до встречи пройдет $12x$ (км) и второй тоже $12x$ (км). Так как вместе они прошли 60 км, то можно составить уравнение: $12x + 12x = 60$.

$12x+12x=60$

$24x=60$

$x=60:24$

$x=2,5$ (ч)

Ответ: велосипедисты встретятся через 2,5 часа.

Задача. «Утром ушли в море 20 маленьких и 8 больших рыбачьих лодок, 6 лодок вернулись. Сколько лодок с рыбаками должно вернуться?»

I способ. 1. 20+8=28(л.) ушли в море.

2. 28-6=14(л.) должны вернуться.

Выражение.(20+8)-6=14(л.)

II способ. 1. Сколько больших лодок должно вернуться? 20-6=14(л.)

2. Сколько всего лодок должно вернуться? 14+8=22(л.)

Выражение.(20-6)+8=14(л.)

III способ. 1. Сколько маленьких лодок должно вернуться? 8-6=2(л.)

2.Сколько всего лодок должно вернуться? 20+2=22(л.)

Выражение.(8-6)+20=14(л.)

Ответ: должно ещё вернуться 22 лодки.

Задача. За 3 дня в парке посадили 30 деревьев. В первый день посадили 15 деревьев, во второй – 7 деревьев. Сколько деревьев посадили в третий день?

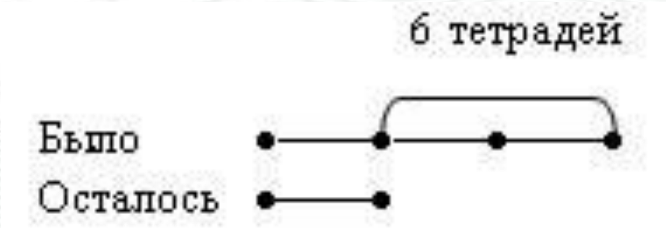
- *I способ*:
- 1) 30 – 15 = 15 (д.) – посадили деревьев во второй и третий дни.
  2) 15 – 7 = 8 (д.) – посадили деревьев в третий день.
- *II способ*:
- 1) 30 – 7 = 23 (д.) – посадили деревьев в первый и третий дни.
  2) 23 – 15 = 8 (д.) – посадили деревьев в третий день.
- *III способ*:
- 1) 15 + 7 = 22 (д.) – посадили деревьев в первые два дня.
  2) 30 – 22 = 8 (д.) – посадили деревьев в третий день.

Задача (*из "Арифметики" Л.Н. Толстого*).

- У одного хозяина 23 овцы, а у другого на 7 больше. Сколько у них овец вместе?
- *I способ*:
- 1) 23 + 7 = 30 (ов.) – столько овец у второго хозяина.
  2) 23 + 30 = 53 (ов.) – столько овец у двух хозяев.
- *II способ*:
- 1) 23 + 23 = 46 (ов.) – столько овец было бы у двух хозяев, если бы у второго было столько же овец, сколько у первого.
  2) 46 + 7 = 53 (ов.) – столько овец было у двух хозяев в действительности.
- *III способ*:
- 1) 23 х 2 = 46 (ов.) – столько овец было бы у двух хозяев, если бы у второго было столько же овец, сколько у первого.
  2) 46 + 7 = 53 (ов.) – столько овец было у двух хозяев в действительности.

Решение комбинированным способом

- Рассмотрим следующую задачу: «Когда из портфеля вынули 6 тетрадей, в нем осталось в три раза меньше тетрадей, чем было. Сколько тетрадей было в портфеле?»



Решение:

1) 6:2=3 (т.)

2) 3×3=9 (т.)

Ответ: было 9 тетрадей.

В данном решении комбинированы схематическое моделирование и арифметический способы решения задачи. Из модели видно, что на 6 тетрадей приходится две одинаковые части, значит можно найти, сколько приходится на одну часть, а дальше используется арифметический способ решения.

Самостоятельная работа

- Выполнение домашней практической работы