Решение различных задач по комбинаторике и теории вероятности

Справочный материал

Вероятностью события А называется отношение числа благоприятных для него исходов испытания к числу всех равновозможных исходов.

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

где m - число исходов, благоприятствующих осуществлению события,

а n - число всех возможных исходов.

Некоторые формулы

1. Вероятность достоверного события равна единице.
2. Вероятность невозможного события равна нулю.
3. Сумма вероятностей противоположных событий равна 1.
4. Формула сложения вероятностей совместных событий:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

5. Вероятность появления одного из двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Некоторые формулы

6. Вероятность произведения независимых событий A и B (наступают одновременно)вычисляется по формуле:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B).$$

7. Формула умножения вероятностей:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A),$$

где $P(B/A)$ – условная вероятность события B, при условии, что событие A наступило.

8. Формула Бернулли – формула вероятности k успехов в серии из n испытаний

$$P(A) = C_n^k p^k q^{n-k},$$

где C_n^k – число сочетаний,

p – вероятность успеха,

q = 1 – p – вероятность неудачи.

При подбрасывании симметричной монеты, когда p = q = ½ , формула Бернулли принимает вид:

$$P(A) = \frac{C_n^k}{2^n}.$$

Например, вероятность выпадения орла дважды в трех испытаниях:

$$P(A) = \frac{C_3^2}{2^3} = \frac{3}{8}.$$

Методы решения задач

1. *С помощью классической формулы вероятности:*

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

1. Папа, мама, сын и дочка бросили жребий – кому мыть посуду. Найдите вероятность того, что посуду будет мыть мама.

Решение

n = 4 – число всех элементарных исходов;

m = 1 – число благоприятных исходов (жребий выпал на маму).

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Ответ: 0,25

2. Женя, Лена, Маша, Аня и Коля бросили жребий – кому идти в магазин. Найдите вероятность того, что в магазин надо будет идти Ане.

Решение

$n = 5$ – *число всех возможных исходов;*

$m = 1$ – *число благоприятных исходов (в магазин идти Ане).*

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{1}{5}= 0,2$$

Ответ: 0,2

3. Фабрика выпускает сумки. В среднем <u>на</u> 100 качественных сумок приходится 8 сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

<u>Решение</u>

n = 100 + 8 = 108 – число всех возможных исходов (всего сумок);

m = 100 – число благоприятных исходов (качественная сумка).

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{100}{108}\approx 0{,}93$$

Ответ: 0,93

4. В среднем <u>из</u> 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 9 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

<u>Решение</u>

$n = 1000$ – число всех возможных исходов (всего насосов);

$m = 1000 - 9 = 991$ – число благоприятных исходов (насос не подтекает).

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{991}{1000} = 0{,}991$$

Ответ: 0,991

5. В сборнике билетов по биологии всего 55 билетов, в 11 из них встречается вопрос по ботанике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по ботанике.

Решение

$n = 55$ – число всех возможных исходов;

$m = 11$ – число благоприятных исходов (вопрос по ботанике).

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{11}{55} = 0{,}2$$

Ответ: 0,2

6. На семинар приехали трое ученых из Норвегии, четверо из России и трое из Испании. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России.

Решение

$n = 3+4+3=10$ – число всех возможных исходов, (число всех претендентов на это, в данном случае восьмое, место);

$m = 4$ – число благоприятных исходов (число претендентов из России).

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{4}{10}= \ 0,4$$

Ответ: 0,4

7. В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

Решение

$n = 20$ – число всех возможных исходов,(число всех претендентов на это место, причем это может быть1, 2, …, 8, последнее место);

$m = 20 – (8+7)=5$ – число благоприятных исходов (число претендентов из Китая)

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{5}{20}= \quad 0,25$$

Ответ: 0,25

8. Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 80 выступлений – по одному от каждой страны. В первый день 8 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

Решение

n = 80 – число всех возможных исходов (всех возможных порядковых номеров выступления представителя России);

m = (80-8): 4 = 18 – число благоприятных исходов (порядковых номеров, приходящихся на второй, третий , четвертый и пятый дни).

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{18}{80}= \ 0,225$$

Ответ: 0,225

9. В чемпионате мира участвуют 20 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по пять команд в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп: 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 4 4 4 4 4. Капитаны команд тянут по карточке. Какова вероятность того, что команда Великобритании окажется <u>во второй</u> группе?

<u>Решение</u>

n = 20 – число всех возможных исходов (всего карточек);

m = 5 – число благоприятных исходов (число карточек с номером 2).

$$P = \frac{m}{n} = \frac{5}{20} = 0,25$$

Ответ: 0,25

10. Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России?

Решение

$n = 26 - 1 = 25$ – число всех возможных исходов (число соперников);

$m = 10 - 1 = 9$ – число благоприятных исходов (число соперников-россиян);

Сам с собой он играть не будет!

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{9}{25} = 0{,}36$$

Ответ: 0,36

11. Перед началом первого тура чемпионата по шахматам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 шахматистов, среди которых 4 участника из России, в том числе Александр Ефимов. Найдите вероятность того, что в первом туре Александр Ефимов будет играть с каким-либо шахматистом из России

Решение

$n = 76 - 1 = 75$ – ***число всех возможных исходов (число соперников),***

$m = 4 - 1 = 3$ – ***число благоприятных исходов (число соперников-россиян)***

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{75} = 0{,}04$$

Ответ: 0,04

12. Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 46 теннисистов, среди которых 19 участников из России, в том числе Ярослав Исаков. Найдите вероятность того, что в первом туре Ярослав Исаков будет играть с каким-либо теннисистом из России?

Решение

$n = 46 - 1 = 45$ – ***число всех возможных исходов (равно числу соперников)***

$m = 19 - 1 = 18$ – ***число благоприятных исходов (при которых соперником будет россиянин)***

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{18}{45} = 0{,}4$$

Ответ: 0,4

2. Метод перебора комбинаций

Задачи с монетами (и игральной костью) при небольшом количестве подбрасываний удобно решать методом перебора комбинаций.

– выписываем все возможные комбинации орлов и решек. Например, ОО,ОР,РО, РР. Число таких комбинаций – n;
– среди полученных комбинаций выделяем те, которые требуются по условию задачи (благоприятные исходы),– m;
– вероятность находим по формуле:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

13. Бросают игральную кость. Найдите вероятность того, что выпадет число, меньшее 4 очков.

Решение

$n = 6$ – число всех возможных исходов (выпадение чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6);

$m = 3$ – число благоприятных исходов (выпадение чисел 1, 2, 3).

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{6} = 0{,}5$$

Ответ: 0,5

14. Игральную кость (кубик) бросили один раз. Какова вероятность того, что выпало нечетное число очков?

Решение

$n = 6$ – число всех возможных исходов (выпадение чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6),

$m = 3$ – число благоприятных исходов (выпадение чисел 1, 3, 5)

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{6} = 0{,}5$$

Ответ: 0,5

15. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

Решение ***I способ***

n = 6*6 = 36 – число всех возможных исходов

(выпадение чисел на двух кубиках:

{1,1} {1,2} {1,3} {1,4} {1,5} {1,6}

{2,1} {2,2} {2,3} {2,4} {2,5} {2,6}

…

{6,1} {6,2} {6,3} {6,4} {6,5} {6,6});

m = 5 – число благоприятных исходов

(выпадение чисел {2,6} {3,5} {4,4} {5,3} {6,2}).

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{5}{36}\approx 0{,}14$$

II способ (табличный)

	1	2	3	4	5	6
1						
2						2+6
3					3+5	
4				4+4		
5			5+3			
6		6+2				

$n = 6 \cdot 6 = 36$ *– число всех возможных исходов (можно найти так:* $n = 6^2 = 36$*)*

$m = 5$ *– число благоприятных исходов.*

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{5}{36} \approx 0{,}14$$

Ответ: 0,14

16.Лена дважды бросает игральный кубик. В сумме у нее выпало 11 очков. Найдите вероятность того, что при втором броске выпало 6 очков.

Решение

При бросании кубика 11 очков можно получить двумя способами 5+6 или 6+5 .

$n = 2$ – число всех возможных исходов, {5,6} {6,5};

$m = 1$ – число благоприятных исходов, {5,6}.

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

Ответ: 0,5

17. Женя дважды бросает игральный кубик. В сумме у нее выпало 5 очков. Найдите вероятность того, что при втором броске выпало 2 очка.

Решение

При бросании кубика 5 очков можно получить четырьмя способами.

$n = 4$ – число всех возможных исходов $\{1,4\}$ $\{2,3\}$ $\{3,2\}$ $\{4,1\}$;

$m = 1$ – число благоприятных исходов, $\{3,2\}$.

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

Ответ: 0,25

18. Наташа и Вика играют в кости. Они бросают кость по одному разу. Выигрывает тот, кто выбросил больше очков. Если очков выпало поровну, то наступает ничья. В сумме выпало 9 очков. Найдите вероятность того, что Наташа проиграла.

Решение

При бросании кубика 9 очков можно получить четырьмя способами: 3+6 , 4+5, 5+4, 6+3;

n = 4 – число всех возможных исходов, {3,6} {4,5} {5,4} {6,3};

m = 2 – число исходов, при которых у Наташи (на первом кубике) выпало меньше очков, чем у Вики.

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{2}{4}=0{,}5$$

Ответ: 0,5

19. Тоша и Гоша играют в кости. Они бросают кубик по одному разу. Выигрывает тот, кто выбросил больше очков. Если очков выпало поровну, то наступает ничья. Первым бросил Тоша, у него выпало 3 очка. Найдите вероятность того, что Гоша не выиграет.

Решение

При условии, что у Тоши выпало 3 очка, возможны исходы: {3,1} {3,2} {3,3} {3,4} {3,5} {3,6};

$n = 6$ – число всех возможных исходов;

$m = 3$ – число исходов, при которых Гоша не выиграет, т.е. наберет 1, 2 или 3 очка.

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{6} = 0,5$$

Ответ: 0,5

20. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

Решение

I способ (метод перебора комбинаций)

Монету бросают 2 раза.

Обозначения: О – выпадение орла, Р – выпадение решки, {О Р}- выпадение орла в первом броске, решки – во втором.

n = 4 – число всех возможных исходов:

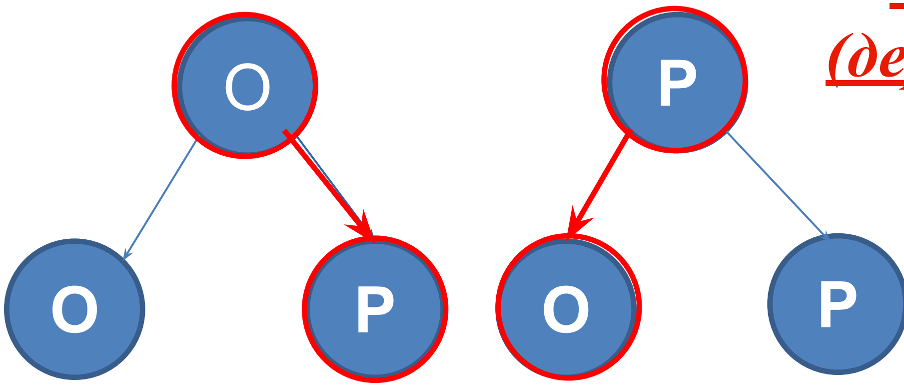
{О О}
{О Р}
{Р О}
{Р Р}

m = 2 – число благоприятных исходов (выпадение орла ровно один раз)

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{2}{4}=0,5$$

II способ

(дерево возможных вариантов)



$m = 4$ $n = 2$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2}{4} = 0,5$$

IIIспособ

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B),$$

*где событие **C** – орел выпал в двух испытаниях ровно 1 раз; событие **A** – орел выпал в первом испытании и не выпал во втором; событие **B** – орел выпал во втором испытании и не выпал в первом;*

$p = ½$– вероятность выпадения орла в одном испытании,

$q = 1 – ½ = ½$ – вероятность не выпадения орла (выпадения решки).

$$P(A) = p \cdot q = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$P(B) = q \cdot p = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$P(C) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = 0,5$$

IVспособ

По формуле Бернулли

$$P(A)=C_n^k p^k q^{n-k}$$

$$P(A)=\frac{C_n^k}{2^n}$$

вероятность одного успеха (к=1) в двух испытаниях (n=2), если p = ½ – вероятность выпадения орла в одном испытании, q =1 – ½ = ½ – вероятность не выпадения орла (выпадения решки).

$$P(A)=C_2^1 p^1 q^{2-1}=\frac{2!}{1!(2-1)!}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2}=0{,}5.$$

Или по второй формуле:

$$P(A)=\frac{C_2^1}{2^2}=\frac{2}{4}=0{,}5.$$

Ответ: 0,5

21.Перед началом матча по футболу судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первой владеть мячом. Команда «Меркурий» играет по очереди с командами «Марс», «Юпитер», «Уран». Найти вероятность того, что во всех матчах право владеть мячом получит команда «Меркурий».

Решение

I способ (перебора комбинаций)

Монету бросают 3 раза.

Для команды «Меркурий» возможные исходы в трех бросках →

$n = 8$ – число всех возможных исходов;

{О О О}
{Р О О}
{О Р О}
{О О Р}
{Р Р О}
{Р О Р}
{О Р Р}
{Р Р Р}

$m = 1$ – число благоприятных исходов (выпадение орла в трех бросках).

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{1}{8}=0{,}125$$

II способ

По формуле Бернулли вероятность трех успехов (к = 3) в трех испытаниях (n = 3):

$$P(A) = C_n^k p^k q^{n-k} = C_3^3 p^3 q^{3-3} = \frac{3!}{3!(3-3)!} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \frac{1}{8} = 0{,}125$$

III способ

Применим правило умножения вероятностей независимых событий.

Вероятность выпадения орла в каждом случае равна ½. Значит, вероятность того, что орел выпадет все три раза, равна:

$$P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} = 0{,}125$$

Ответ: 0,125

22.Перед началом матча по футболу судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первой владеть мячом. Команда «Байкал» играет по очереди с командами «Амур», «Енисей», «Иртыш». Найти вероятность того, что команда «Байкал» будет первой владеть мячом только в игре с «Амуром».

Решение

Монету бросают 3 раза.
Для команды «Байкал»
возможные исходы в трех бросках →

{O O O}
{P O O}
{O P O}
{O O P}
{P P O}
{P O P}
{O P P}
{P P P}

$n = 8$ **– число всех возможных исходов;**

$m = 1$ **– число благоприятных исходов (выпадение орла в первой игре).**

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{1}{8}= 0,125$$

Ответ: 0,125

23. У Пети в кармане лежат шесть монет: четыре монеты по рублю и две монеты по два рубля. Петя, не глядя, переложил какие-то три монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что теперь две двухрублевые монеты лежат в одном кармане.

Решение

Iспособ (метод перебора вариантов):

Пронумеруем монеты: рублевые – 1, 2, 3, 4;

двухрублевые – 5, 6.

$n = 20$ – число всех исходов

Взять три монеты можно так:

(числа в порядке возрастания, чтобы не пропустить комбинацию) →

$m = 8$ – число благоприятных исходов (комбинации, в которых монеты 5 и 6 (двухрублевые) не взяты или взяты обе)

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{8}{20}=0,4$$

{123}	{234}
{124}	{235}
{125}	{236}
{126}	{245}
{134}	{246}
{135}	{256}
{136}	{345}
{145}	{346}
{146}	{356}
{156}	{456}

II способ (комбинаторный):

P(C) = P(A) + P(B), где событие C – двухрублевые монеты лежат в одном кармане;
событие A – двухрублевые монеты остались в кармане, а переложил рублевые;
событие B – переложил обе двухрублевые монеты и одну рублевую;
события A и B несовместные.

$$P(A)=\frac{C_4^3}{C_6^3}=0,2$$

$$P(B)=\frac{C_4^1C_2^2}{C_6^3}=0,2$$

$$P(C)=0,2+0,2=0,4$$

III способ (непосредственного вычисления вероятности):

Монеты окажутся в одном кармане, если переложены три рублевые или две рублевые и одна двухрублевая монета. Переложить их последовательно можно четырьмя способами (обозначения: рублевая – 1, двухрублевая – 2) :

1 1 1 $$P_1 = \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{5}$$

1 2 2 $$P_2 = \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{15}$$

2 2 1 $$P_3 = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{4} = \frac{1}{15}$$

2 1 2 $$P_4 = \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{15}$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = \frac{1}{5} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15} = \frac{6}{15} = 0{,}4$$

Ответ: 0,4

24.У Пети в кармане лежат шесть монет: четыре монеты по рублю и две монеты по два рубля. Петя, не глядя, переложил какие-то три монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что теперь две двухрублевые монеты лежат в разных карманах.

Решение

Iспособ (метод перебора вариантов):

Пронумеруем монеты: рублевые – 1, 2, 3, 4;

двухрублевые – 5, 6.

$n = 20$ *– число всех исходов*

Взять три монеты можно так:

(числа в порядке возрастания,

чтобы не пропустить комбинацию) →

$m = 12$ *– число благоприятных исходов*

(комбинации, в которых монеты 5 и 6

(двухрублевые) взяты по одной)

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{12}{20} = 0,6$$

{123}	{234}
{124}	{235}
{125}	{236}
{126}	{245}
{134}	{246}
{135}	{256}
{136}	{345}
{145}	{346}
{146}	{356}
{156}	{456}

IIспособ (комбинаторный)

Событие А - переложили две рублевые монеты и одну двухрублевую.

$$P(A)=\frac{C_4^2C_2^1}{C_6^3}=0{,}6$$

III способ

Монеты окажутся в разных карманах, если переложены две рублевые и одна двухрублевая монета.
Переложить их последовательно можно тремя способами:,

1 1 2 $$P_1=\frac{4}{6}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}=\frac{1}{5}=0{,}2$$

1 2 1 $$P_2=\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{1}{5}=0{,}2$$

2 1 1 $$P_3=\frac{2}{6}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{1}{5}=0{,}2$$

$$P=P_1+P_2+P_3=0{,}2+0{,}2+0{,}2=0{,}6$$ **Ответ: 0,6**

25. Найти вероятность того, что произведение трех последних цифр случайно выбранного телефонного номера четно .

Решение

I способ

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

II способ

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

$m = (5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot 3 + (5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot 3 + (5 \cdot 5 \cdot 5) = 875$

$(5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot 3$ – количество исходов, когда одна цифра четная, а две другие нечетные (для каждой цифры исходов – 5, вариантов расположения – 3).

$(5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot 3$ – количество исходов, когда две цифры четные, а одна – нечетная,

$5 \cdot 5 \cdot 5$ – количество исходов, когда все три цифры – четные.

$n = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ – количество всех исходов (для каждой цифры – 10)

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

III способ

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

IV способ

Выбор четной или нечетной цифры можно сравнить с выпадением орла или решки при подбрасывании монеты несколько раз с такой же вероятностью. Тогда выбор трех нечетных цифр аналогичен выпадению трех решек в трех испытаниях

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

Ответ: 0,875

Комбинаторный метод решения можно применять при подсчете количества исходов с помощью формул комбинаторики.

Задачи на сложение и умножение вероятностей

26.Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что биатлонист первые четыре раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.

Решение

Вероятность попадания в мишень равна 0,7; вероятность промаха равна 1 – 0,7 = 0,3.

Т. к. результаты выстрелов – независимые события, вероятность того, что биатлонист четыре раза попал в мишень, а один раз промахнулся, равна:

$$P = 0{,}7 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3 \approx 0{,}07$$

Ответ: 0,07

27. В магазине стоят три платежных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,1. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Решение

Событие А – хотя бы один автомат исправен.
Найдем вероятность противоположного ему события $\overline{A}$, когда все три автомата неисправны, по формуле умножения вероятностей независимых событий.

$$P(\overline{A}) = 0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1 = 0{,}001$$

Тогда $P(A) = 1 - 0{,}001 = 0{,}999$

Ответ: 0,999

29. В интернет-магазине три телефонных оператора. В случайный момент оператор занят разговором с клиентом с вероятностью 0,7 независимо от других. Клиент звонит в магазин. Найдите вероятность того, что в этот момент хотя бы один оператор не занят.

Решение

I способ

Событие А – не занят хотя бы один оператор, т.е. не занят один, два или все три оператора.

$$P(A) = (0{,}3 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}7) \cdot 3 + (0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7) \cdot 3 + 0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}657$$

II способ

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

Ответ: 0,657

29.В классе 21 ученик, среди них 2 друга – Тоша и Гоша. На уроке физкультуры класс случайным образом разбивают на 3 равные группы . Найдите вероятность того, что Тоша и Гоша попали в одну группу.

Решение

21 : 3 = 7 – количество учеников (мест) в одной группе;

$\frac{7}{21}$ *- вероятность того, что Тоша попадет в первую группу;*

$\frac{7-1}{21-1} = \frac{6}{20}$ *- вероятность того, что Гоша попадет в ту же группу;*

$\frac{7}{21} \cdot \frac{6}{20} = 0,1$ *- вероятность того, что Тоша и Гоша попадут в первую группу;*

Всего групп три. Поэтому

P = 0,1 + 0,1 + 0,1 = 0,1·3 = 0,3

Ответ: 0,3

30. В классе 28 учащихся, среди них Наташа и Владик - брат и сестра. Для проведения медосмотра класс случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найти вероятность того, что Владик и Наташа попали в разные группы.

Решение

28 : 2 = 14 – количество учеников (мест) в одной группе;

$\frac{14}{28}=\frac{1}{2}$ *- вероятность того, что Наташа попадет в I группу;*

$\frac{14}{28-1}=\frac{14}{27}$ *- вероятность того, что Владик попадет во II группу (в ней тоже 14 мест);*

$\frac{1}{2}\cdot\frac{14}{27}=\frac{7}{27}$ *- вероятность того, что Наташа попадет в I группу, а Владик - во II;*

Второй случай: Владик в I группе, Наташа – во II.

Поэтому $P=\frac{7}{27}\cdot 2=\frac{14}{27}$.

Ответ: $\frac{14}{27}$

31. В группе иностранных туристов 51 человек. Среди них два испанца. Для посещения музея группу делят на две подгруппы – 25 и 26 человек – случайным образом. Найти вероятность того, что оба испанца окажутся в одной подгруппе.

Решение

$P(A) = \frac{25}{51} \cdot \frac{24}{50} = \frac{12}{51}$ *- вероятность, что оба испанца окажутся в I подгруппе;*

$P(B) = \frac{26}{51} \cdot \frac{25}{50} = \frac{13}{51}$ *- вероятность, что оба испанца окажутся во II подгруппе;*

$P(C) = P(A) + P(B) = \frac{12}{51} + \frac{13}{51} = \frac{25}{51}$ *- вероятность, что оба испанца окажутся в I или во II подгруппе*

Ответ: $\frac{25}{51}$