



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Факультет прикладной математики и информатики
Кафедра математической физики

Леанович Дарья Анатольевна

Задача Коши
для обыкновенного дифференциального
уравнения

Руководитель проекта:
Чеб Елена Сергеевна
доцент кафедры МФ
кандидат физ.-мат. наук



Перечень вопросов подлежащих разработке, краткое содержание работы

Найти численное и аналитическое решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения и оценить погрешность решения задачи средствами пакета MATLAB с учетом следующих этапов:

- задать исходные данные: функцию правой части, начальные значения;
- найти численное решение задачи Коши, используя вызов подходящего солвера `ode...`;
- найти решение задачи Коши аналитически;
- аналитическое и численное решения представить в виде таблицы и графически;
- оценить погрешность приближенного решения в равномерной норме.



Постановка задачи

Рассматривается задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения

$$y^{(n)} = f(t, y, y', \dots, y^{(n-1)}), t \in [t_0, T] \quad (1)$$

$$y(t_0) = u_0, y'(t_0) = u_1, \dots, y^{(n-1)}(t_0) = u_{n-1},$$

где u_0, u_1, \dots, u_{n-1} — заданные функции.

Необходимо найти такую n раз дифференцируемую функцию $y: [t_0, T] \rightarrow R$, которая обращает уравнение (1) в тождество на $[t_0, T]$.



Решение поставленных задач

Задание №1.

$$y' = t - y^2(t), t \in [0, 10]$$

$$y(0) = 0.$$

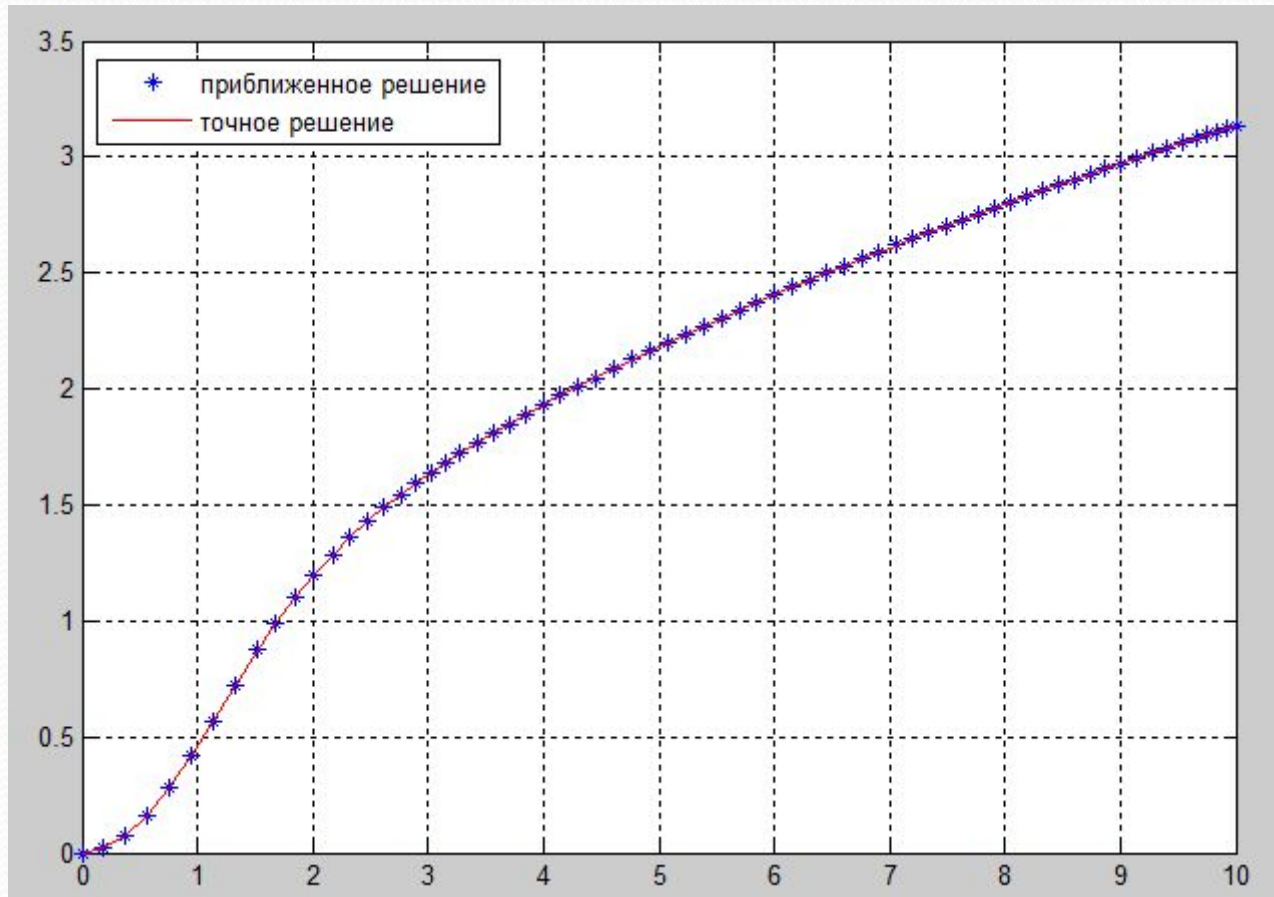


Аналитическое решение

$$y(t) = \frac{\sqrt{3} * \text{AiryAi}(1, x) + \text{AiryBi}(1, x)}{\sqrt{3} * \text{AiryAi}(x) + \text{AiryBi}(x)}$$



Графики аналитического и приближенного решений





Решение поставленных задач

Задание №2.

$$m * y'' + h * y' + k * y = f(t), t \in [0, T]$$

$$y(0) = u_0, y'(0) = u_1,$$

$$\text{где } f(t) = \sin t, u_0 = 0, u_1 = 1,$$

$$m = k = 1, h = 0,5.$$

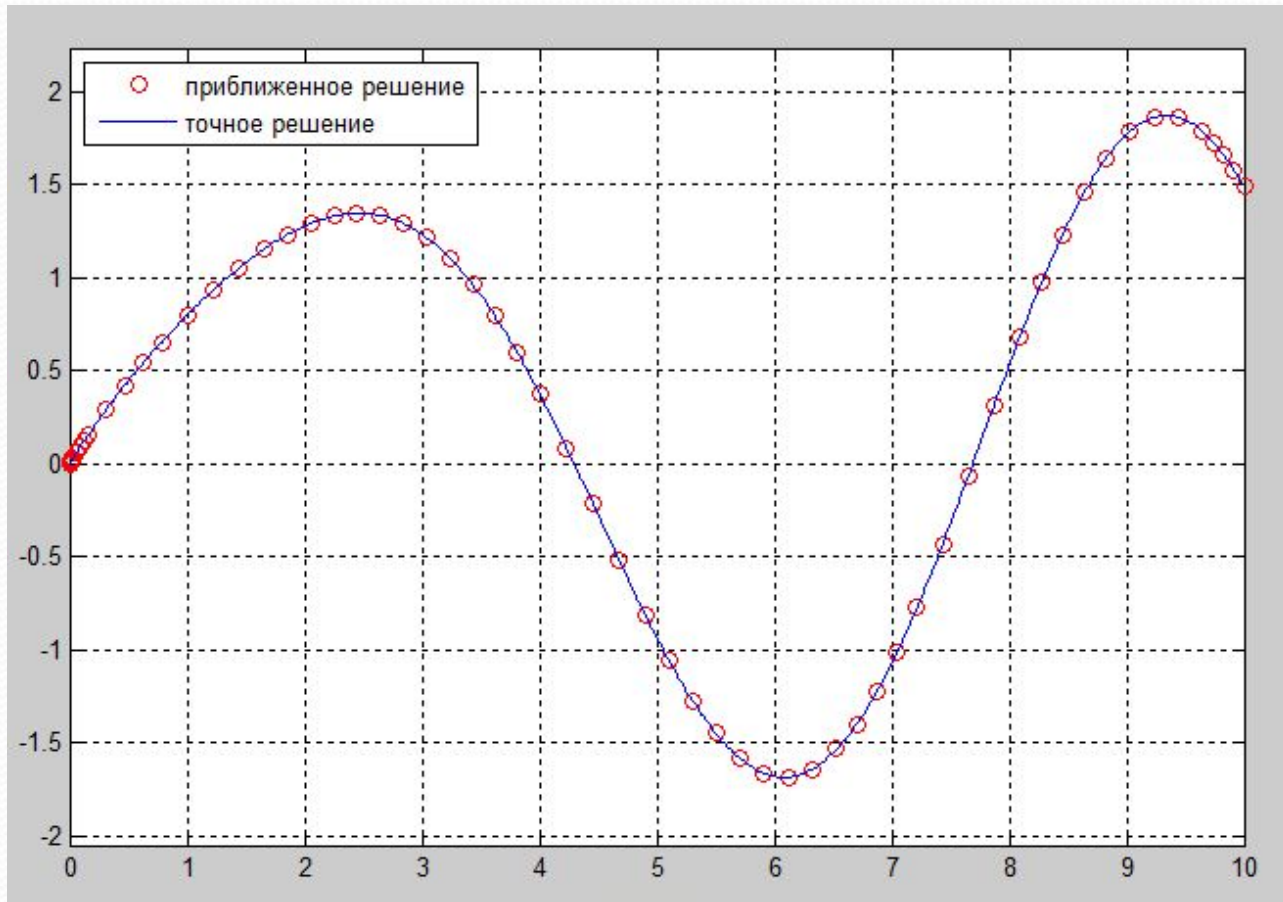


Аналитическое решение

$$y(t) = \frac{2\sqrt{15}}{5} e^{-\frac{1}{4}t} \sin \frac{\sqrt{15}}{4} t + 2e^{-\frac{1}{4}t} \cos \frac{\sqrt{15}}{4} t - 2\cos t$$



Графики аналитического и приближенного решений





Выводы:

В работе:

- получено аналитическое решение рассмотренных задач Коши для ОДУ, а также численное решение с помощью средств пакета MATLAB;
- была произведена и визуально представлена оценка погрешности численного решения;
- Изучены возможности математического пакета MATLAB.



Спасибо за внимание!