



Общая Физика НИЯУ МИФИ

Механика

Лекция 02

Кинематика

Лектор: Доцент НИЯУ МИФИ.
Андрей Станиславович ОЛЬЧАК



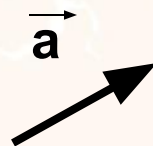
Кинематика: Описание движения (но НЕ объяснение!)

- Материальная точка
- Координаты (x, y, z)
- С.О. = С.К. + часы
- $\mathbf{r} = (x, y, z)$
- Перемещение $\Delta \mathbf{r}$
- Пройденное расстояние S
- Скорость $\mathbf{v}$
- Ускорение $\mathbf{a}$ или $\mathbf{w}$

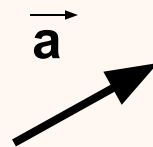
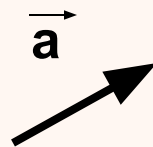


Some mathematics!

Операции с векторами (1)



Параллельные вектора = равные!.

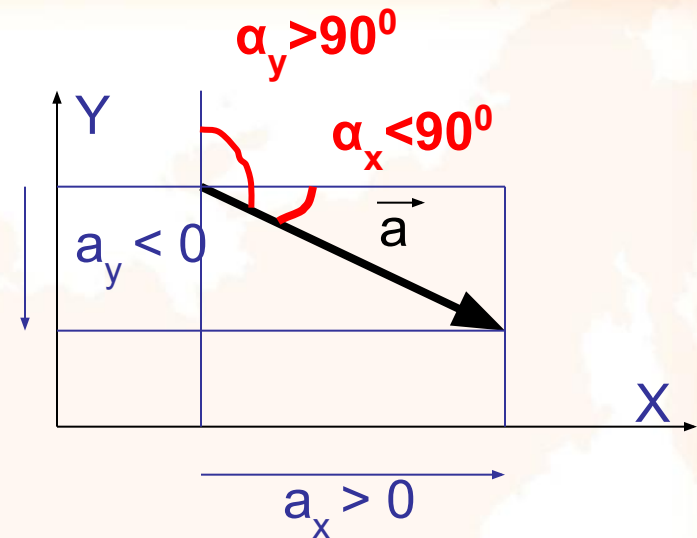




Some mathematics!

Операции с векторами (2)

$$a_x = |a| \cos(\alpha_x) > 0$$
$$a_y = |a| \cos(\alpha_y) < 0;$$

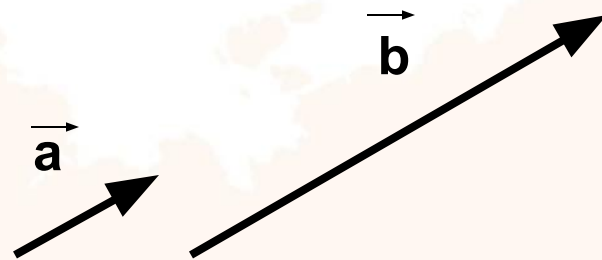




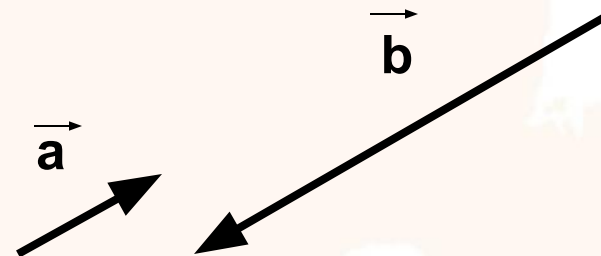
Some mathematics!

Операции с векторами (3)

$$\mathbf{b} = k\mathbf{a} \quad \Rightarrow \quad k = |\mathbf{b}| / |\mathbf{a}|$$



$$\mathbf{b} = k\mathbf{a} \quad \Rightarrow \quad k = -|\mathbf{b}| / |\mathbf{a}|$$

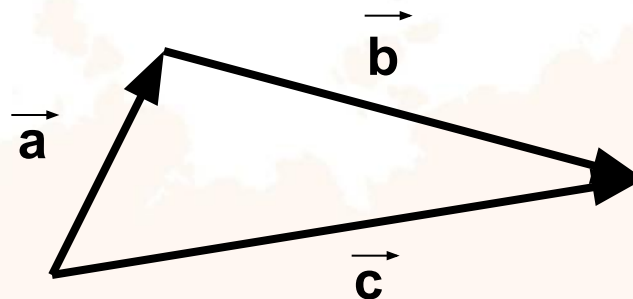




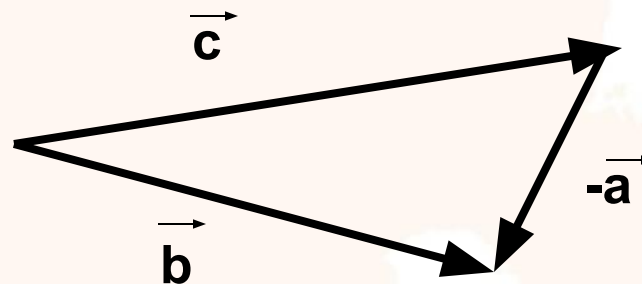
Some mathematics!

Операции с векторами (4)

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$



$$\vec{b} = \vec{c} - \vec{a} = \vec{c} + (-\vec{a})$$

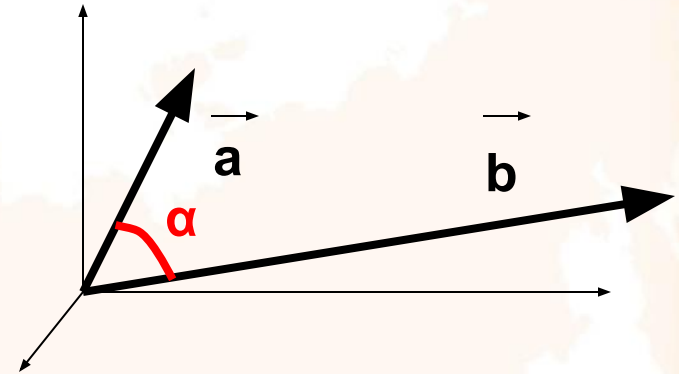




Some mathematics!

Операции с векторами (5)

$$\mathbf{a} = \{a_x, a_y, a_z\}; \mathbf{b} = \{b_x, b_y, b_z\};$$



Скалярное произведение:

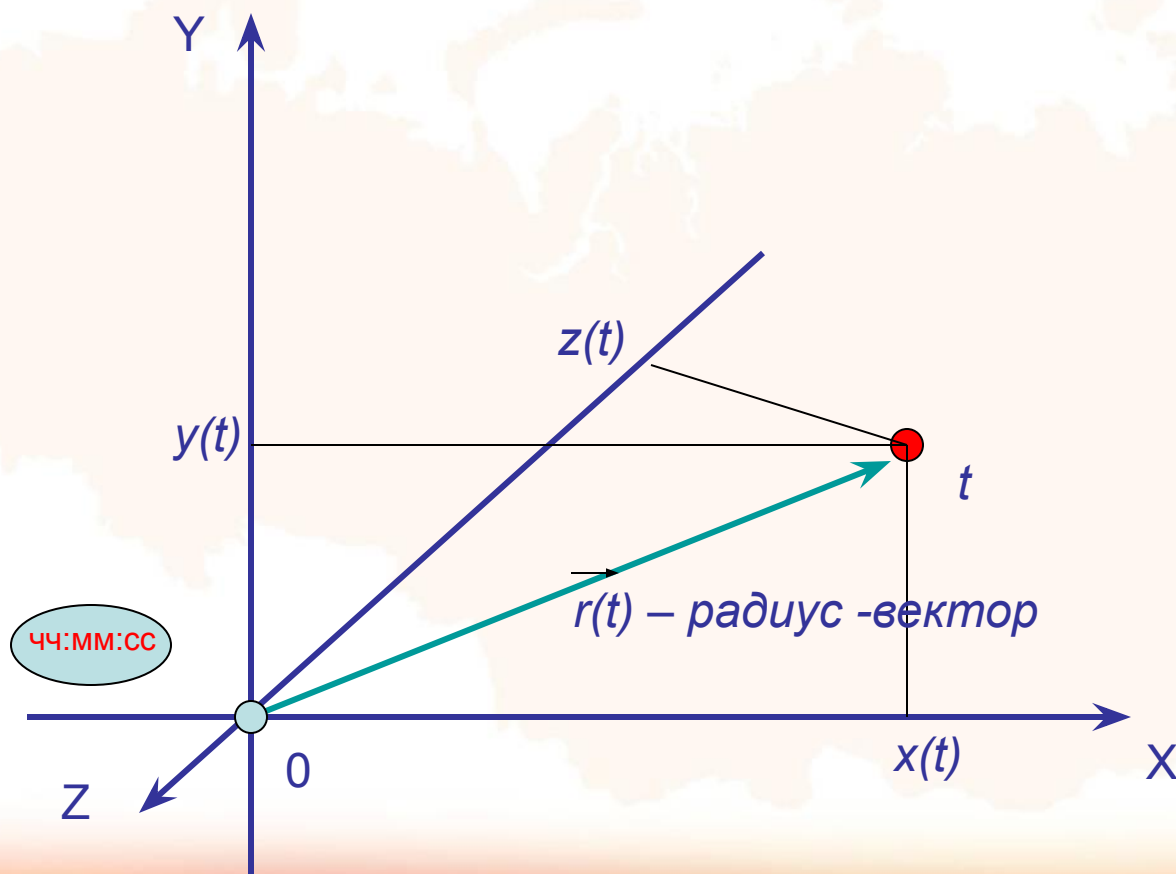
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos(\alpha)$$

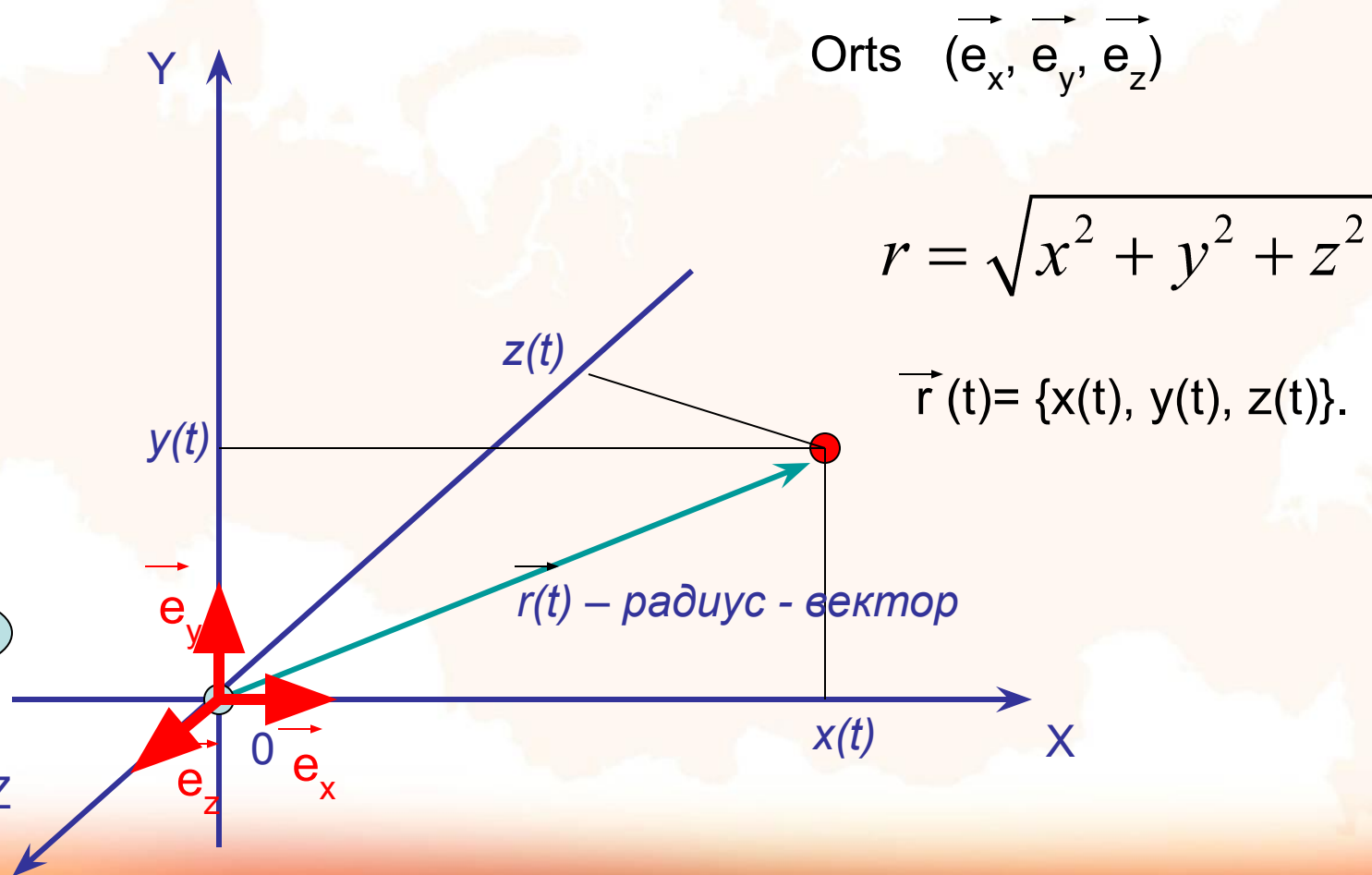
Абсолютное значение (модуль):

$$|\mathbf{a}|^2 = (\mathbf{a}, \mathbf{a}) = a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 \Rightarrow |\mathbf{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$



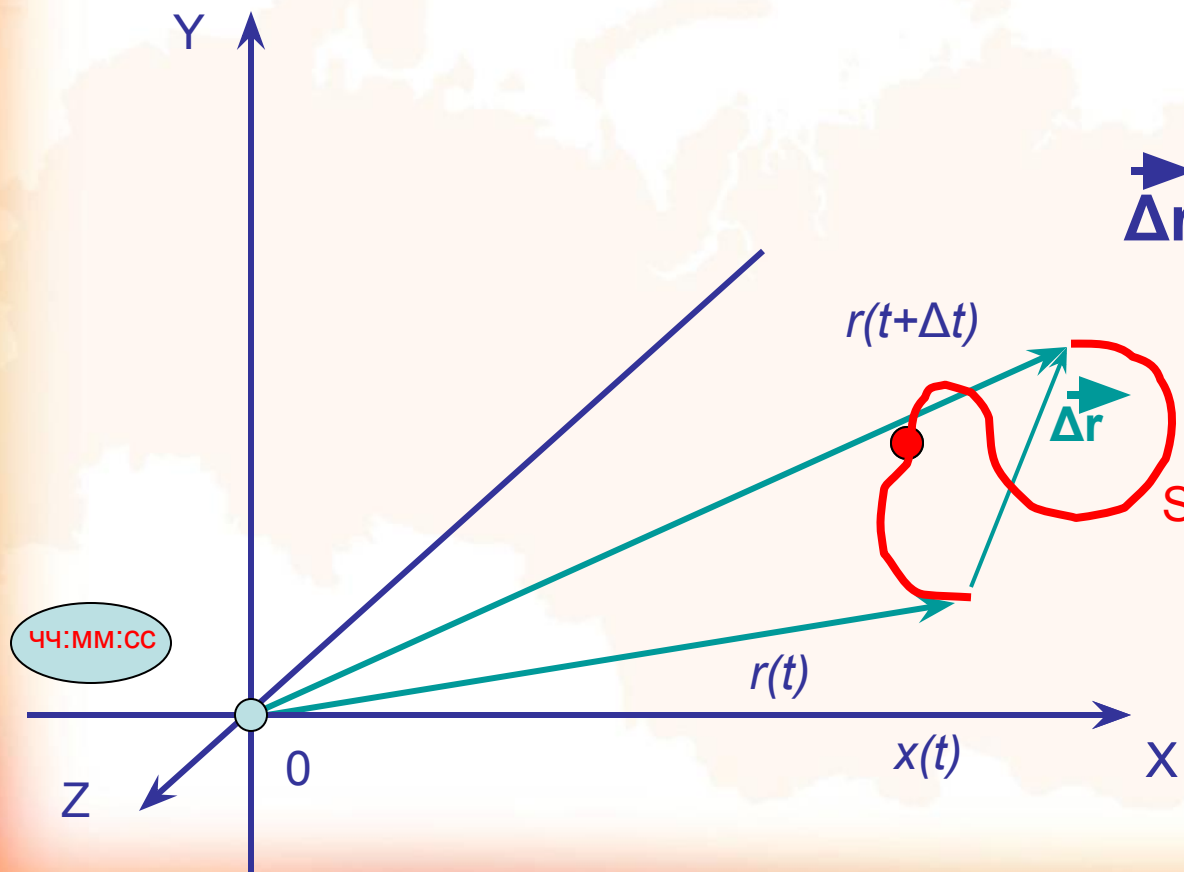
Система координат. Система отсчета





ЧЧ:ММ:СС

Relocation (Δr)



$$\vec{\Delta r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$$

Путь $S \geq |\Delta r|$



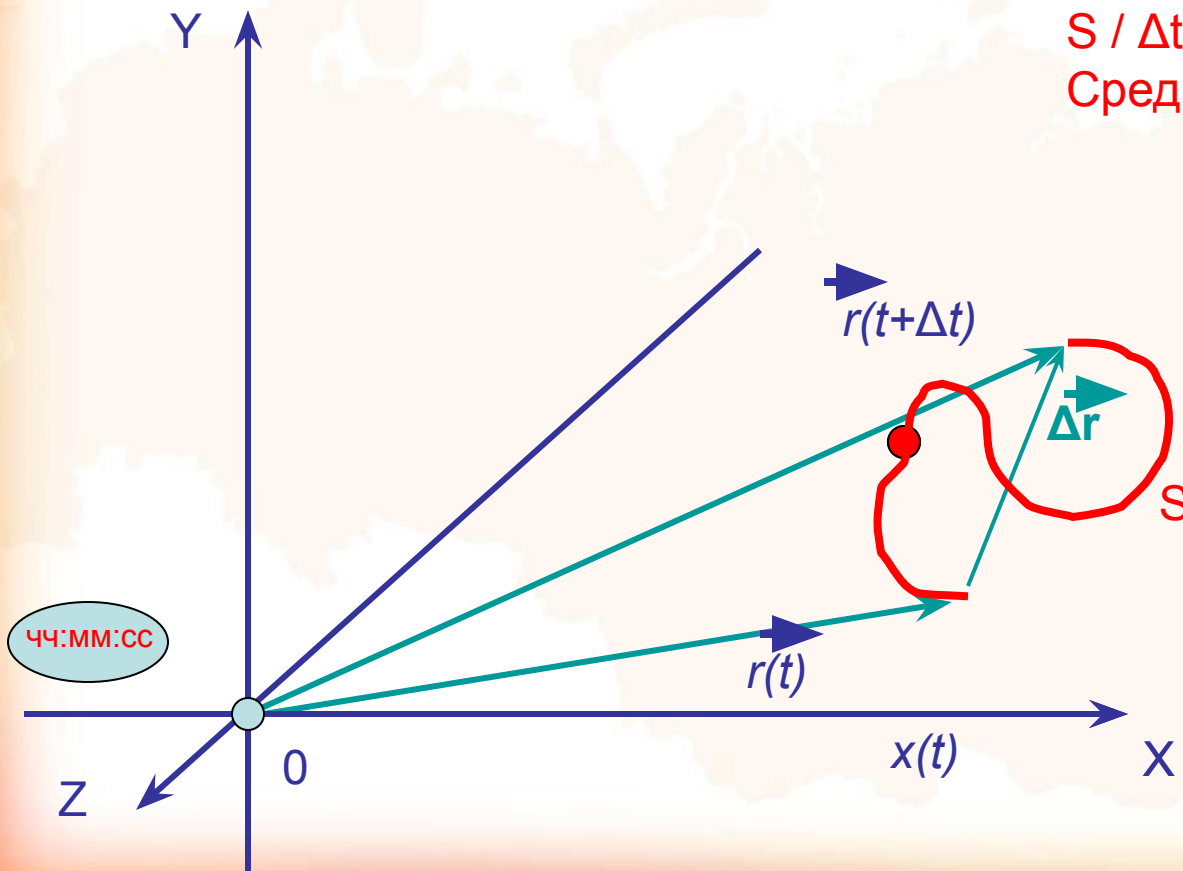
Средняя скорость

$$\vec{\Delta r} = \vec{\Delta r}_1 + \vec{\Delta r}_2$$

$$\vec{\Delta r} / \Delta t = \langle \vec{V} \rangle$$

$$S / \Delta t = \langle |V| \rangle$$

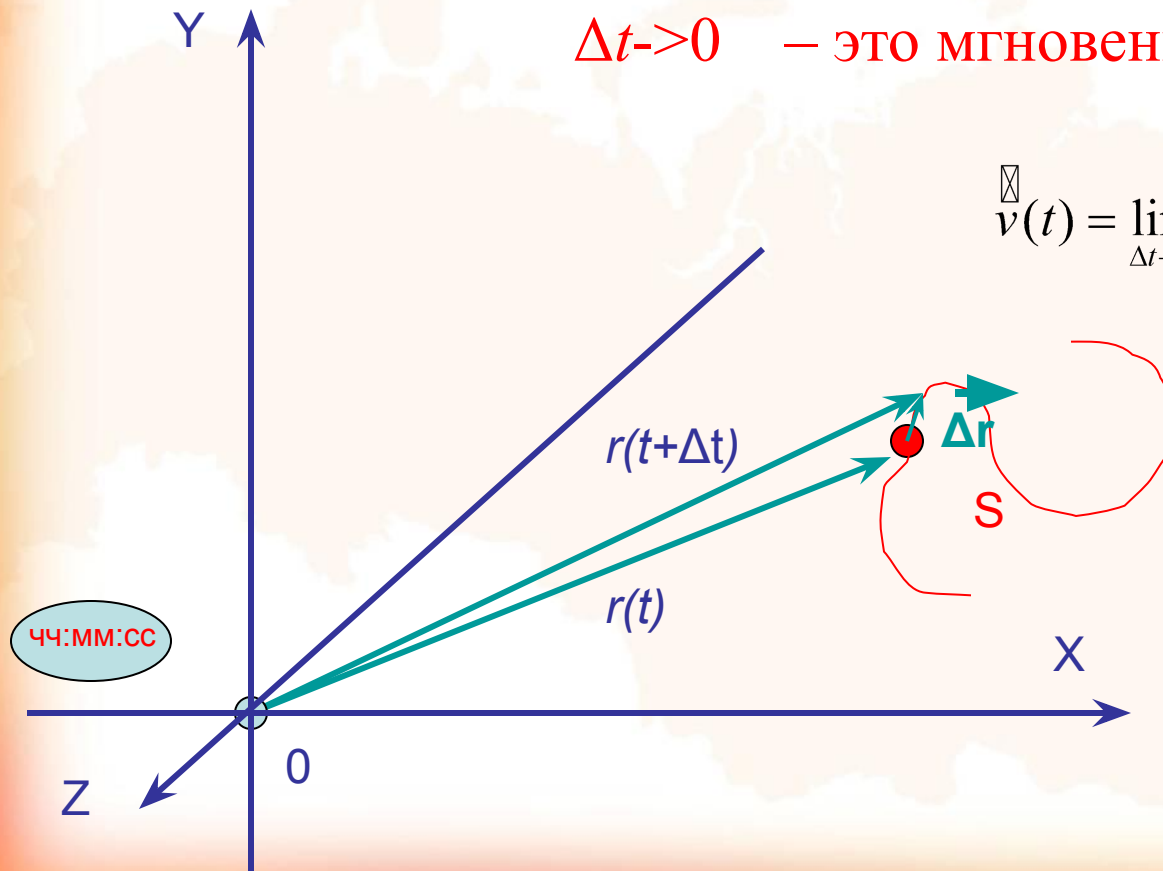
Средний модуль скорости



$$\Delta \vec{r} / \Delta t = \vec{V}$$

$\vec{V}$ - средняя скорость, но если
 $\Delta t \rightarrow 0$ – это мгновенная скорость

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$





Мгновенная скорость



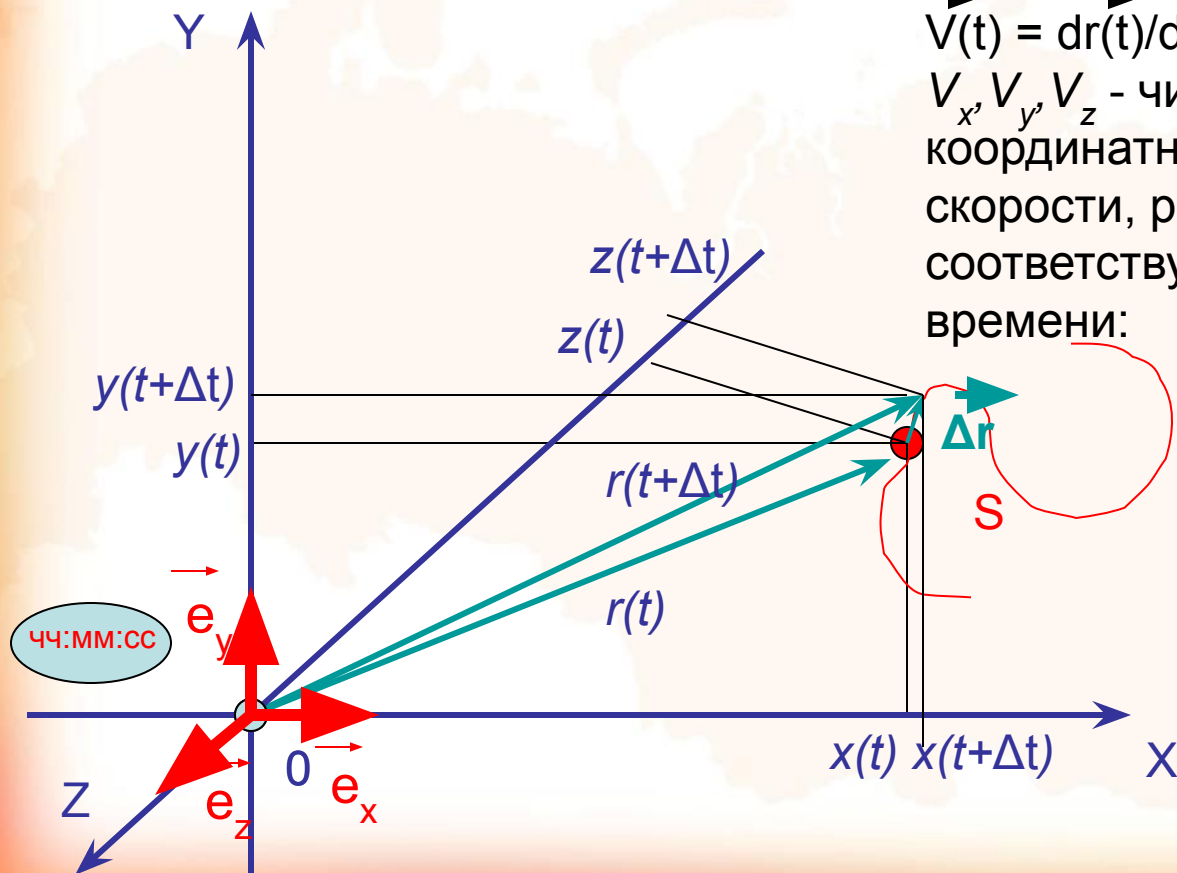
$\vec{V}(t) = d\vec{r}(t)/dt$ - скорость - это производная от функции $\vec{r}(t)$ по времени



Скорость, как вектор, раскладывается на координатные компоненты:

$\vec{V}(t) = d\vec{r}(t)/dt = V_x \vec{e}_x + V_y \vec{e}_y + V_z \vec{e}_z$, где V_x, V_y, V_z - численные значения координатных компонент мгновенной скорости, равные производным от соответствующих координат по времени:

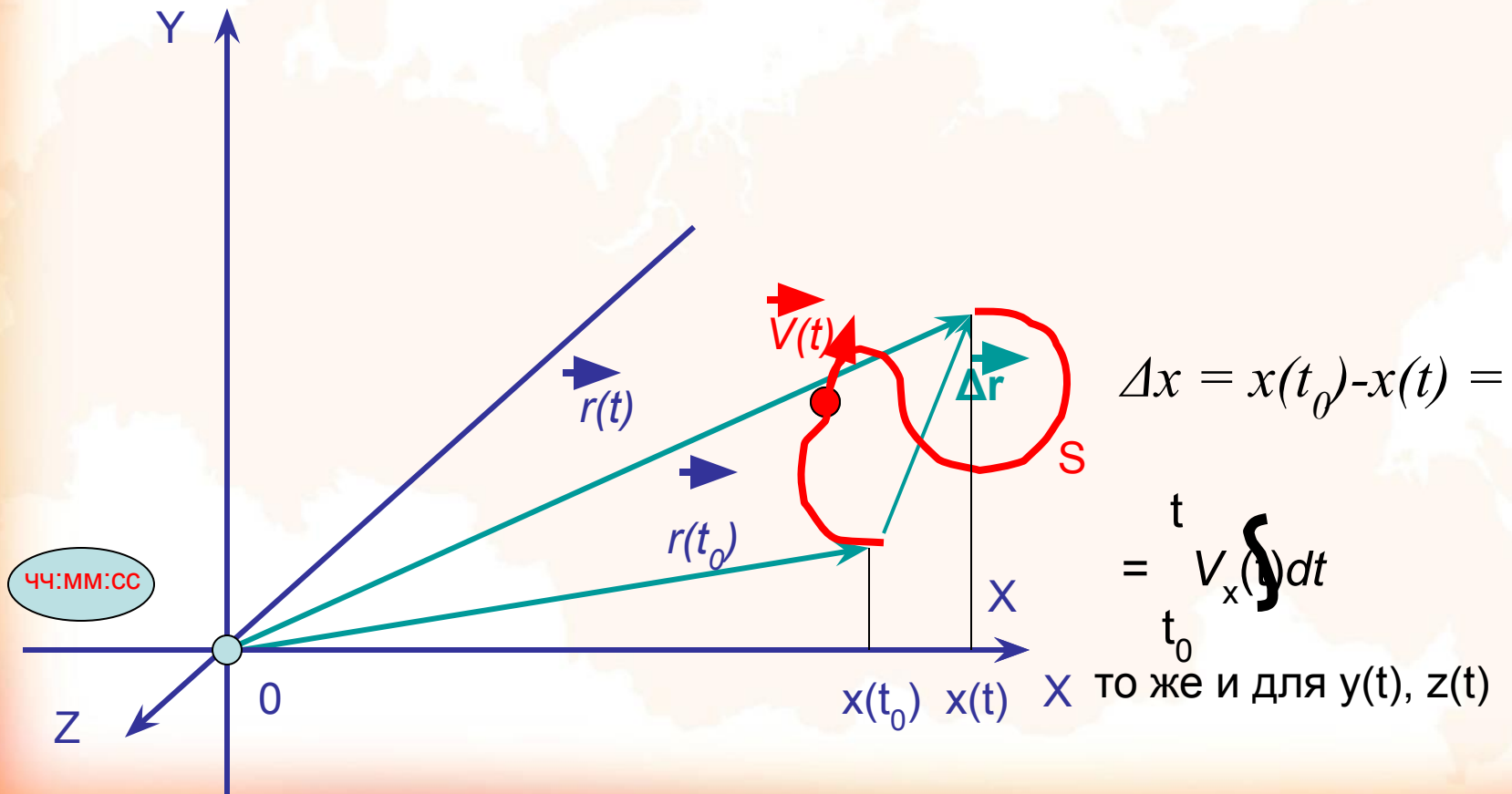
$$\begin{aligned} V_x &= dX(t)/dt \\ V_y &= dY(t)/dt \\ V_z &= dZ(t)/dt \end{aligned}$$





Мгновенная скорость

$$\vec{V}(t) = d\vec{r}(t)/dt$$

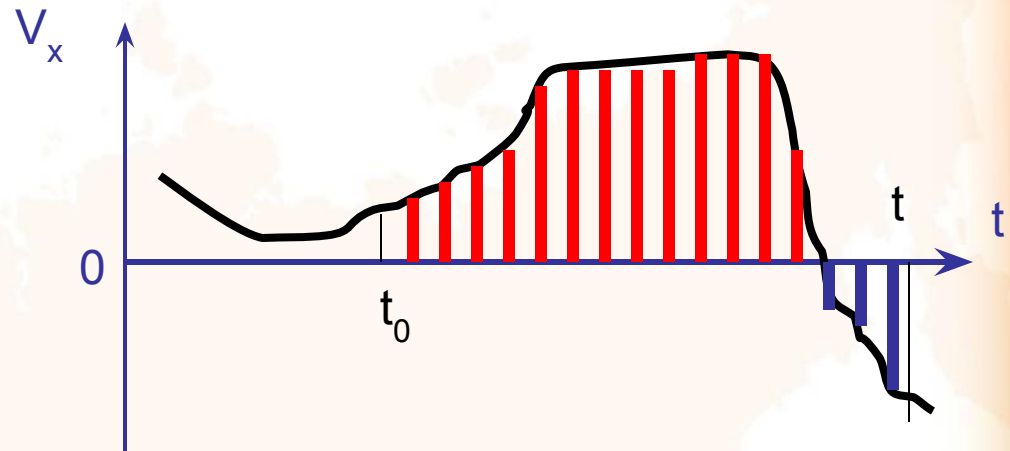


:

$$\Delta x = x(t_0) - x(t) =$$

$$= \int_{t_0}^t V_x(t) dt$$

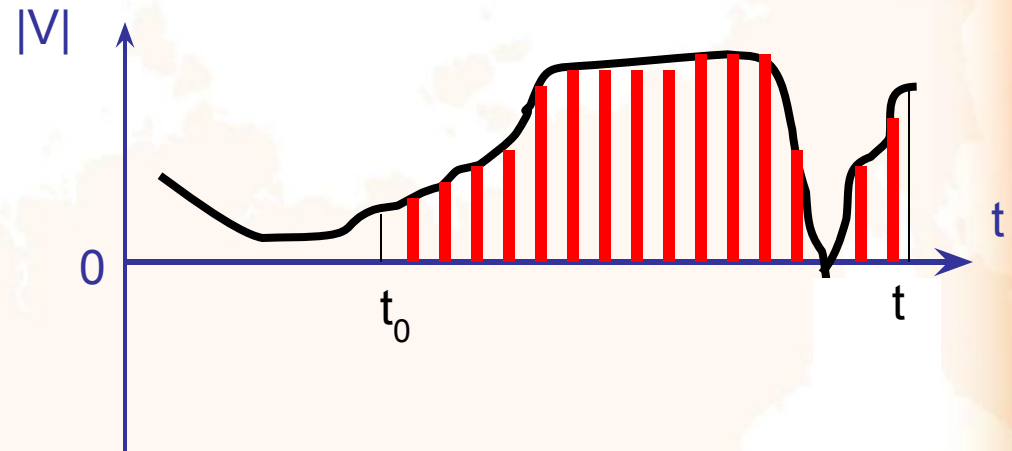
The same for $y(t)$, $z(t)$



$\Delta x = x(t_0) - x(t)$ численно равна площади под графиком $V_x(t)$ между t_0 и t .
Площадь под осью ОХ учитывается со знаком «минус»

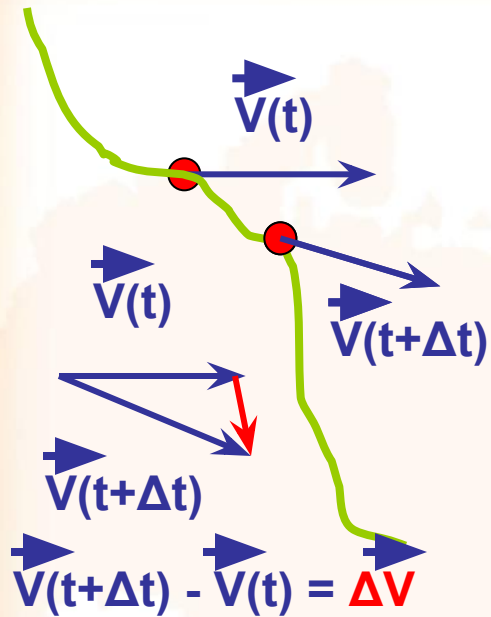
$$dS = |V(t)|dt$$

$$S = \int_{t_0}^t |V(t)|dt$$



$\Delta x = x(t_0) - x(t)$ численно равна площади под графиком $V_x(t)$ между t_0 и t .
Площадь под осью ОХ учитывается со знаком «плюс»

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{x^2(t) + \dot{v}^2(t) + \dot{z}^2(t)}$$



$$\vec{w} = \Delta \vec{V} / \Delta t$$

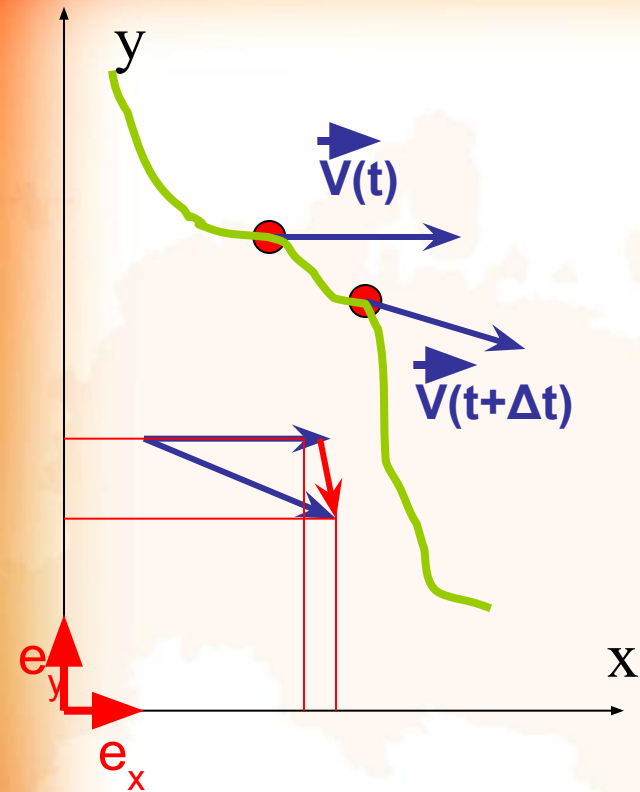
Мгновенное ускорение:

$$\vec{w} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{w}(t) = d\vec{V}(t)/dt = d^2\vec{r}(t)/dt^2$$



Ускорение



$$\vec{W}(t) = W_x \vec{e}_x + W_y \vec{e}_y + W_z \vec{e}_z$$

$$W_x = dV_x(t)/dt = d^2X(t)/dt^2$$

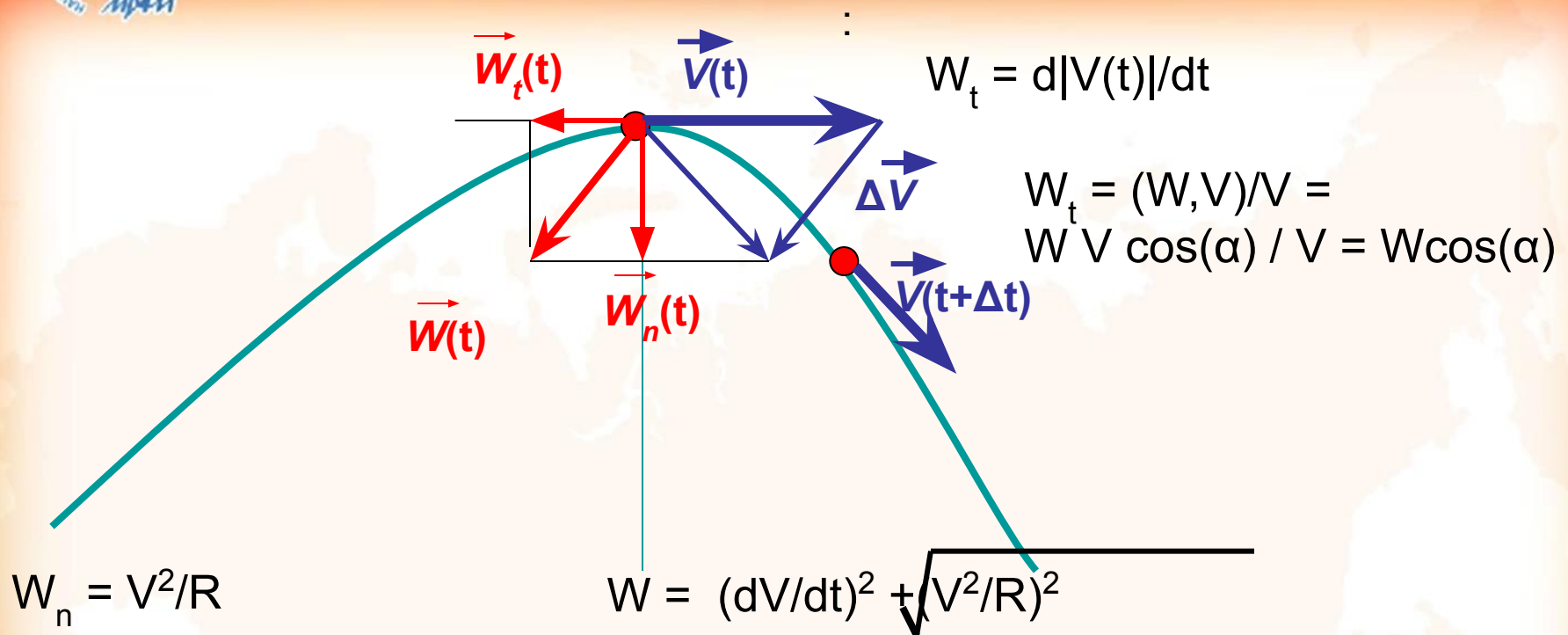
$$W_y = dV_y(t)/dt = d^2Y(t)/dt^2$$

$$W_z = dV_z(t)/dt = d^2Z(t)/dt^2$$

$$W = \sqrt{W_x^2 + W_y^2 + W_z^2}$$

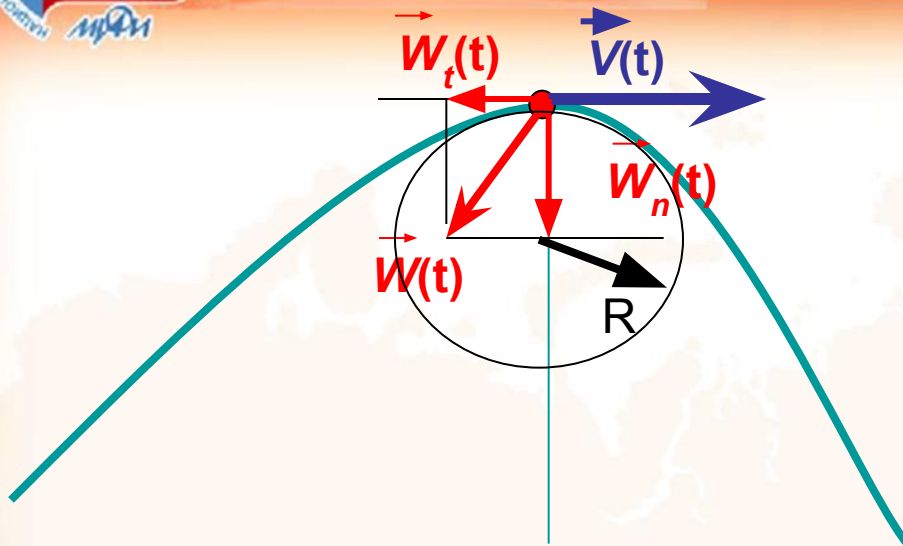


Нормальное и тангенциальное ускорения





Нормальное и тангенциальное ускорения

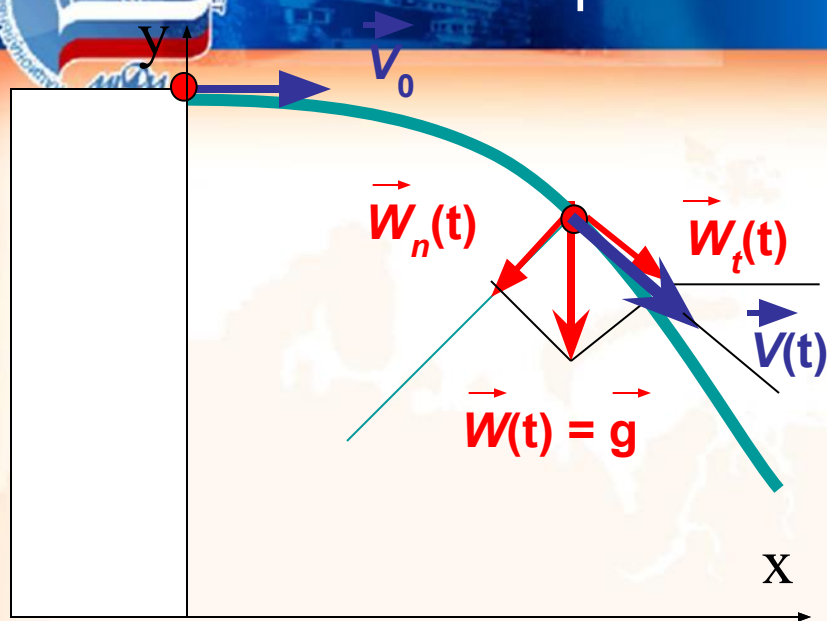


$$W_n = V^2/R$$

$$W = \sqrt{(dV/dt)^2 + (V^2/R)^2}$$



Нормальное и тангенциальное ускорения



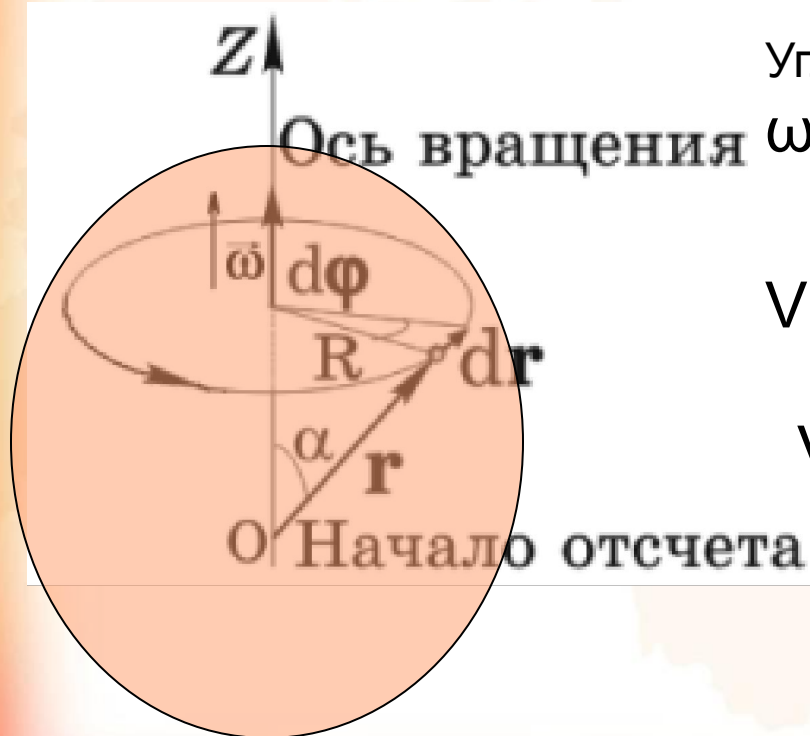
$$V = V_0 + gt$$

$$V = \sqrt{V_0^2 + (gt)^2}$$

$$W_t = dV/dt = d(\sqrt{V_0^2 + (gt)^2})/dt = g^2t / \sqrt{V_0^2 + (gt)^2}$$

$$W_n = \sqrt{g^2 - W_t^2} = V_0g / \sqrt{V_0^2 + (gt)^2}$$

$$R = V^2 / W_n = (V_0^2 + (gt)^2)^{3/2} / V_0g$$



Угловая скорость:

$$\omega = d\varphi/dt \text{ [rad / s] = [s}^{-1}\text{]}$$

$$V = dr/dt = R d\varphi/dt = R\omega = \omega r \sin(\alpha)$$

$$V = [\omega, r] = \omega r \sin(\alpha) = R\omega$$

Векторное произведение

$$\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}]$$

$\vec{c}$ перпендикулярен и $\vec{a}$, и $\vec{b}$

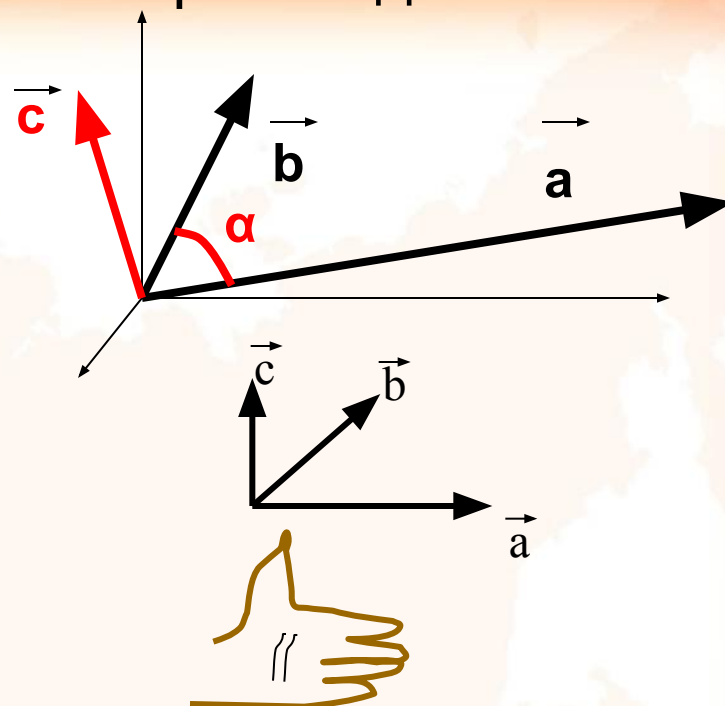
$$c = ab \sin(\alpha),$$

$$c_x = a_y b_z - a_z b_y$$

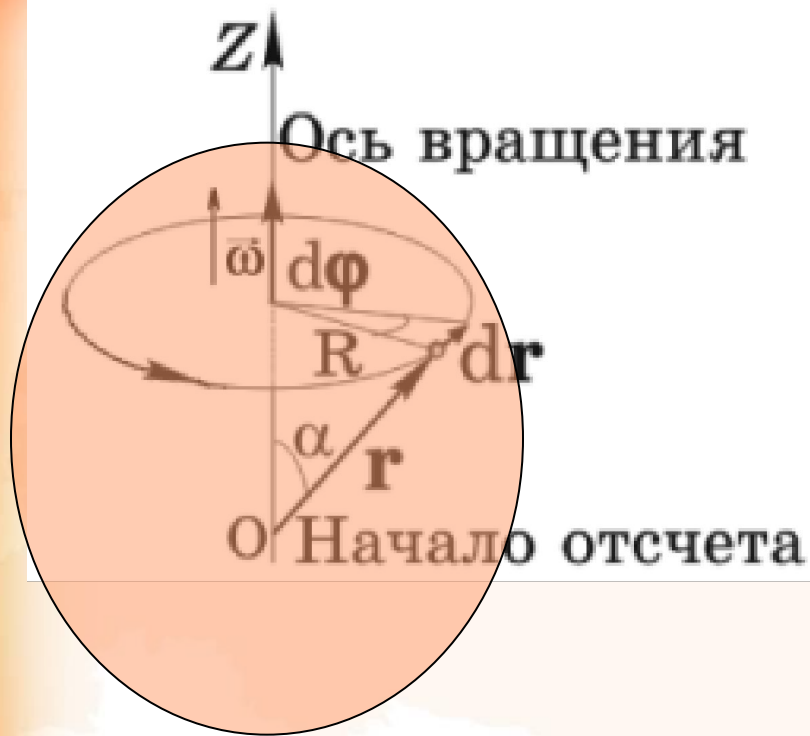
$$c_y = a_z b_x - a_x b_z$$

$$c_z = a_x b_y - a_y b_x$$

Правило левой руки.



$$\vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \vec{i}(a_y b_z - a_z b_y) - \vec{j}(a_x b_z - a_z b_x) + \vec{k}(a_x b_y - a_y b_x)$$



Угловое ускорение:

$$\beta = d\omega/dt \text{ [rad/s}^2\text{]} = [\text{s}^{-2}]$$

$$W_t = \beta R$$

$$W_t = [\beta, r]$$

$$W = \sqrt{W_t^2 + W_n^2} = \sqrt{(\beta r \sin(\alpha))^2 + (V^2/R)^2} = R \sqrt{\beta^2 + \omega^4}$$



Механика

Продолжение следует.....