



# Управление рисками

ЛЕКЦИИ 1-2

# Вероятностная постановка принятия предпочтительных решений

Риск – случайная (вероятностная) категория, поэтому в процессе оценки неопределенности и количественного определения степени риска используются вероятностные расчеты.

# Вероятностная постановка принятия предпочтительных решений

Главными показателями статистического (вероятностного) метода расчета риска являются:

- среднее ожидаемое значение  $\mu$  результата деятельности, изучаемой случайной величины (доход, прибыль, дивиденды и т.п.);
- дисперсия  $\sigma^2$  – средневзвешенное из квадратов отклонений действительных результатов от средних ожидаемых;
- стандартное (среднеквадратическое) отклонение  $\sigma$ ;
- коэффициент вариации (V);
- распределение вероятности изучаемой случайной величины.

# Вероятностная постановка принятия предпочтительных решений

Для ограниченного числа ( $n$ ) возможных значений случайной величины ее среднее ожидаемое значение определяется из выражения (средняя величина представляет собой обобщенную количественную характеристику ожидаемого результата):

$$\mu = \sum_{i=1}^n X_i P_i,$$

где  $X_i$  – значение случайной величины;

$P_i$  – вероятность появления случайной величины.

# Вероятностная постановка принятия предпочтительных решений

Дисперсия ( $\sigma^2$ ) и среднее квадратическое отклонение ( $\sigma$ ) служат мерами абсолютного рассеяния и измеряются в тех же физических единицах, в каких измеряется варьирующийся признак:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 P_i,$$

возможен расчет дисперсии по упрощенной формуле:

$$\sigma^2 = P_{\max} (X_{\max} - \mu)^2 + P_{\min} (\mu - X_{\min})^2;$$

тогда среднее квадратическое отклонение от среднего ожидаемого значения (разброс):

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 P_i}, \quad V = \sigma / \mu,$$

где  $V$  – коэффициент вариации, который представляет собой отношение среднего квадратического отклонения к среднему ожидаемому значению случайной величины и показывает степень отклонения полученных результатов.

# Вероятностная постановка принятия предпочтительных решений

Шкала колеблемости риска в зависимости от значения коэффициента вариации:

- ▶ приемлемый риск -  $V$  - до 0,25;
- ▶ допустимый риск -  $V$  - 0,25 – 0,50;
- ▶ критический риск -  $V$  - 0,50 – 0,75;
- ▶ катастрофический риск -  $V$  - свыше 0,75.

# Пример

**Пример 1.1.** Сравним по риску вложения в акции трех типов: А, В, С, если каждая из них по-своему откликнется на возможные рыночные ситуации, достигая с известными вероятностями определенных значений доходности, заданных в таблице.

Тип акции	Ситуация 1		Ситуация 2	
	вероятность	доходность, %	вероятность	доходность, %
А	0,50	20,0	0,50	10,0
В	0,99	15,1	0,01	5,1
С	0,70	13,0	0,30	7,0

# Пример

Для акции  $A$  находим:

$$M_A = 20 \cdot 0,5 + 10 \cdot 0,5 = 15\%$$

$$\sigma_A^2 = (20 - 15)^2 \cdot 0,5 + (10 - 15)^2 \cdot 0,5 = 25;$$

$$\sigma_A = \sqrt{25} = 5\%; V_A = \frac{5}{15} \cdot 100\% = 33,3\%.$$



# Пример

Для акции  $B$  находим:

$$M_B = 15,1 \cdot 0,99 + 5,1 \cdot 0,01 = 15\%:$$

$$\sigma_B^2 = (15,1 - 15)^2 \cdot 0,99 + (5,1 - 15)^2 \cdot 0,01 = 0,995$$

$$\sigma_B = \sqrt{0,995} = 0,9975\%. V_B = \frac{0,9975}{15} \cdot 100\% = 6,6\%.$$

Для акции  $C$  находим:

$$M_C = 13 \cdot 0,7 + 7 \cdot 0,3 = 11,2\%:$$

$$\sigma_C^2 = (13 - 11,2)^2 \cdot 0,7 + (7 - 11,2)^2 \cdot 0,3 = 7,56:$$

$$\sigma_C = \sqrt{7,56} = 2,75\%. V_C = \frac{2,75}{11,2} \cdot 100\% = 24,6\%.$$

# Пример

Так как наименьшее значение коэффициента вариации имеем для акции  $B$ , то и вложения в эту акцию наиболее предпочтительны, тем более что и  $\sigma_B = 0,995\%$  наименьшее.


# Критерии оптимальности принятия решений в условиях неопределенности и риска

В некоторых ситуациях лицу, принимающему решение, противостоит не разумный противник, а природа, которая действует случайно.

I. Принятие решений в условиях полной неопределенности.

Пусть рассматривается игра с природой с четырьмя стратегиями игрока А и тремя состояниями природы П. Матрица выигрышей задана табл. 1.1:

Матрица выигрышей				Расчетные показатели			
	П1	П2	П3	$M_i$	$a_i$	$\omega_i$	$\gamma_i$
A1	20	30	15	21.7	15	30	21
A2	75	20	35	43.3	20	75	40
A3	25	80	25	43.3	25*	80	47*
A4	85	5	45	45*	5	85*	37



Если данных о вероятностях состояний среды (природы) не имеется, то лицо, принимающее решения, находится в условиях неопределенности.

Основной метод, позволяющий найти оптимальное решение в условиях неопределенности, состоит в формулировке некоторой гипотезы о поведении среды, позволяющей дать каждому альтернативному решению числовую оценку

Рассмотрим некоторые критерии, используемые при выборе оптимальной стратегии игрока в условиях неопределенности.

# 1. Критерий Байеса — Лапласа.

В качестве оптимальной выбирается та стратегия, которая дает максимум математического ожидания выигрыша, т. е.

$$\max_i \left\{ \sum_j a_{ij} p_j \right\},$$

где  $p_j$  — вероятность реализации состояния  $\Pi_j$ .

Поскольку в нашем примере вероятности неизвестны, то предполагается равновероятность состояний природы (критерий Лапласа).

# 1. Критерий Байеса — Лапласа.

В столбце  $M_i$  табл. 1.1 указаны средние арифметические

$$M_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_{ij}.$$

Из величин  $M_i$  максимальное значение равно 45 (отмечено «\*»), следовательно, оптимальной является стратегия А4.

## 2. Максиминный критерий Вальда (критерий пессимиста).

В качестве оптимальной выбирается та стратегия, при которой минимальный выигрыш максимален, т. е.

$$\max_i \min_j a_{ij}.$$

Критерий является пессимистическим, поскольку считается, что природа будет действовать наихудшим образом для человека.

$$\alpha_i = \min_j a_{ij}$$

В столбце  $\alpha_i$  табл. 1.1 указаны

из величин  $\alpha_i$  максимальная величина есть 25, следовательно, оптимальной является стратегия А3



### 3. Критерий максимума (критерий оптимиста).

В качестве оптимальной выбирается та стратегия, при которой максимальный выигрыш максимален, т. е.

$$\max_i \max_j a_{ij}.$$

Критерий является оптимистическим, считается, что природа будет наиболее благоприятна для человека.

В столбце  $\omega_i$ , таблицы указаны

$$\omega_i = \max_j a_{ij}$$

из величин  $\omega_i$ , максимальная равна 85. следовательно, оптимальной является стратегия A4

## 4. Критерий Гурвица.

В качестве оптимальной выбирается та стратегия, при которой максимальна линейная комбинация минимального и максимального выигрышей, т. е.

$$\max_i \left\{ \lambda \min_j a_{ij} + (1 - \lambda) \max_j a_{ij} \right\}, \quad 0 \leq \lambda \leq 1,$$

Если  $\gamma = 1$  критерий Гурвица превращается в пессимистический критерий Вальда, а при  $\gamma = 0$  — в критерий крайнего оптимизма. Обычно показатель  $\gamma$  принимается в пределах от 0,5 до 0,7. Пусть  $\gamma = 0.6$ ,

В столбце  $\gamma_i$ , табл. 1,1 указаны  $\gamma = 0,6a_i + 0,4 \omega_i$

Из величин  $\gamma_i$ , максимальная равна 47, следовательно, оптимальной является стратегия А3

# 5. Критерий Сэвиджа (критерий сожалеющего пессимиста).

В качестве оптимальной выбирается та стратегия, при которой минимален максимальный риск. т. е.

$$\min_i \left\{ \max_j r_{ij} \right\}.$$

Риском называют разность между выигрышем, который можно получить, если знать действительное состояние природы, и выигрышем, который будет получен при отсутствии этой информации, т. е.,

$$r_{ij} = \max_j a_{ij} - a_{ij}.$$

# 5. Критерий Сэвиджа (критерий сожалеющего пессимиста).

В столбце  $\delta$  (дельта) построенной матрицы риска (табл. 1.2) указаны

$$\delta_i = \max_j r_{ij}.$$

из величин  $\delta_i$ , минимальная равна 60. следовательно, оптимальной является любая из стратегий  $A_2, A_3$

Каждый из рассмотренных критериев не может быть признан вполне удовлетворительным для окончательного выбора решений, однако их совместный анализ позволяет более наглядно представить последствия принятия тех или иных управленческих решений.

**Матрица риска**

	$H_1$	$H_2$	$H_3$	$\delta_i$
$A_1$	65	50	30	65
$A_2$	10	60	10	60*
$A_3$	60	0	20	60*
$A_4$	0	75	0	75

# Пример

**Пример 1.10.** Фирма производит детские платья и костюмы, реализация которых зависит от состояния погоды. Затраты фирмы в течение августа — сентября на единицу продукции составили: платья — 7 ден. ед., костюмы — 28 ден. ед. Цена реализации составляет 15 и 50 ден. ед. соответственно.

По данным наблюдений за несколько предыдущих лет фирма может реализовать в условиях теплой погоды 1950 платьев и 610 костюмов, а при прохладной погоде — 630 платьев и 1050 костюмов.

В связи с возможными изменениями погоды определить стратегию фирмы в выпуске продукции, обеспечивающую ей максимальный доход от реализации продукции. Задачу решить с использованием критериев природы, приняв  $\lambda = 0,5$ .

# Пример

Фирма располагает двумя стратегиями:

- $A_1$  — в этом году будет теплая погода;
- $A_2$  — погода будет прохладная.

Возможные состояния природы:

- $B_1$  — будет теплая погода;
- $B_2$  — будет прохладная погода.

При выборе стратегии  $A_1$  и состоянии погоды  $B_1$  доход фирмы составит:

$$1950 \cdot (15 - 7) + 610 \cdot (50 - 28) = 29020 \text{ ден. ед.}$$

# Пример

При выборе стратегии  $A_1$  и состоянии погоды  $B_2$  доход фирмы составит:

$$630 \cdot (15 - 7) + 610 \cdot (50 - 28) - 7 \cdot (1950 - 630) = 9220 \text{ ден. ед.}$$

Рассматривая фирму и погоду в качестве двух игроков, запи-

При выборе платежную матрицу со столбцами  $M_i, \alpha_i, \omega_i, \gamma_i$ .

Фирмы

составит:

	$B_1$	$B_2$	$M_i$	$\alpha_i$	$\omega_i$	$\gamma_i$
$A_1$	29020	9220	19120*	9220*	29020*	19120*
$A_2$	6140	28140	17140	6140	28140	17140

$$630 \cdot (15 - 7) + 1050 \cdot (50 - 28) = 28140 \text{ ден. ед.}$$

При выборе стратегии  $A_2$  и состоянии погоды  $B_2$  доход фирмы составит:

$$630 \cdot (15 - 7) + 1050 \cdot (50 - 28) = 28140 \text{ ден. ед.}$$

# Пример

Рассматривая фирму и погоду в качестве двух игроков, запишем платежную матрицу со столбцами  $M_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $\omega_i$ ,  $\gamma_i$ .

	$B_1$	$B_2$	$M_i$	$\alpha_i$	$\omega_i$	$\gamma_i$
$A_1$	29020	9220	19120*	9220*	29020*	19120*
$A_2$	6140	28140	17140	6140	28140	17140



# Пример

Рассмотрим использование различных критериев природы.

*Критерий Лапласа:*  $\max M_i = 19120$ , т. е. фирме целесообразно использовать стратегию  $A_1$ .

*Критерий Вальда:*  $\max(\alpha_i) = 9220$ , т. е. фирме целесообразно использовать стратегию  $A_1$ .

*Критерий максимума:*  $\max(\omega_i) = 29020$ , т. е. фирме целесообразно использовать стратегию  $A_1$ .

*Критерий Гурвица:*  $\max(\gamma_i) = 19120$ , т. е. фирме целесообразно использовать стратегию  $A_1$ .

# Пример

*Критерий Сэвиджа.* Запишем матрицу риска  $r_{ij}$  со столбцом  $\delta_j$ :

	$B_1$	$B_2$	$\delta_j$
$A_1$	0	18920	18920*
$A_2$	22880	0	22880

$\min \delta_j = 18920$ , т. е. фирме целесообразно использовать стратегию  $A_1$ .

Оптимальной по всем критериям является стратегия  $A_1$ .

Таким образом, фирме целесообразно производить 1950 платьев и 610 костюмов, тогда при любой погоде она получит доход не менее 9220 ден. ед.