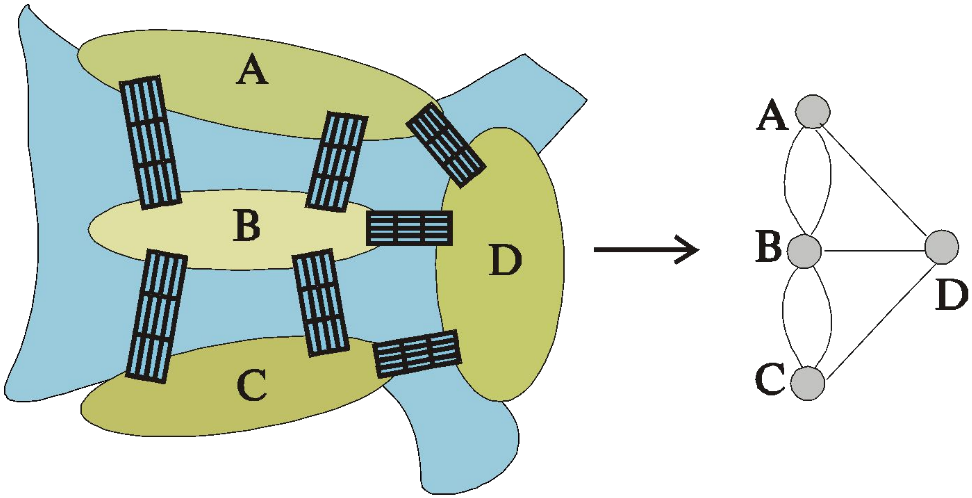
Основные понятия теории графов

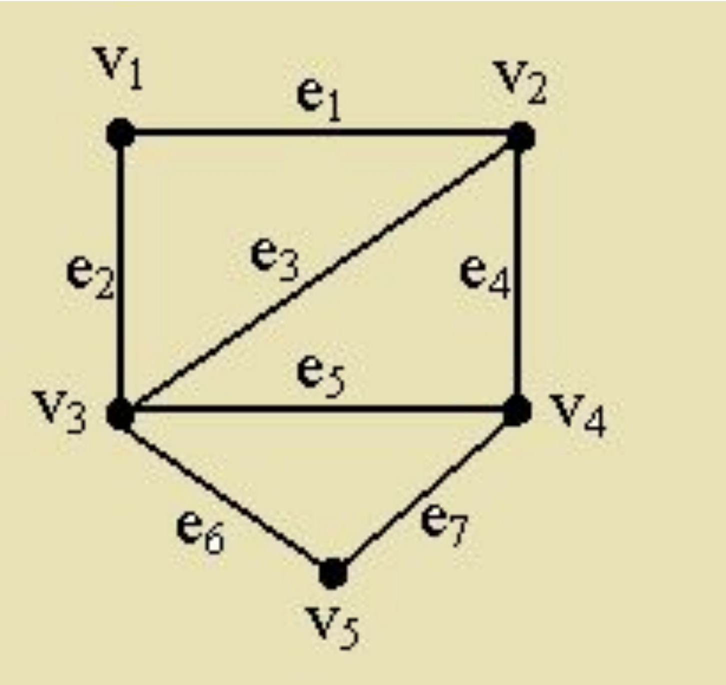
Из истории теории графов

- Основоположником теории графов считается Леонард Эйлер, который доказал невозможность маршрута прохождения всех четырех частей суши в задаче о кенигсбергских мостах (1736)



Основные понятия

Граф **$G=(V,E)$** состоит из двух множеств: конечного множества элементов, называемых ***вершинами***, и конечного множества элементов, называемых ***ребрами***.



Граф **$G=(V, E)$**

$V=\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

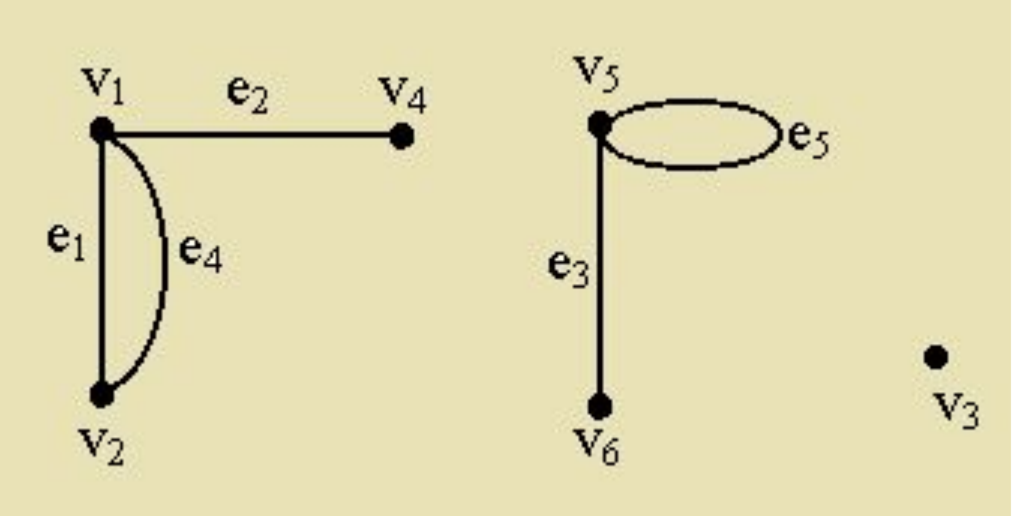
$E=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7\}$

Основные понятия

Вершины $\boldsymbol{v_i}$ и $\boldsymbol{v_j}$, определяющие ребро $\boldsymbol{e_k}$, называются ***концевыми вершинами*** ребра $\boldsymbol{e_k}$. Ребра с одинаковыми концевыми вершинами называются ***параллельными*** ($\boldsymbol{e_1}$,$\boldsymbol{e_4}$).

Петля– замкнутое ребро($\boldsymbol{e_5}$).

Ребро, принадлежащее вершине, называется ***инцидентным*** (ребро $\boldsymbol{e_1}$ инцидентно вершинам $\boldsymbol{v_1}$ и $\boldsymbol{v_2}$).

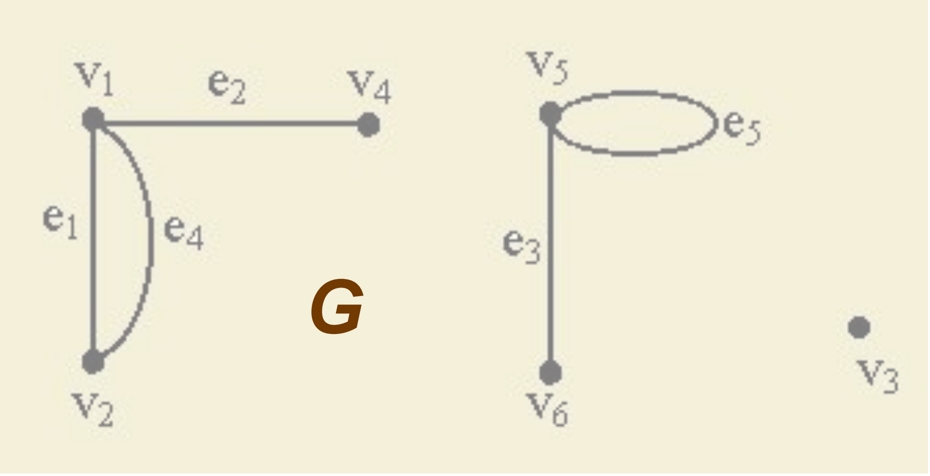


Основные понятия

Изолированная вершина не инцидентна ни одному ребру (v_3).

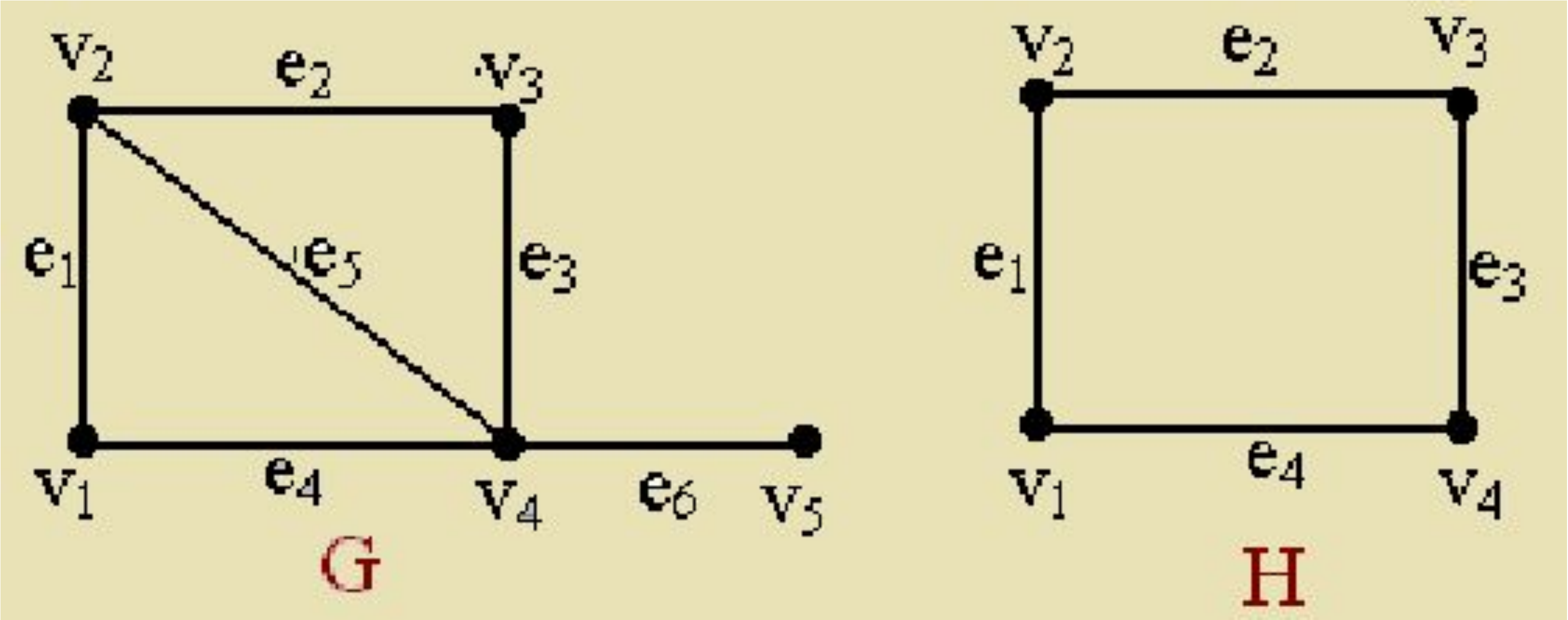
Две вершины ***смежны***, если они являются концевыми вершинами некоторого ребра (v_1, v_4).

Если два ребра имеют общую концевую вершину, они называются ***смежными*** (e_1, e_2).



Основные понятия

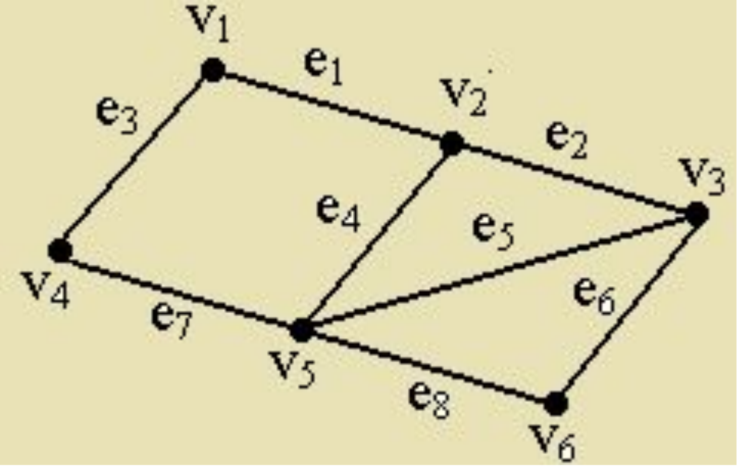
Подграф – любая часть графа, сама являющаяся графом.



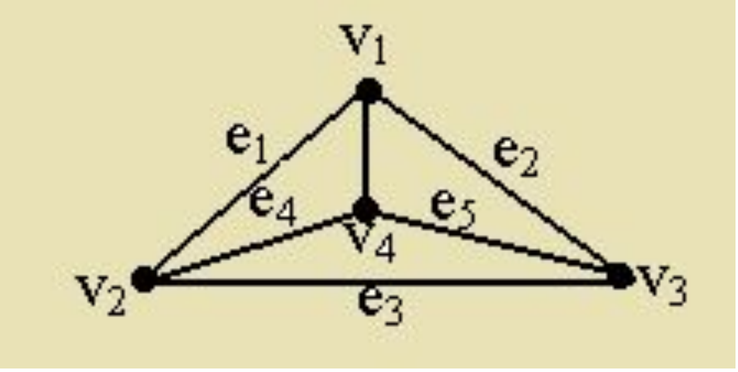
Подграф ***H*** графа ***G***

Виды графов

Граф ***G=(V,E)*** называется ***простым,*** если он не содержит петель и параллельных ребер.

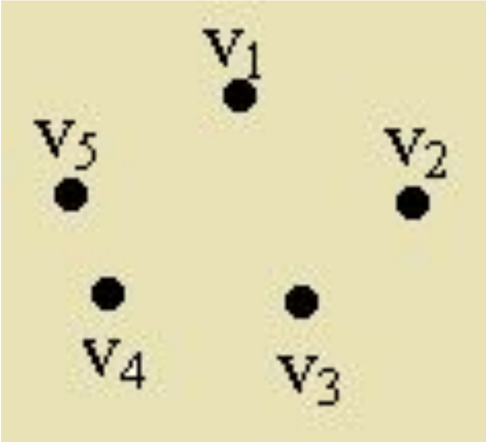


Граф ***G=(V,E)*** называется ***полным***, если он простой и каждая пара вершин смежна.

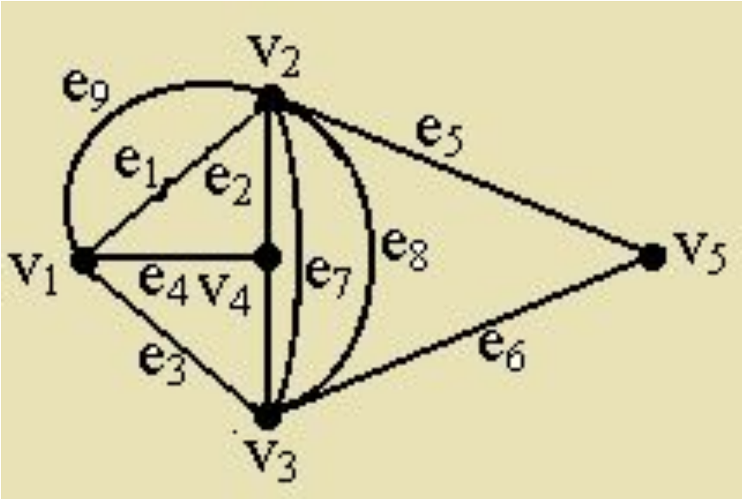


Виды графов

Ноль-граф - граф, множество ребер которого пусто.

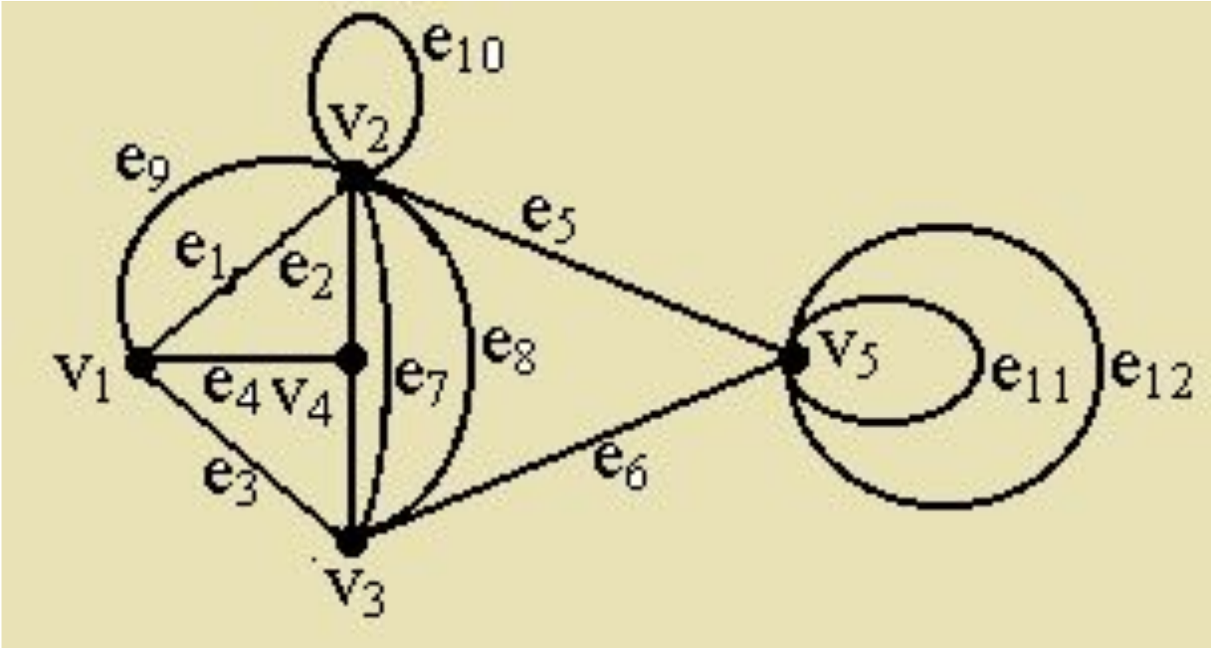


Граф ***G*** с кратными ребрами называется ***мультиграф.***



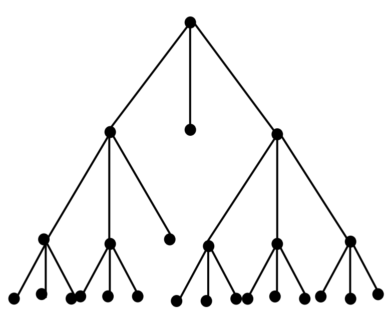
Виды графов

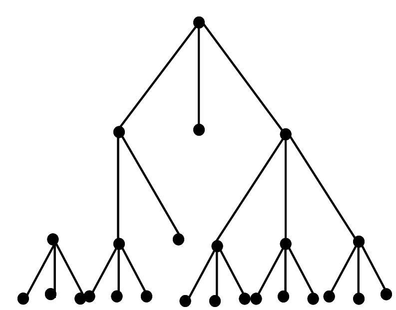
Граф ***G*** с петлями и кратными ребрами называется ***псевдограф***.



Виды графов

Особый интерес представляют связные ациклические графы, называемые деревьями. Дерево на множестве P вершин всегда содержит **q=p-1** ребер, т.е. минимальное количество ребер, необходимое для того, чтобы граф был связанным. При добавлении в дерево ребра образуется цикл, а при удалении хотя бы одного ребра дерево распадается на компоненты, каждая из который представляет собой также дерево или изолированную вершину. Несвязанный граф, компоненты которого являются деревьями, называется лесом.

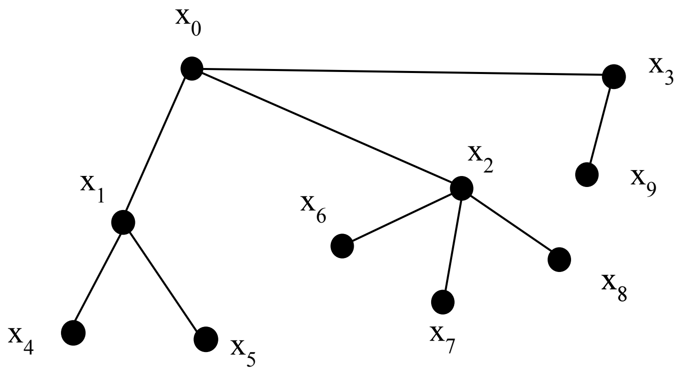




Виды графов

На практике широко используются такие виды графов, как деревья и прадеревья.

Деревом называется конечный связный неориентированный граф, состоящий, по крайней мере, из двух вершин и не содержащий циклов. Такой граф не имеет петель и кратных ребер

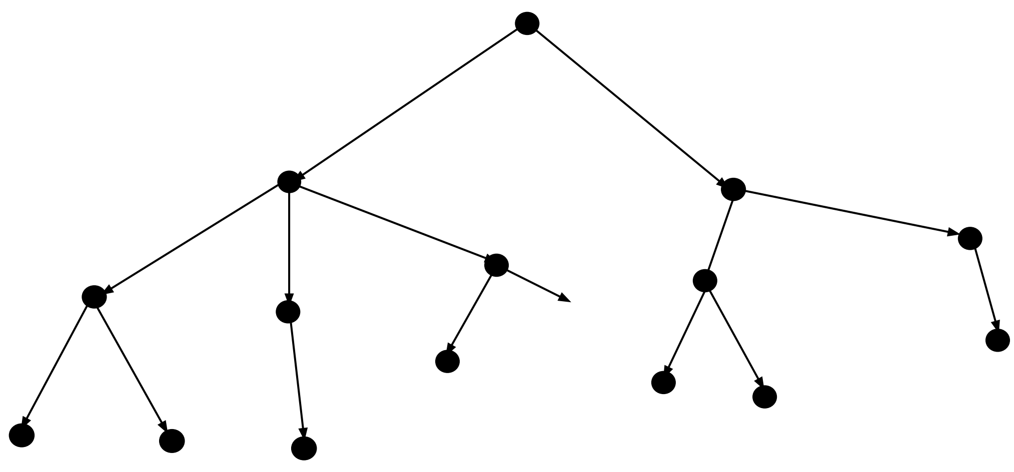


Ветвями дерева называются ребра графа, входящие в дерево. **Хордами дерева** называются ребра, входящие в граф, дополнительный к данному дереву. **Лагранжевым деревом** называется дерево, все ветви которого имеют общую вершину.

Виды графов

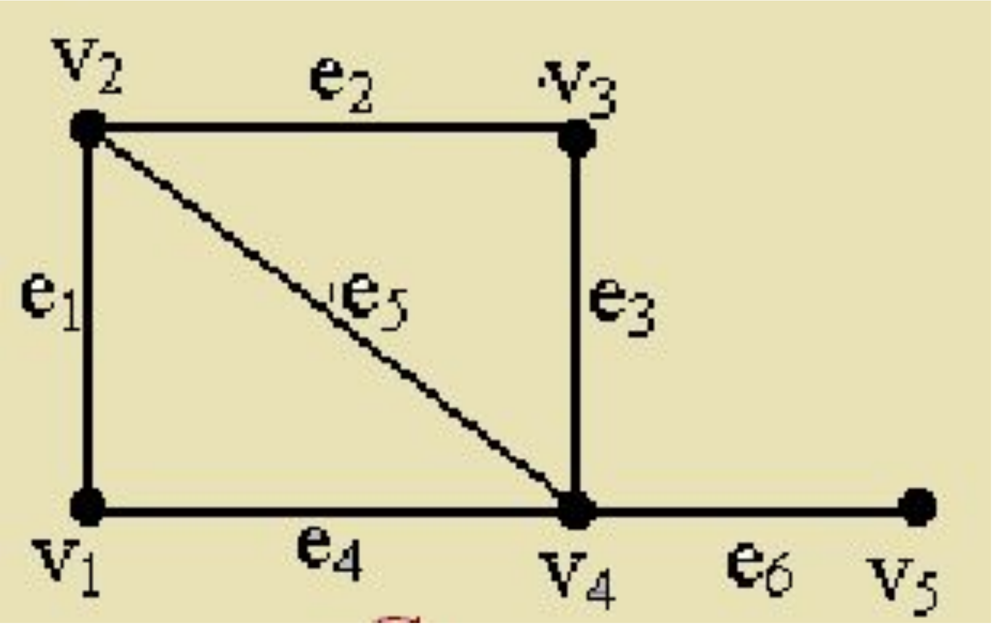
Лесом называется несвязный граф, каждая компонента связности которого является деревом.

Прадеревом называется ориентированный граф G(X) с корнем $x0 \in X$, если в каждую вершину $xi \neq x0$ $(xi \in X)$ заходит ровно одна дуга, а в корень x0 не заходит ни одна дуга. Прадерево не содержит контуров



Неориентированный граф

Граф **G**, рёбра которого не имеют определённого направления, называется ***неориентированным.***



Ориентированный граф

Граф **G**, имеющий определённое направление, называется ***ориентированным графом или орграфом***.

Ребра, имеющие направление, называются ***дугами***.