

АНАЛИЗ ТИПИЧНЫХ ОШИБОК ЕГЭ математика 2021 год.

Подготовила учитель математики
МОУ «СОШ №2 г.Верхнеуральска»
Почтова О.Н.



**„Математика — это ключ
и дверь ко всем наукам.“**

— Галилео Галилей

ЕГЭ математика (профильный уровень)

Подготовка к профильному экзамену – это заключительная часть этапа обучения, а не цель!

Успешная сдача экзамена – это качественное системное преподавание математики и работа в части ликвидации пробелов в базовых математических знаниях.

ЕГЭ математика (профильный уровень)

Единый государственный экзамен (ЕГЭ) по математике представляет собой форму государственной итоговой аттестации, проводимой в целях определения соответствия результатов освоения обучающимися основных образовательных программ среднего общего образования по математике требованиям федерального государственного образовательного стандарта. ЕГЭ проводится в соответствии с Федеральным законом от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» и Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования, утверждённым приказом Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 190/1512.

Контрольно-измерительные материалы (КИМ) единого государственного экзамена по математике представляют собой комплекты заданий стандартизированной формы, соответствующие спецификации и демонстрационному варианту. Содержание КИМ определяется на основе федерального компонента государственного стандарта основного общего и среднего (полного) общего образования (приказ Минобрнауки России от 05.03.2004 № 1089).

ЕГЭ математика (профильный уровень)

КИМ ЕГЭ 2021 г. по математике профильного уровня сохранили преемственность с экзаменационной моделью прошлого года в тематике, примерном содержании и уровнях сложности заданий. Каждый вариант содержал 12 заданий с кратким ответом и 7 заданий с развёрнутым ответом. Задания относились к основным разделам курса математики: числа и вычисления, алгебра и начала математического анализа, геометрия, вероятность и статистика. Проверка логических навыков включена в большинство заданий и особенно проявлялась в требованиях к решению заданий с развёрнутым ответом.

Вариант экзаменационных материалов по математике профильного уровня состоит из 19 заданий, сгруппированных в две части. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня, часть 2 содержит 11 заданий повышенного и высокого уровней сложности. При этом задания 1–12 подразумевают краткий числовой ответ и оцениваются 0 или 1 баллом. Задания 13–19 политомические с развёрнутым ответом. В большинстве политомических заданий требования на промежуточные баллы определяются критериями однозначно за счёт разбиения задания на законченные по смыслу пункты.

ЕГЭ математика (профильный уровень)

Изменений в структуре и содержании КИМ ЕГЭ по математике профильного уровня в 2021 г. по сравнению с 2020 г. не было.

Результаты участников профильного экзамена 2021 г. близки к результатам 2019 г. и несколько выше результатов 2020 г., что может быть связано с совершенствованием дистанционной формы обучения во многих регионах, где в 2020 г. могли наблюдаться значительные трудности с обеспечением доступа обучающихся и учителей к дистанционным учебным платформам.

ЕГЭ математика (профильный уровень)

Как важный результат ЕГЭ 2021 г. следует отметить некоторое улучшение результатов участников в части заданий базового уровня сложности в сравнении с прошлым годом

Процент выполнения заданий первых пяти задач части 1 в 2021 г. вернулся к показателям 2019 г.: все задания выполнены на 92% или выше. Значительно выросла доля участников экзамена, выполнивших геометрические задания 6 и 8. Незначительно снизился результат выполнения задания 7, требующего соотнесения графика и свойств функции и её производной.

В среднем уровень выполнения заданий 9–12 (задания части 2 с кратким ответом повышенного уровня) практически не изменился по сравнению с предыдущими годами. Наиболее трудным остаётся задание 12 по математическому анализу.

В результатах выполнения заданий части 2 существенные изменения по сравнению с прошлыми двумя годами также отсутствуют.

ЕГЭ математика (анализ заданий)

Алгебра и начала математического анализа, базовый уровень

Задание 1. проверяет сформированность умения использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни. Для выполнения этого задания выпускник должен уметь выполнять арифметические действия с целыми числами. Проблемы у участников возникают на стадии интерпретации полученных результатов.

1 В магазине вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 20% от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 3300 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

Типичная ошибка – в ответе указана не общая стоимость, а только стоимость сборки.

По всей совокупности участников экзамена задание 1 выполняется на уровне 75,8/99,5%.

(Здесь и далее первое число – процент выполнения участниками со слабой подготовкой, второе число – процент выполнения участниками с высоким уровнем подготовки.)

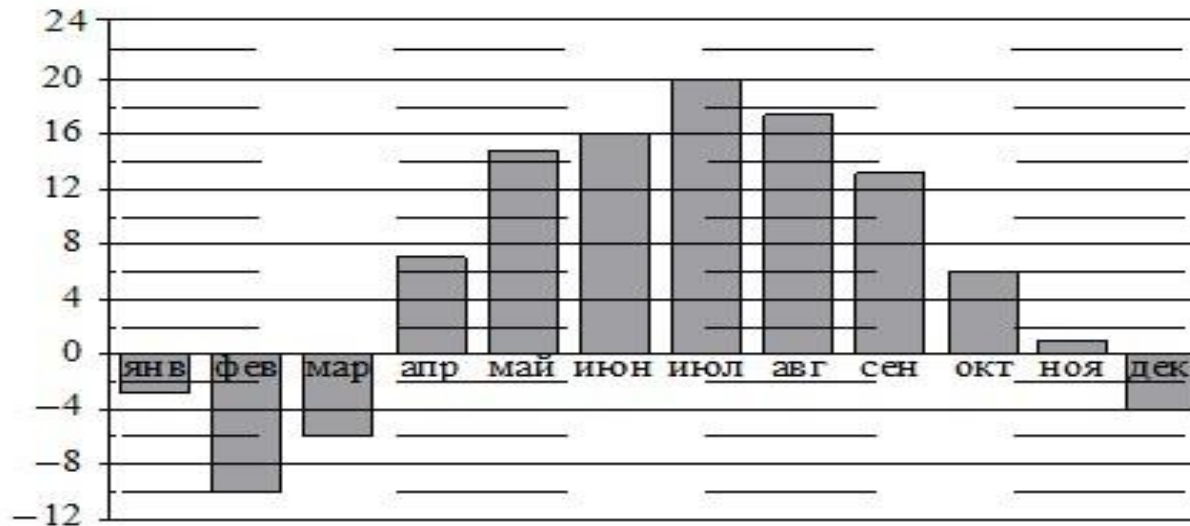
ЕГЭ математика (анализ заданий)

Алгебра и начала математического анализа, базовый уровень

Задание 2. Задание проверяет сформированность умения анализировать информацию, представленную на диаграмме, графике. Для выполнения этого задания выпускник должен находить наибольшее значение функции на заданном интервале. Ошибки, как правило, возникают из-за невнимательности при чтении условия.

2

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Москве за каждый месяц 2005 года. По горизонтали указываются месяцы; по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме, сколько месяцев среднемесячная температура была меньше -8 градусов Цельсия.



Типичная ошибка в выполнении задания – неверно прочитанное условие: наиболее массовый неверный ответ 11 получается, если прочитать слово «меньше» как «больше». Задание выполняется на уровне 86,1/99,3%

ЕГЭ математика (анализ заданий)

Алгебра и начала математического анализа, базовый уровень

Задание 4. Задание проверяет сформированность понятия «вероятность случайного события» и умения находить вероятность в простейших практических ситуациях. Проблемы у участников экзамена возникают из-за вычислительных ошибок, а у слабо подготовленных участников и из-за отсутствия сформированного понятия «вероятность».

4 В сборнике билетов по химии 60 билетов, в трёх из которых встречается вопрос по теме «Белки». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Белки».

Наиболее распространенная ошибка (1,1%) вычислительная: при делении 3 на 60 неверно поставлена запятая. Незначительная часть участников экзамена в ответе записала вероятность противоположного события. Это говорит о несформированности понятия «вероятность» при наличии механического навыка выполнения действий: участник экзамена помнит, что нужно делить 3 на 60 или 57 на 60, но что именно нужно делить угадывает.

Задание выполняется на уровне 52,8/99,6%. Этот показатель существенно вырос по сравнению с 2014 г., когда задание на расчёт вероятности впервые было включено в ЕГЭ.

ЕГЭ математика (анализ заданий)

Алгебра и начала математического анализа, базовый уровень

Задание 5. Решение уравнения

5 Найдите корень уравнения $3^{x+2} = 81$.

Задание выполняется на уровне 61,2/99,7%. Большинство ошибок вычислительные. Наиболее распространённый неверный ответ, скорее всего, получился у тех участников, кто посчитал, что $81 = 3^3$.

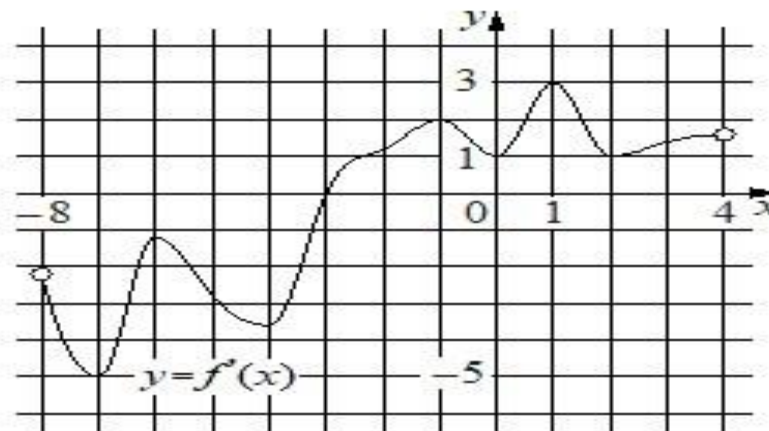
ЕГЭ математика (анализ заданий)

Алгебра и начала математического анализа, базовый уровень

Задание 7 базового уровня сложности традиционно вызывает затруднения у участников экзамена.

Задание 7. Задание проверяет знание связи между характером монотонности функции и знаком её производной, умение по графику производной функции охарактеризовать свойства самой функции. Проблемы у участников возникают из-за невнимательного чтения условия задачи и непонимания связи свойств функции с её производной.

7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 4)$. В какой точке отрезка $[-7; -4]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Задание выполняется на уровне 13,8/93,2%. Типичным неверным ответом является -7 (35%) — левый конец указанного отрезка. Получение неверного ответа связано с тем, что участники ЕГЭ путали функцию с её производной

ЕГЭ математика (анализ заданий)

Алгебра и начала математического анализа, повышенный уровень

Задание 9. Задание проверяет сформированность умения по заданному значению одной тригонометрической функции от некоторого аргумента находить значение другой от того же аргумента. Задание проверяет знание основного тригонометрического тождества. Проблемы у участников возникают на стадии выполнения арифметических действий и определения знака тригонометрической функции.

9

Найдите значение выражения $\frac{8 \sin 94^\circ}{\sin 47^\circ \cdot \sin 43^\circ}$.

Массовый неверный ответ 8 получается, если забыть множитель 2 в формуле синуса удвоенного аргумента. Таких ответов 18%.

Задание выполняется на уровне 11,9/98,7%.

ЕГЭ математика (анализ заданий)

Алгебра и начала математического анализа, повышенный уровень

Задание 10. Задание проверяет сформированность умения использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни. Для выполнения этого задания нужно уметь выразить одну из величин через другие, когда все величины связаны известной формулой, т.е. требуется решить простейшее уравнение. Проблемы у участников возникают на стадии чтения условия задачи или при подстановке данных в формулу.

10 В розетку электросети подключена электрическая духовка, сопротивление которой составляет $R_1 = 54$ Ом. Параллельно с ней в розетку предполагается подключить электрообогреватель, сопротивление которого R_2 (в Ом). При параллельном соединении двух электроприборов с сопротивлениями R_1 и R_2 их общее сопротивление R вычисляется по формуле $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$. Для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 36 Ом. Определите наименьшее возможное сопротивление электрообогревателя. Ответ дайте в омах.

Типичный неверный ответ 18 связан с вычислительной ошибкой. Задание выполняется на уровне 10,4/98,6%.

ЕГЭ математика (анализ заданий)

Алгебра и начала математического анализа, повышенный уровень

Задание 11. Задание проверяет сформированность умения использовать математические знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни. Для выполнения нужно уметь составить уравнение по условию задачи и верно интерпретировать результаты его решения.

11

На изготовление 384 деталей первый рабочий тратит на 8 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 480 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 4 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает первый рабочий?

Типичный неверный ответ в таких задачах обычно является посторонним корнем полученного квадратного уравнения либо ответом на другой вопрос. В данном случае массовый неверный ответ 16 (производительность труда второго рабочего) дало около 8% участников.

Задание выполняется на уровне 4,7/94,0%.

ЕГЭ математика (анализ заданий)

Алгебра и начала математического анализа, повышенный уровень

Задание 12. Задание проверяет сформированность умения пользоваться математическим анализом и свойствами производной для исследования функции.

12 Найдите точку максимума функции $y = 7 \cdot \ln(x - 9) - 7x + 2$.

5% дали ответ 9, который говорит о непонимании природы логарифма и/или о попытках угадывания ответа.

Задание выполняется на уровне 4,0/94,2%.

ЕГЭ математика (анализ заданий)

Алгебра и начала математического анализа, повышенный уровень

Задание 15. Задание проверяет сформированность умения решать неравенства.

15

Решите неравенство $16^{\frac{1}{x}-1} - 4^{\frac{1}{x}-1} - 2 \geq 0$.

Задание 15 верно решают от 0% (слабая группа) до 94,1% (сильная группа) участников.

Неравенства решают преимущественно экзаменуемые с высоким и средним уровнями подготовки, а слабо подготовленные участники к этому заданию не приступают. Ошибки в выполнении задания 15 свидетельствуют о существующей проблеме в подготовке заметной доли выпускников – несформированности умения решать не только логарифмические неравенства, но и неравенства вообще. Основанием для этого вывода стали выявленные ошибки: неумение решать квадратные, дробно-рациональные неравенства; неумение находить и записывать решение системы неравенств; непонимание сути метода интервалов; выполнение неравносильных преобразований.

ЕГЭ математика (анализ заданий)

Алгебра и начала математического анализа, повышенный уровень

Задание 17. Задание проверяет сформированность умения использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни. Для выполнения этого задания нужно уметь решать текстовую задачу с экономическим содержанием.

- 17** В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 300 тыс. рублей на 6 лет. Условия его возврата таковы:
- в январе 2026, 2027 и 2028 годов долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
 - в январе 2029, 2030 и 2031 годов долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
 - в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
 - к июлю 2031 года кредит должен быть полностью погашен.
- Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 498 тысяч рублей. Найдите r .

Выполнение: от 0% (слабая группа) до 88% (сильная группа) участников. Участники экзамена, которые не смогли выполнить данное задание, делятся на две группы: те, кто не смог составить математическую модель решения (или составил её неверно), и те, кто допустил ошибки (как правило, вычислительные) при решении полученного уравнения.

ЕГЭ математика (анализ заданий)

Алгебра и начала математического анализа, высокий уровень

Задание 18. Задание проверяет сформированность умения применять математические знания, исследовать уравнения и функции, их графики и взаимное расположение алгебраически заданных кривых.

18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$|x^2 - a^2| = |x + a| \cdot \sqrt{x + a^2 - 2a}$$

имеет ровно два различных корня.

Задача даёт возможность участнику экзамена, претендующему на поступление в вуз с высокими требованиями к уровню математической подготовки, показать умение верно проводить рассуждения, проверки, преобразования. Поэтому за задачу берутся в основном выпускники с высоким уровнем подготовки. Выполнение задания является одним из характерных признаков наиболее сильной группы участников. Хотя и в этой группе успеха в решении достигает лишь 11% при общем выполнении около 1%. Навыки, необходимые для верного выполнения данного задания, формируются на протяжении многих лет обучения математике.

ЕГЭ математика (анализ заданий)

Алгебра и начала математического анализа, высокий уровень

Задание 19. Задание проверяет способность находить пути решения, комбинируя известные методы и алгоритмы. Особенность состоит в том, что практически все задания этой линии апеллируют к целочисленной арифметике, причём к фактам, известным из курса 5–7 классов.

- 19** Отношение трёхзначного натурального числа к сумме его цифр — целое число.
- а) Может ли это отношение быть равным 34?
 - б) Может ли это отношение быть равным 84?
 - в) Какое наименьшее значение может принимать это отношение, если первая цифра трёхзначного числа равна 4?

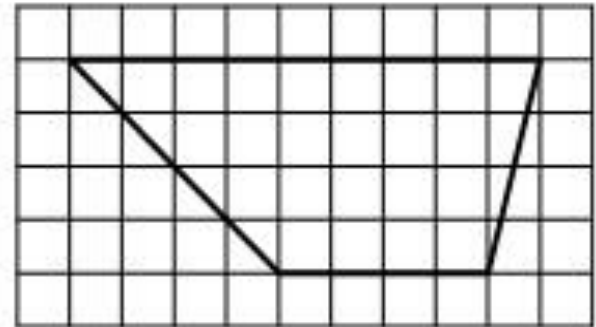
На ненулевой балл решают задачу от 2,8% (слабая группа) до 47,1% (сильная группа) участников, а на полный балл — всего 3,2% участников из сильной группы.

ЕГЭ математика (анализ заданий)

Геометрия, базовый уровень

Задание 3. Задание проверяет умение применять знания из курса геометрии, сформированность наглядных представлений о геометрических фигурах, длине и площади фигуры.

3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



Распространённые ошибки связаны с подсчётом длин отрезков или решением другой задачи.

Задание выполняется на уровне 48,0/99,6%. Наихудший результат возникает тогда, когда срабатывает инертность мышления, и экзаменуемый, привыкший к подготовке на вариантах прошлых лет, вместо условия данной задачи воспринимает рисунок как иллюстрацию другой задачи (найдите среднюю линию трапеции, высоту и т.п.).

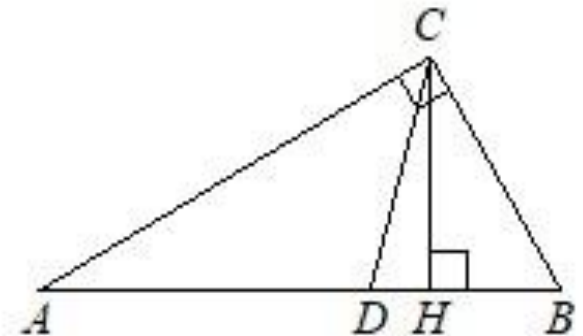
ЕГЭ математика (анализ заданий)

Геометрия, базовый уровень

Задание 6. Задание проверяет сформированность умений выполнять действия с геометрическими фигурами, применять изученные геометрические факты.

6

Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 75° . Найдите угол между высотой CH и биссектрисой CD , проведёнными из вершины прямого угла C . Ответ дайте в градусах.



Задание выполняется на уровне 14,1/96,8%. Распространённый неверный ответ 15 (4,3%) дали участники, которые вписали в поле ответа промежуточный результат или по какой-то причине решили, что искомый угол равен углу A .

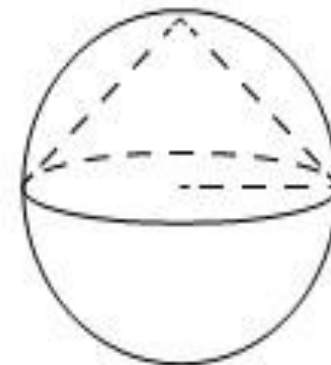
ЕГЭ математика (анализ заданий)

Геометрия, базовый уровень

Задание 8. Задание проверяет сформированность наглядных стереометрических представлений и соотношений между объёмами изученных пространственных фигур.

8

Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объём конуса равен 24. Найдите объём шара.



Задание выполняется на уровне 11,4/96,5%. Распространённый неверный ответ 72 дали 11% участников экзамена. Это скорее всего связано с попыткой использовать множитель $1/3$ из формулы объёма конуса без вникания в стереометрическую конфигурацию.

ЕГЭ математика (анализ заданий)

Геометрия, повышенный уровень

Задание 14. Задание проверяет сформированность наглядных представлений об изученных стереометрических фигурах, а также умения строить сечения, проводить доказательства, пользуясь изученными фактами о взаимном расположении прямых и плоскостей, находить геометрические величины, пользуясь теоремами об объёмах и площадях поверхности геометрических тел.

- 14** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания AD равна 14, высота SH равна 24. Точка K — середина бокового ребра SD , а точка N — середина ребра CD . Плоскость AKB пересекает боковое ребро SC в точке P .
- Докажите, что прямая KP пересекает отрезок SN в его середине.
 - Найдите расстояние от точки P до плоскости SAB .

Задание разбито на два пункта. Первый пункт считается выполненным, если проведено верное доказательство. Наиболее трудными, как правило, являются логические построения, связанные с доказательством от противного. Процент выполнения задания 14 составляет 0/21,7.

ЕГЭ математика (анализ заданий)

Геометрия, повышенный уровень

Задание 16. Задача планиметрическая. Проверяет умение пользоваться изученными геометрическими фактами и теоремами, исследовать геометрические конфигурации на плоскости.

- 16** Трапеция $ABCD$ с большим основанием AD и высотой BH вписана в окружность. Прямая BH вторично пересекает эту окружность в точке K .
- а) Докажите, что прямые AC и AK перпендикулярны.
- б) Прямые CK и AD пересекаются в точке N . Найдите AD , если радиус окружности равен 12, $\angle BAC = 30^\circ$, а площадь четырёхугольника $BCNH$ в 8 раз больше площади треугольника KNH .

Планиметрические задачи традиционно входили в состав вступительных испытаний технических и математических специальностей вузов. Выполнение задания 16 в ЕГЭ 2021 г. находится на уровне 14,2% на полный балл в наиболее сильной группе. Участники из слабой группы за задание 16, как правило, не берутся.

Рекомендации по совершенствованию преподавания учебного предмета всем обучающимся

- Составлять индивидуальную траекторию подготовки к ГИА на основе диагностики недостатков и их устранения в усвоении отдельных тем в процессе итогового повторения.
- Планировать обобщающее повторение курса алгебры и начала анализа, с учетом основных содержательных линий курса.
- Кроме того, т.к. КИМ-ы ЕГЭ профильного уровня проверяют и усвоение материала курсов математики 5 — 6 классов, алгебры 7 — 9 классов и геометрии 7 — 11 классов, необходимо систематически повторять некоторые разделы курса математики, алгебры и геометрии основной и средней школы.
- Для своевременной корректировки системы подготовки учащихся к итоговой аттестации необходимо выявить пробелы в знаниях учащихся. С этой целью следует проводить диагностические работы с последующим выстраиванием индивидуальной траектории развития обучающегося.

Рекомендации по совершенствованию преподавания учебного предмета всем обучающимся

- Параллельно с изучением новых тем в курсе алгебры и начал анализа, стереометрии в XI классах следует предусмотреть возможность повторения слабо усвоенных тем и разделов. На уроках повторения целесообразно проводить регулярный контроль усвоения знаний на базовом уровне в соответствии с открытым банком тестовых заданий.
- Необходимо существенно усилить внимание к преподаванию курса геометрии в основной и старшей школе, делая акцент не только на овладение теоретическими фактами курса, но и на формирование умения проводить обоснованные решения геометрических задач и математически грамотно их записывать.
- Особое внимание следует обратить на практико-ориентированные задачи, поскольку они являются отличительной чертой новых образовательных стандартов.
- В процессе обучения не нужно злоупотреблять тестовой формой
- контроля; необходимо, чтобы учащийся предъявлял свои рассуждения как материал для дальнейшего их анализа и обсуждения.

- документы, определяющие структуру и содержание КИМ ЕГЭ 2022 г.;
- **Методическая помощь учителям и обучающимся при подготовке к ЕГЭ**
- Навигатор самостоятельной подготовки к ЕГЭ ([Навигатор самостоятельной подготовки к ЕГЭ \(fipi.ru\)](#));
- Навигатор самостоятельной подготовки к ЕГЭ ([fipi.ru](#));
- Навигатор самостоятельной подготовки к ЕГЭ ([fipi.ru](#));
- Навигатор самостоятельной подготовки к ЕГЭ ([fipi.ru](#));
- Учебно-методические материалы для председателей и членов региональных предметных комиссий по проверке выполнения заданий с развёрнутым ответом экзаменационных работ ЕГЭ;
- Методические рекомендации на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ прошлых лет (2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020 гг.);
- Методические рекомендации для учителей школ с высокой долей обучающихся с рисками учебной неуспешности (Методические рекомендации для учителей школ с высокой долей обучающихся с рисками учебной неуспешности ([fipi.ru](#)));



**СПАСИБО
за внимание!!!**