Решение логарифмических уравнений

Урок изучения новой темы

Цель урока:

- обобщить материал по свойствам логарифмов, логарифмической функции;
- рассмотреть основные методы решения логарифмических уравнений;
- развивать навыки устной работы.

Вспомни и продолжи свойство!

$$\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^r = r\log_a b$$

$$\log_{a^r} b = \frac{1}{r}\log_a b$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Вычислите значения выражения

$\log_2 8$

$\lg 100$

$\log_5 125$

$\log_4 64$

$\log_3 \frac{1}{27}$

$\log_{0,5} 32$

$\log_{\frac{1}{3}} 9$

$\log_5 5$

$\log_7 1$

$\lg 0{,}01$

$\log_2 \sqrt{2}$

$\log_3 81$

$2^{\log_2 5}$

$10^{\lg 15}$

Вычислить значение выражения

$\cancel{\log_8 16 + \log_8 4}$ $\quad$ $\cancel{\log_3 33 - \log_3 11}$

$\lg 34 - \lg 3{,}4$ $\quad$ $\lg 25 + \lg 4$

$\log_3 \log_3 27$ $\quad$ $\log_2 \log_2 16$

$3^{2-\log_3 18}$ $\quad$ $5^{\log_5 2+1}$

$\dfrac{\log_5 49}{\log_5 7}$ $\quad$ $\dfrac{\log_3 64}{\log_3 4}$

Определение:

- Уравнения, содержащие неизвестное под знаком логарифма или в основании логарифма называются *логарифмическими*.

$$\log_a f(x) = b$$

$$\log_{f(x)} b = a$$

Методы решения ЛУ:	Вид уравнения
1.Применение определения логарифма	$\log_a f(x) = b$
2.Введение новой переменной	$\log_a^2 f(x) + b\log_a f(x) + c = 0$
3. Приведение к одному и тому же основанию	
4. Метод потенцирования	$\log_a f(x) = \log_a g(x)$
5 Метод логарифмирования обеих частей уравнения	
6. Функционально-графический метод	$\log_a f(x) = g(x)$

$$\log_3^2 x - 5\log_3 x + 6 = 0$$

$$ОДЗ: x > 0$$

$$Обозначим \log_3 x = t$$

$$t^2 - 5t + 6 = 0$$

$$t_1 = 3, t_2 = 2$$

$$1) \log_3 x = 3$$

$$x = 3^3 = 27$$

$$2) \log_3 x = 2$$

$$x = 3^2 = 9$$

$$Ответ: 9; 27.$$

Решение простейшего логарифмического уравнения

$$\log_a f(x) = b, \text{ где } a > 0, a \neq 1$$

основано на применении определения логарифма и решении равносильного уравнения

$$f(x) = a^b$$

Пример

$$\log_2(3x-5) = 4$$

$$3x - 5 = 2^4$$

$$3x = 16 + 5$$

$$3x = 21$$

$$x = 7$$

Метод потенцирования

- Под потенцированием понимается переход от равенства, содержащего логарифмы, к равенству, не содержащему их:
 если $\log_a f(x) = \log_a g(x)$,
 то $f(x) = g(x)$,
решив полученное равенство, следует сделать проверку корней.

Пример :

$$\log_7(3x+4)=\log_7(5x+8)$$

$$3x+4=5x+8$$

$$3x-5x=8-4$$

$$-2x=4$$

$$x=-2$$

Проверка : при x = −2

левая и правая части уравнения не имеют смысла

Ответ : нет решений

Если в уравнении содержатся логарифмы с разными основаниями, то прежде всего следует свести все логарифмы к одному основанию, используя формулы перехода

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}; \log_a b = \frac{1}{\log_b a}; \log_{a^r} b = \frac{1}{r}\log_a b$$

$$\textit{Пример}:$$

$$\log_2 x - 2\log_{\frac{1}{2}} x = 9;$$

$$\textit{ОДЗ}: x > 0$$

$$\log_2 x - 2\log_{2^{-1}} x = 9;$$

$$\log_2 x + 2\log_2 x = 9;$$

$$3\log_2 x = 9;$$

$$\log_2 x = 3;$$

$$x = 8 \in \textit{ОДЗ}$$

$$\text{Ответ}: x = 8$$

Если в показатели степени содержится логарифм, то обе части уравнения логарифмируют по тому основанию, которое содержится в основании логарифма, находящегося в показателе степени.

$x^{\log_3 x+1} = 9;$

$ОДЗ: x > 0, x \neq 1$

Логарифмируем обе части уравнения по основанию 3

$\log_3 x^{\log_3 x+1} = \log_3 9;$

$(\log_3 x + 1)\log_3 x = 2;$

$\log_3^2 x + \log_3 x - 2 = 0;$

$пусть \log_3 x = t, тогда$

$t^2 + t - 2 = 0;$

$t_1 = -2, t_2 = 1;$

$1) \log_3 x = -2;$

$x = \frac{1}{9};$

$2) \log_3 x = 1;$

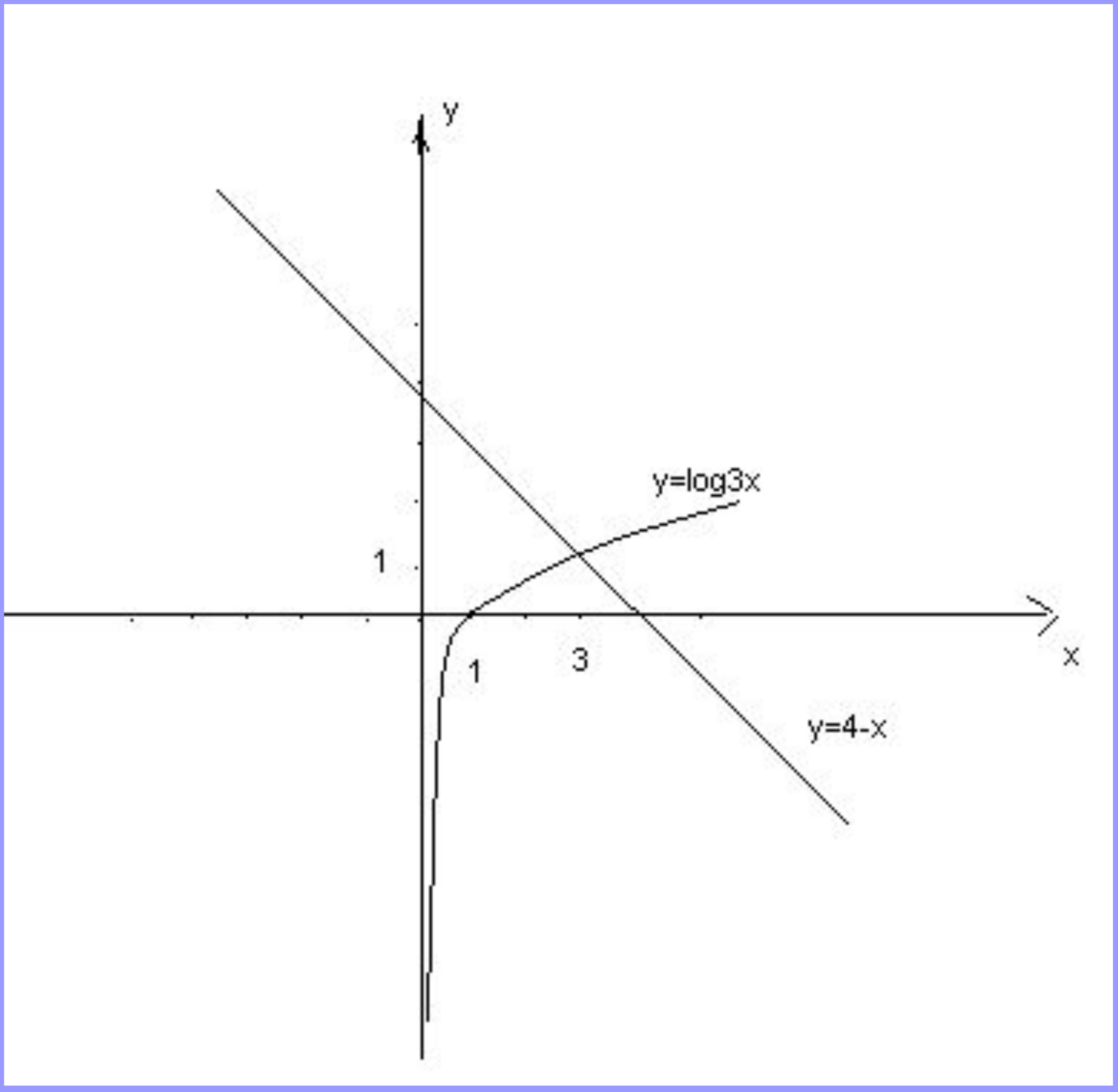
$x = 3; Ответ: \frac{1}{9}; 3.$

Для решения ЛУ графическим методом надо построить в одной и той же системе координат графики функций, стоящих в левой и правой частях уравнения и найти абсциссу их точки пересечения

Пример

$$\log_3 x = 4-x.$$

- Так как функция $y = \log_3 x$ возрастающая, а функция $y = 4-x$ убывающая на $(0; +\infty)$, то заданное уравнение на этом интервале имеет один корень.


y
y=log3x
1
1
3
x
y=4-x