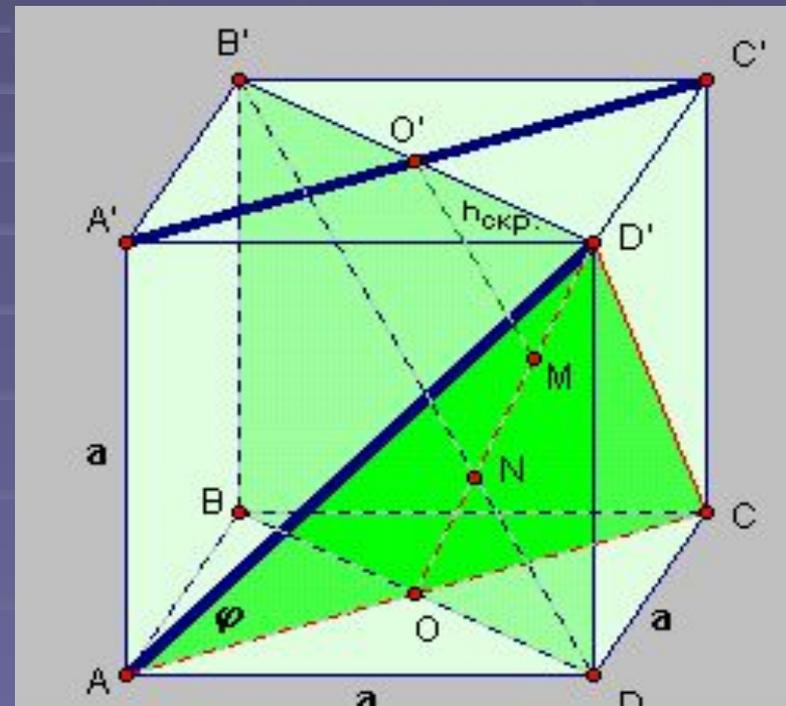
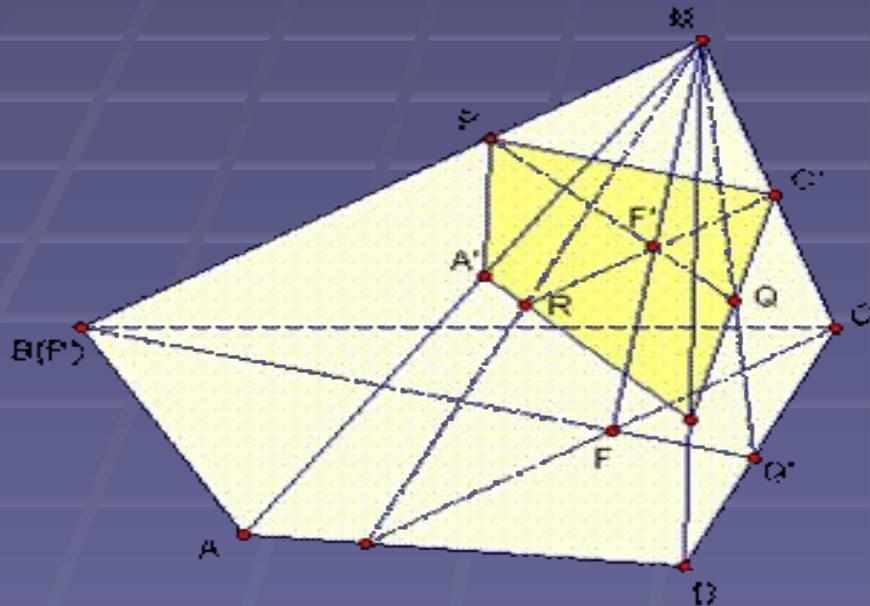
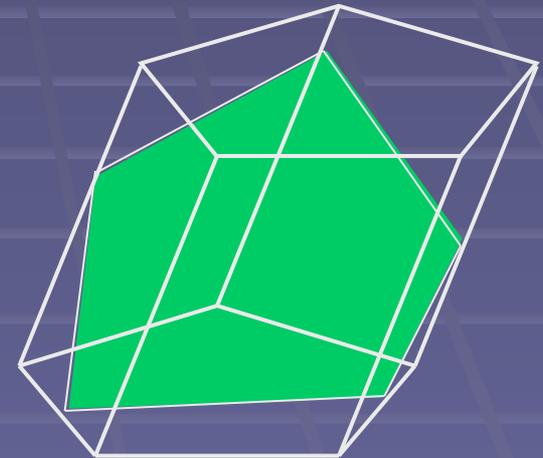
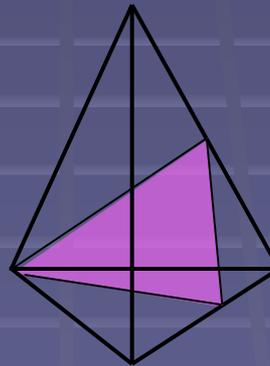
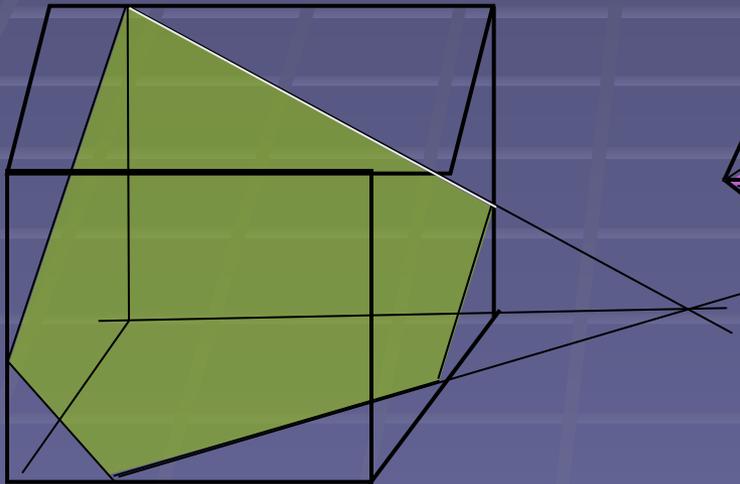


# Тема: «Базовые задачи на построение сечений многогранников».



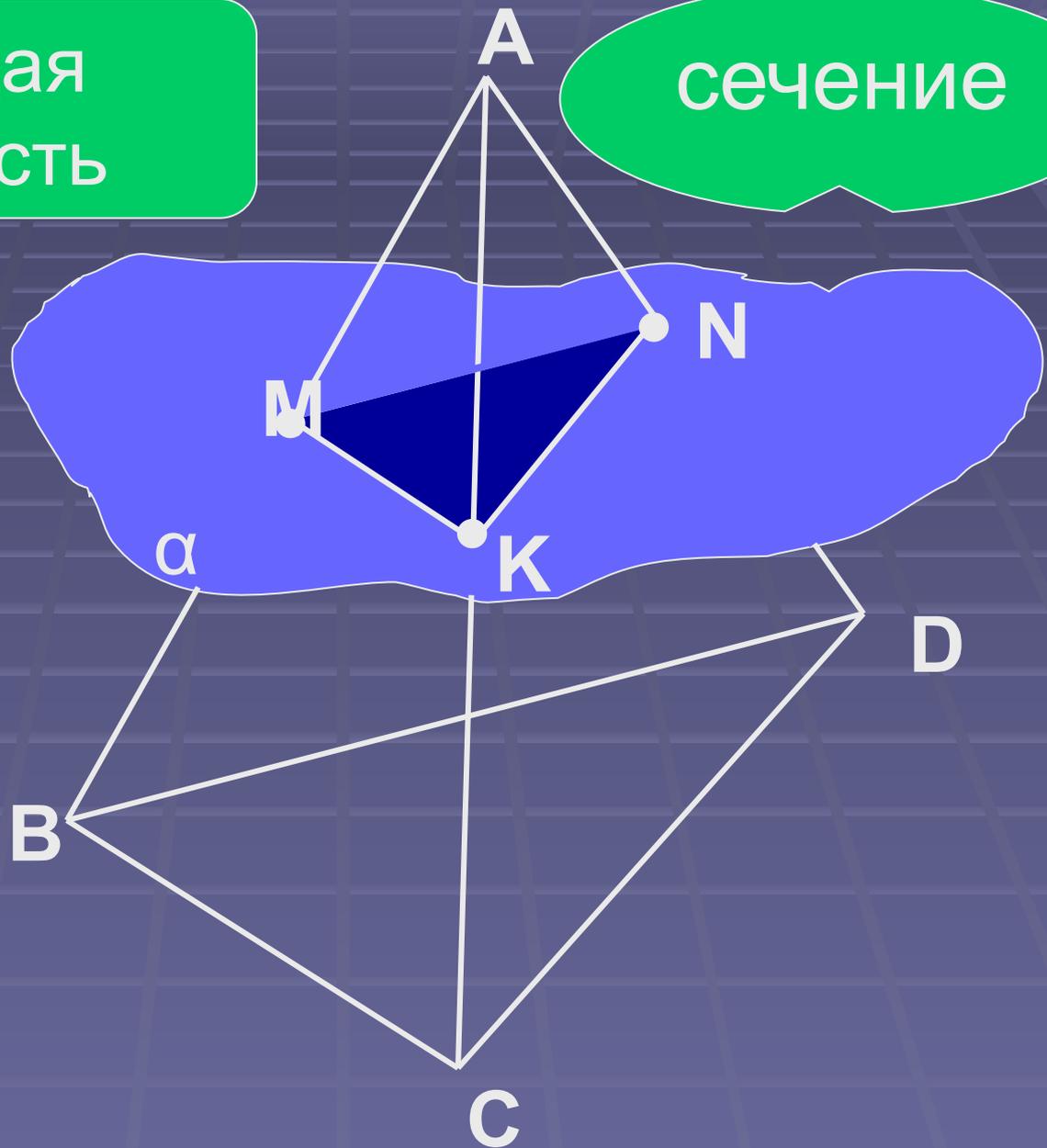
# Определение сечения.

- *Секущей плоскостью многогранника назовем любую плоскость, по обе стороны от которой имеются точки данного многогранника.*
- *Секущая плоскость пересекает грани многогранника по отрезкам. Многоугольник, сторонами которого являются эти отрезки, называется **сечением многогранника**.*



Секущая  
плоскость

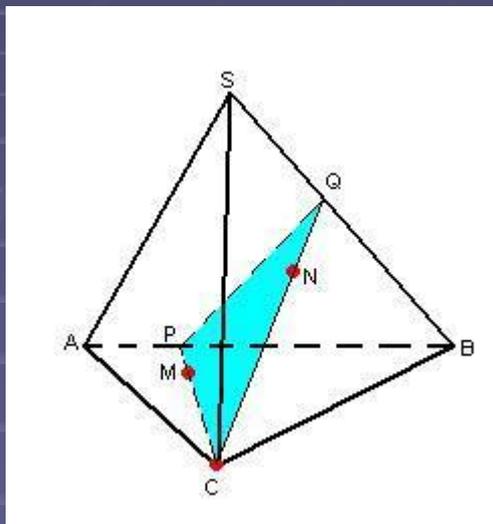
сечение



# Базовые задачи на построение сечений многогранников.

I. Если две плоскости имеют две общие точки, то прямая, проведенная через эти точки, является линией пересечения этих плоскостей.

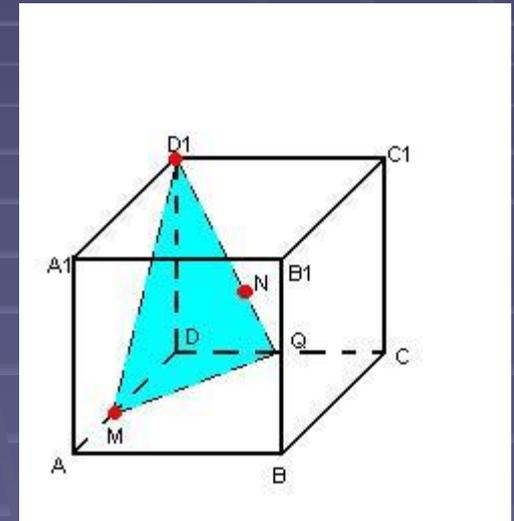
1.



$M \in ABC$ ,  $N \in SBC$ ,  $C$ ;  $SABC$ -тетраэдр.

1.  $C \in ABC$ ,  $M \in ABC$ ,  $CM \cap AB = P$ .
2.  $C \in SBC$ ,  $N \in SBC$ ,  $CN \cap SB = Q$ .
3.  $P \in ABS$ ,  $Q \in ABS$ ,  $PQ$ .

2.

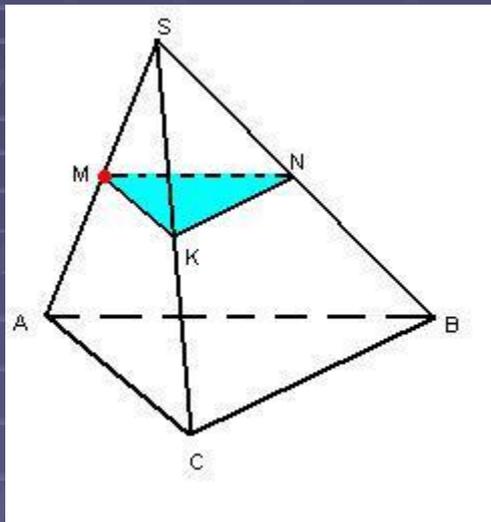


$M \in AD$ ,  $N \in DCC1$ ,  $D1$ ;  
 $ABCDA1B1C1D1$ -куб

1.  $M \in ADD1$ ,  $D1 \in ADD1$ ,  $MD1$ .
2.  $D1 \in D1DC$ ,  $N \in D1DC$ ,  $D1N \cap DC = Q$ .
3.  $M \in ABC$ ,  $Q \in ABC$ ,  $MQ$ .

II. Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны.

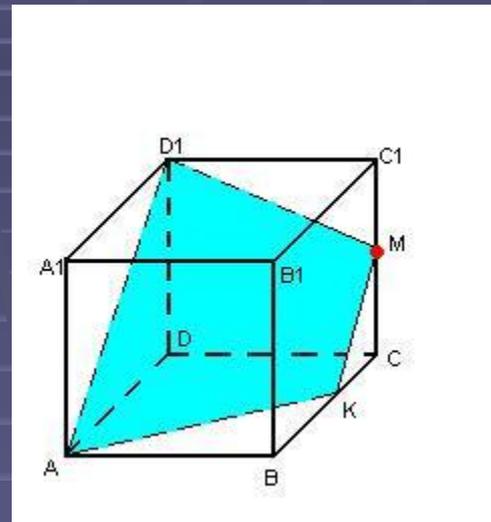
3.



$M \in AS$ ,  $\alpha \parallel ABC$ ;  $SABC$ -тетраэдр.

1.  $MN \parallel AB$ ,  $N \in SB$ .
2.  $MK \parallel AC$ ,  $K \in SC$ .
3.  $KN$ .

4.

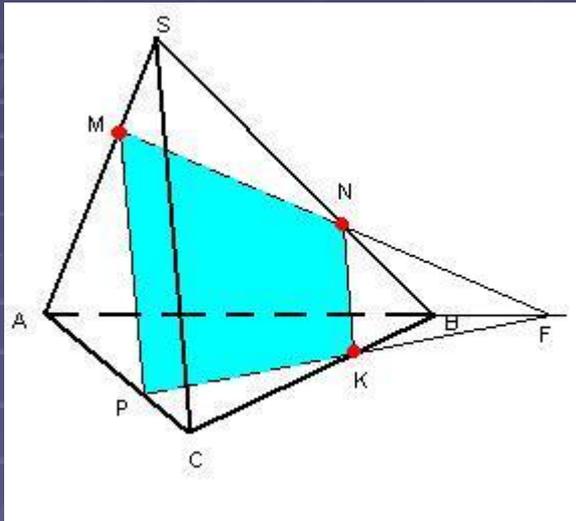


$M \in CC1$ ,  $AD1$ ;  $ABCDA1B1C1D1$ -куб.

1.  $MK \parallel AD1$ ,  $K \in BC$ .
2.  $M \in DCC1$ ,  $D1 \in DCC1$ ,  $MD1$ .
3.  $A \in ABC$ ,  $K \in ABC$ ,  $AK$ .

III. Общая точка трех плоскостей (вершина трехгранного угла) является общей точкой линий их парного пересечения (ребер трехгранного угла).

5.



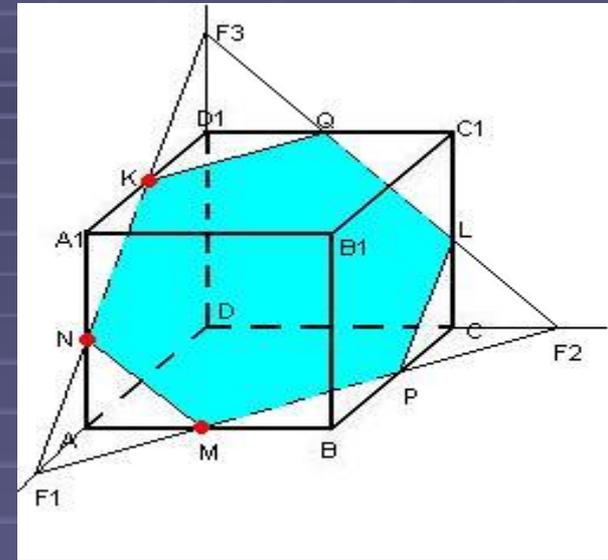
$M \in SA, N \in SB, K \in SC, SABC$ -тетраэдр.

1. Плоскости  $\alpha, SAB, ABC$  образуют трехгранный угол, вершиной которого является точка  $F. AB \cap MN = F.$

2.  $FK \cap AC = P.$

3.  $P \in SAC, M \in SAC, MP.$

6.



$M \in AB, N \in AA1, K \in A1D1; ABCDA1B1C1D1$ -куб.

1.  $NK \cap AD = F1$  - вершина трехгранного угла образованного плоскостями  $\alpha, ABC, ADD1.$

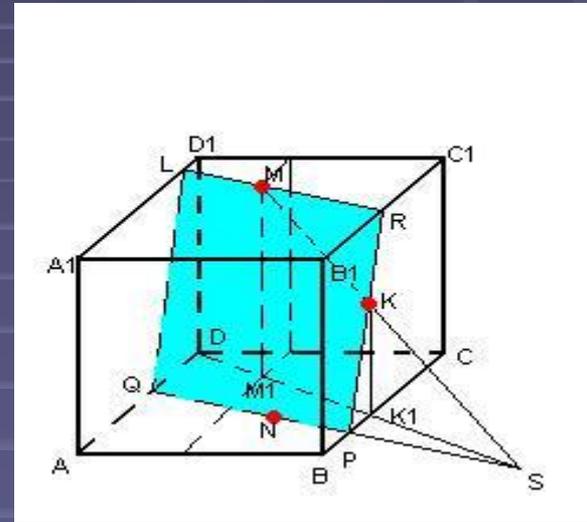
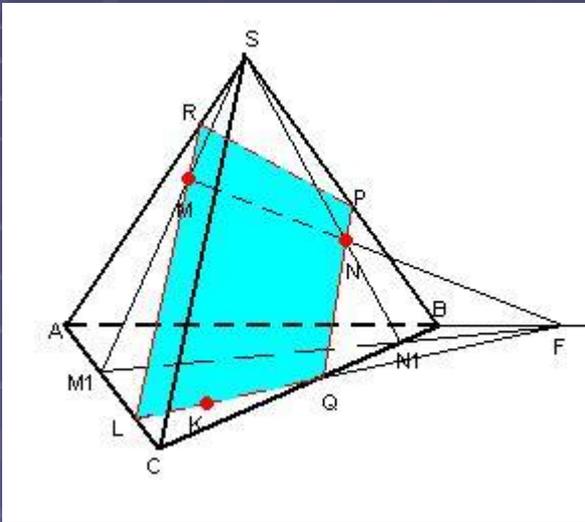
2.  $F1M \cap CD = F2$  - вершина трехгранного угла образованного плоскостями  $\alpha, ABC, CDD1. F1M \cap BC = P.$

3.  $NK \cap DD1 = F3$  - вершина трехгранного угла образованного плоскостями  $\alpha, D1DC, ADD1.$

4.  $F3F2 \cap D1C1 = Q, F3F2 \cap CC1 = L.$



V. Если прямая лежит в плоскости сечения, то точка ее пересечения с плоскостью грани многогранника является вершиной трехгранного угла, образованного сечением, гранью и вспомогательной плоскостью, содержащей данную прямую.



$MeSAC$ ,  $KeABC$ ,  $NeSBC$ ;  $SABC$ -тетраэдр.

1. Вспомогательная плоскость  $SMN$ :  
 $SMN \cap ABC = M1N1$ ,  $MN \cap M1N1 = F$ ,  
 $MN \cap ABC = F$ ,  $F$ - вершина трехгранного  
 угла образованного плоскостями:  $\alpha$ ,  
 $ABC$ ,  $SMN$ .
2.  $KF \cap BC = Q$ ,  $KF \cap AC = L$ ,  $LM \cap SA = R$ ,  
 $QN \cap SB = P$ .

$MeA1B1C1$ ,  $KeBCC1$ ,  $NeABC$ ;  $ABCD A1B1C1$ -  
 параллелепипед.

1. Вспомогательная плоскость  $MKK1$ :  
 $MKK1 \cap ABC = M1K1$ ,  $MK \cap M1K1 = S$ ,  
 $MK \cap ABC = S$ ,  $S$ - вершина трехгранного  
 угла образованного плоскостями:  $\alpha$ ,  $ABC$ ,  
 $MKK1$ .
2.  $SN \cap BC = P$ ,  $SN \cap AD = Q$ ,  $PK \cap B1C1 = R$ ,  
 $RM \cap A1D1 = L$ .

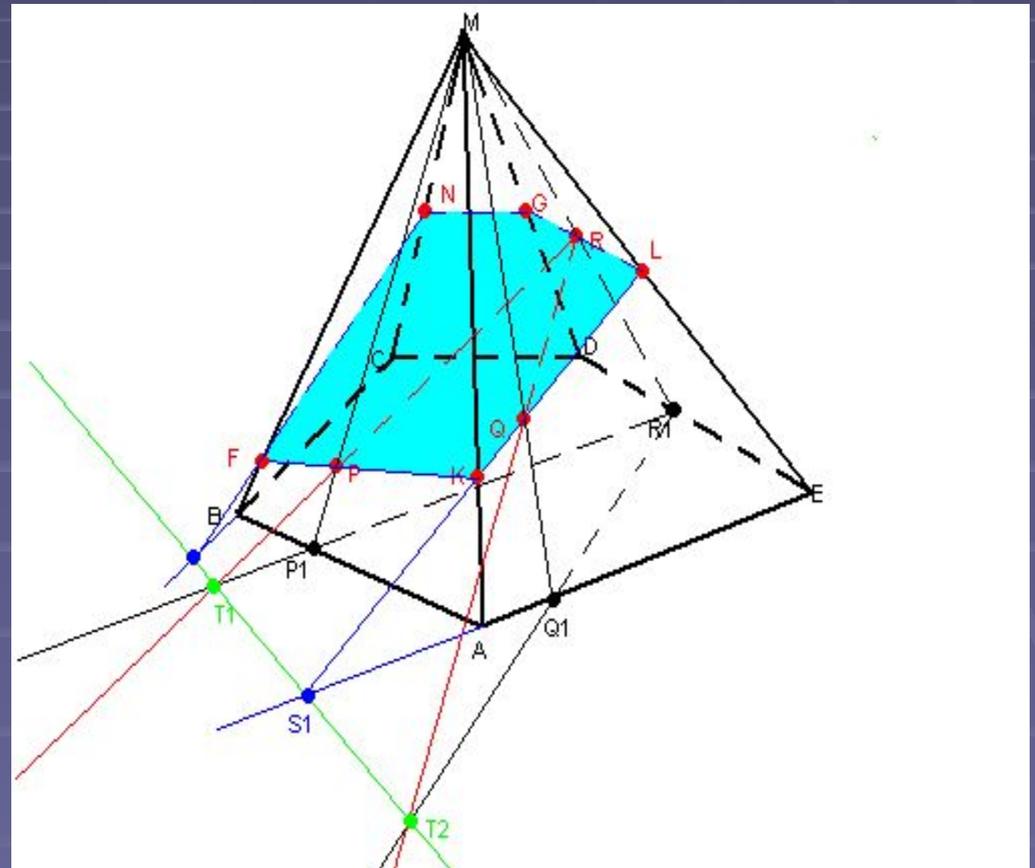
# Алгоритм построения сечения методом следов

1. Выяснить имеются ли в одной грани две точки сечения (если да, то через них можно провести сторону сечения).
2. Построить след сечения на плоскости основания многогранника.
3. Найти дополнительную точку сечения на ребре многогранника (продолжить сторону основания той грани, в которой есть точка сечения, до пересечения со следом).
4. Через полученную дополнительную точку на следе и точку сечения в выбранной грани провести прямую, отметить точки пересечения её с рёбрами грани.
5. Выполнить п.1.

# Построение сечения пирамиды

1. Двух точек принадлежащих одной грани нет.
2. Построим след сечения ( $T_1T_2$ ) в плоскости основания:
  - $RQ \cap R_1Q_1 = T_2$ ,  $RP \cap R_1P_1 = T_1$ .
3. Найдём дополнительную точку:
  - $Q \in (AME)$ ,  $AE \cap T_1T_2 = S_1$ .
4. Проведем прямую  $S_1Q$ 
  - $S_1Q \cap AM = K$ ,  $S_1Q \cap ME = L$ .
5.  $KP \cap BM = F$ ,  $LR \cap MD = G$ .
6. Найдём дополнительную точку:
  - $F \in (BMC)$ ,  $BC \cap T_1T_2 = S_2$ .
7. Проведем прямую  $S_2F$ 
  - $S_2F \cap CM = N$ .
8. Соединяем  $N$  и  $G$ .

Построить сечение плоскостью  $\alpha$ , проходящей через точки  $P, Q, R$ ;  $P \in ABM$ ,  $Q \in AEM$ ,  $R \in EDM$ .



# Построение сечения призмы

Построить сечение плоскостью  $\alpha$ , проходящей через точки  $K, Q, R$ ;  $K \in ADD_1$ ,  $Q \in CDD_1$ ,  $R \in AB$ .

1. Двух точек принадлежащих одной грани нет.
2. Точка  $R$  лежит в плоскости основания. Найдем след прямой  $KQ$  на плоскости основания:
  - $KQ \cap K_1Q_1 = T_1$ ,  $T_1R$ -след сечения.
3.  $T_1R \cap CD = E$ .
4. Проведем  $EQ$ .  $EQ \cap DD_1 = N$ .
5. Проведем  $NK$ .  $NK \cap AA_1 = M$ .
6. Соединяем  $M$  и  $R$ .

