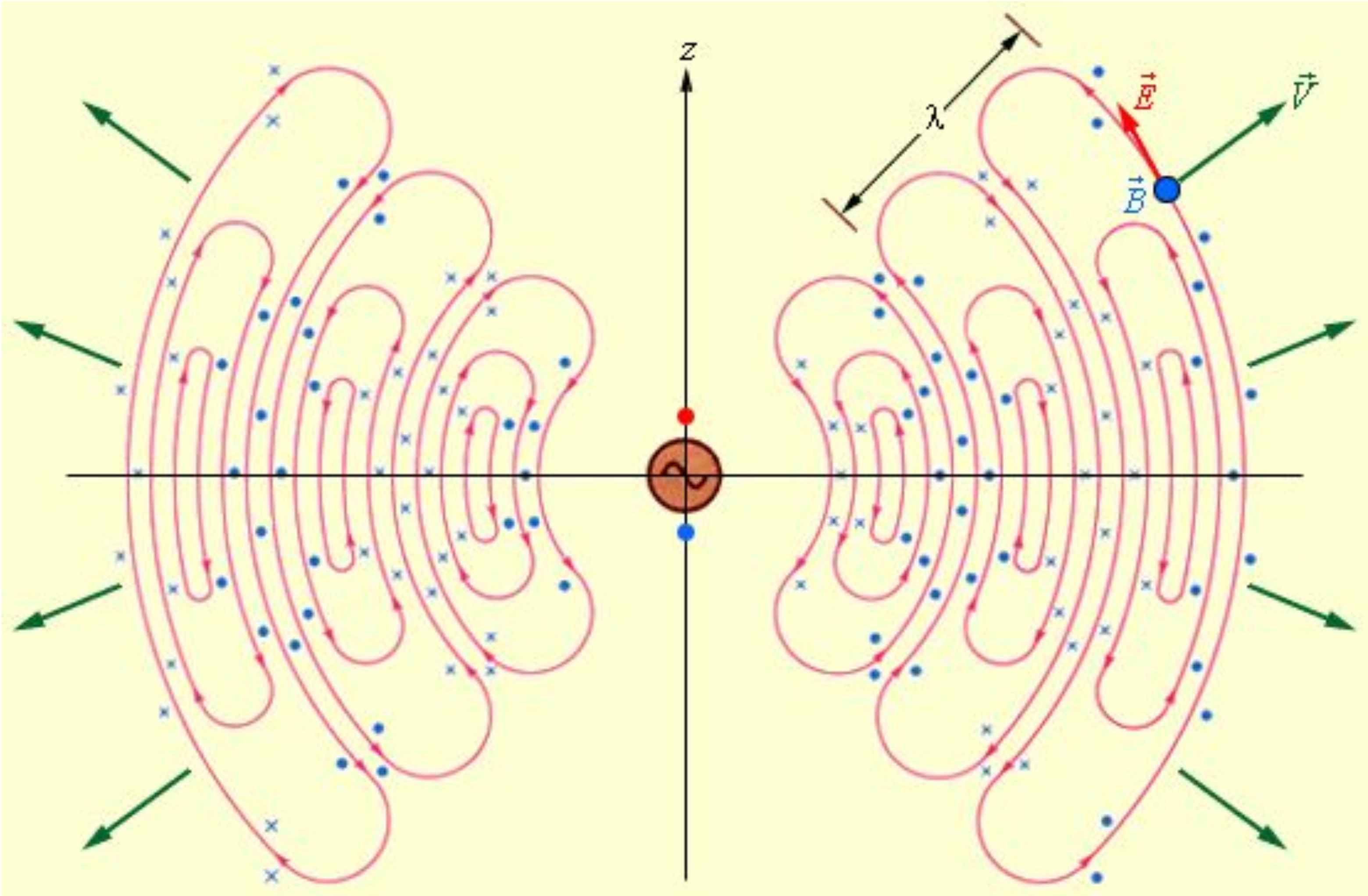
УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА



Формальные причины явления ЭМИ.
<u>Истинные причины</u>

<u>Поток</u> $\vec{B}$

$$\Phi = \int\limits_S \vec{B}\,d\vec{S} = \int\limits_S B\,dS\cos\alpha$$

Способы изменения магнитного потока

$\vec{B} = const$

$\vec{B} \neq const$

$$\frac{dS}{dt} \qquad \frac{d\alpha}{dt}$$

$$\vec{B} = \vec{B}(t)$$

Рассмотрено!

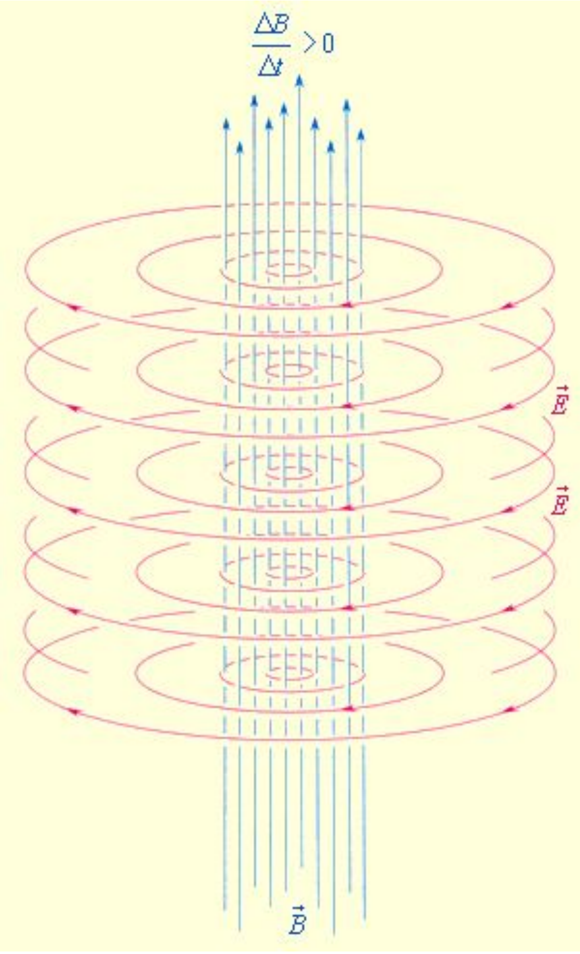
Контур или отдельные его части перемещается в *постоянном магнитном поле* (вращение контура и (или) проводника, поступательное движение проводника).

Неподвижный контур в *переменном магнитном поле*.

Истинная причина ЭМИ ?

<u>ВИХРЕВОЕ</u> ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ. <u>Первое</u> уравнение Максвелла

В случае неподвижного контура и переменного во времени магнитного поля роль сторонней силы выполняет вихревое электрическое поле, порождаемое переменным магнитным полем.

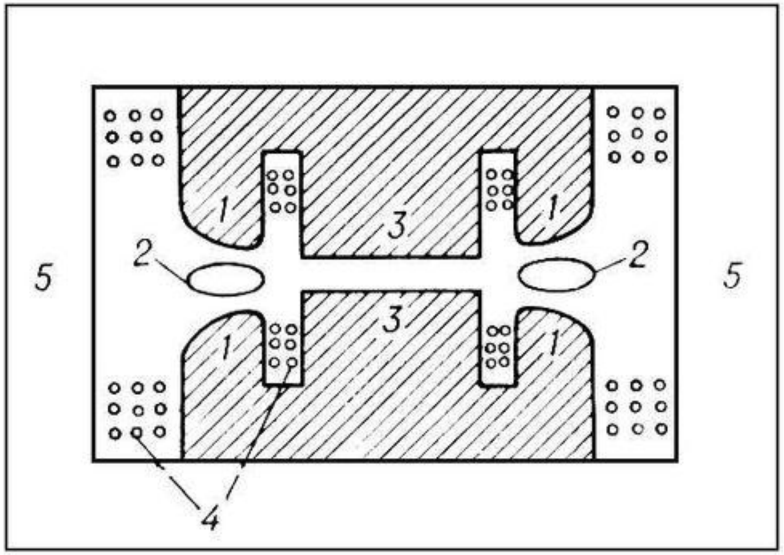


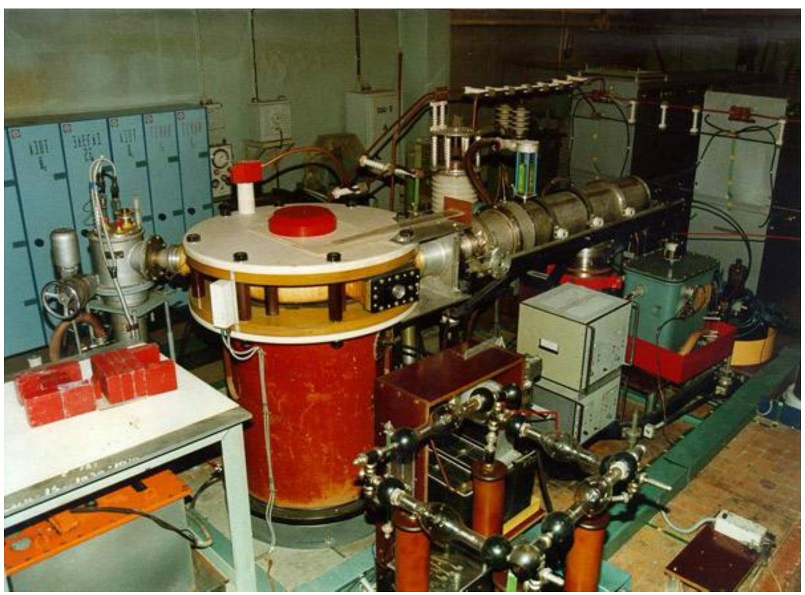
$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}; \qquad \varepsilon_i = \frac{A^*}{q}; \qquad A^* = q\oint \vec{E}^*\,\vec{dl};$$

$$\varepsilon_i = \oint \vec{E}^*\,\vec{dl}; \qquad \frac{d\Phi}{dt} \equiv \frac{d}{dt}\int \vec{B}\,\vec{dS} = \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\,\vec{dS}$$

$$\boxed{\oint \vec{E}^*\,\vec{dl} = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\,\vec{dS}}$$

БЕТАТРОН

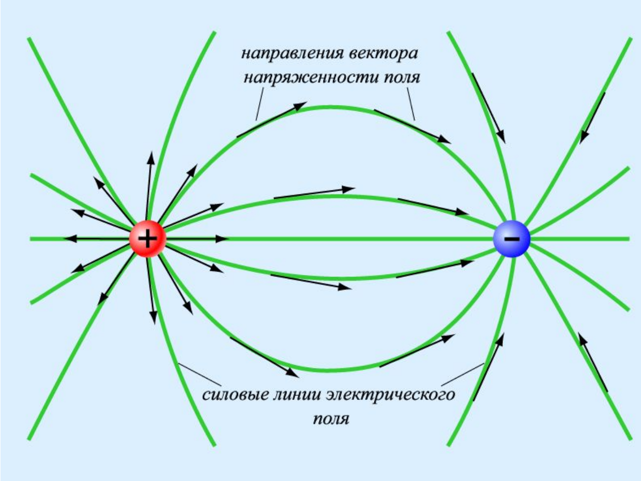




Бетатрон это индукционный ускоритель электронов, в котором ускорение осуществляется вихревым электрическим полем. Состоит из тороидальной вакуумированной камеры (2), помещенной между полюсами электромагнита специальной формы (1). Обмотка электромагнита (4) питается переменным током с частотой ~ 100 Гц.

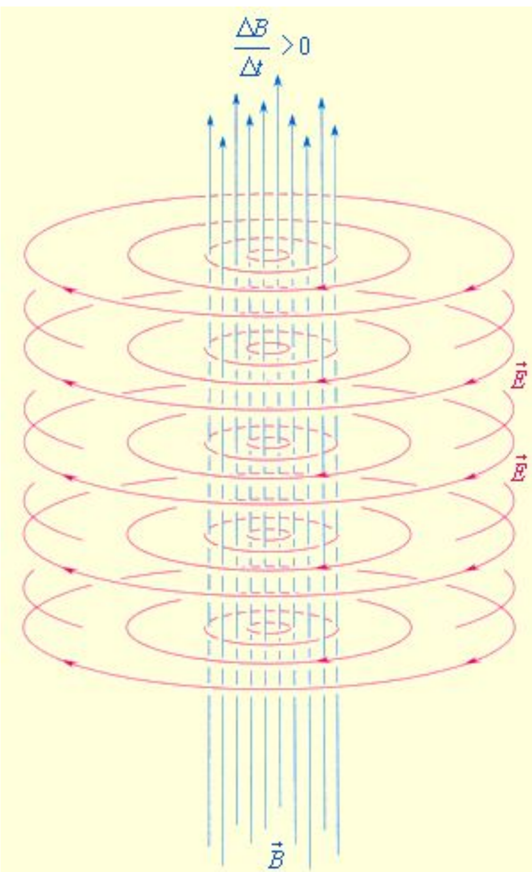
Переменное магнитное поле выполняет две функции: создает вихревое электрическое поле, ускоряющее электроны и удерживает электроны на орбите постоянного радиуса, совпадающей с осью тороидальной камеры.

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ



Вихревое электрическое поле $\vec{E}^*$, порождаемое переменным магнитным полем существенно отличается от порождаемого зарядами электро-статического поля $\vec{E}_0$.

Электростатическое поле потенциально $\left(\left[\nabla\times\vec{E}_0\right]=0\right)$, его линии напряженности начинаются на положи-тельных зарядах, заканчиваются на отрицательных.



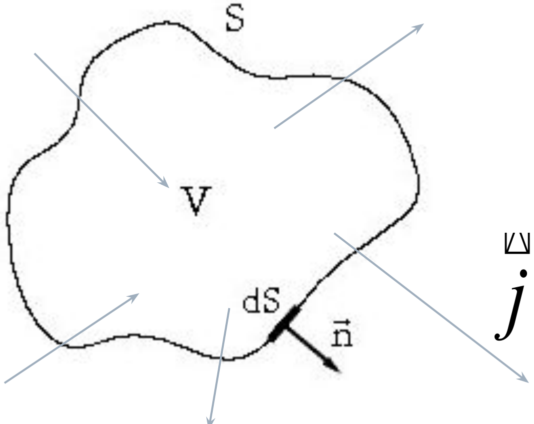
Вихревое поле непотенциально $\left(\left[\nabla\times\vec{E}^*\right]=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right)$, его линии напряженности замкнуты сами на себя, для создания поля требуются не электрические заряды, а меняющееся во времени магнитное поле.

В общем случае $\vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}^*\Rightarrow$

$$\left[\nabla\times\vec{E}\right]=\left[\nabla\times\vec{E}_0\right]+\left[\nabla\times\vec{E}^*\right]\Rightarrow\qquad\left[\nabla\times\vec{E}\right]=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}.$$

вспомним
Уравнение непрерывности

$$\boxed{dI = \vec{j}\,\vec{dS}} \Rightarrow \boxed{I = \int_S \vec{j}\,\vec{dS}}$$



$$\Phi_j = \oint_S \vec{j}\,\vec{dS} = -\frac{dq}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_V \rho dV$$

$$\oint_S \vec{j}\,\vec{dS} = -\int_V \frac{\partial\rho}{\partial t}dV \quad \left|\oint_S \vec{j}\,\vec{dS} = \int_V div\vec{j}\,dV\right| \quad т.О-Г$$

$$\boxed{div\vec{j} = -\frac{\partial\rho}{\partial t}}$$

- т. Гаусса. Спец название - *уравнение непрерывности* для плотности тока $\vec{j}$

Свидетельствует: **источники поля являются те точки среды, в которых происходит убыль** ρ

Для <u>постоянного тока</u> $\frac{\partial\rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow \boxed{div\vec{j} = 0}$

ПАРАДОКС ТЕОРЕМЫ О ЦИРКУЛЯЦИИ

Теорема о циркуляции вектора напряженности магнитного поля

$$\left[\nabla \times \vec{H}\right] = \vec{j}; \qquad \oint_L \vec{H}\,\vec{dl} = I \quad (*)$$

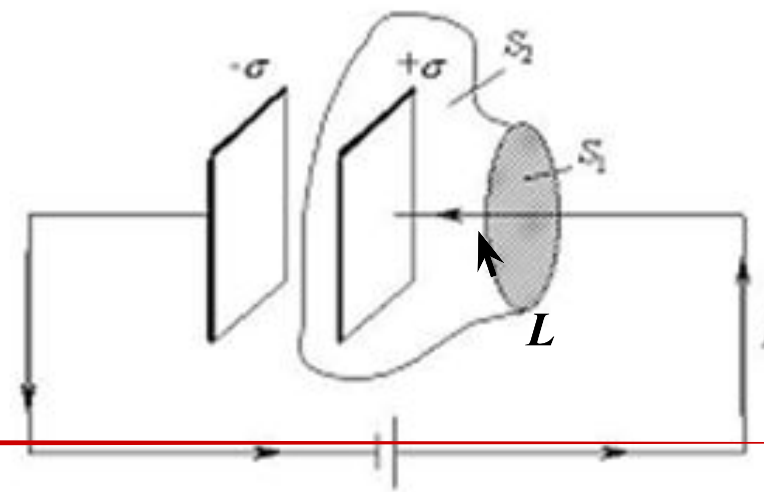
интегрируя по поверхности S_1:

$$\oint_L \vec{H}\,\vec{dl} = \int_{S_1} \vec{j}\,\vec{dS} = I$$

интегрируя по поверхности S_2,

$$\oint_L \vec{H}\,\vec{dl} = \int_{S_2} \vec{j}\,\vec{dS} = 0$$

???



Полученный результат означает, что в случае <u>изменяющихся</u> со временем полей уравнения перестают быть справедливыми. Они должны быть дополнены слагаемым, зависящим от производной поля по времени. Для стационарных полей это слагаемое обращается в нуль. <u>Найдем его</u>

ТОК СМЕЩЕНИЯ

Ток смещения

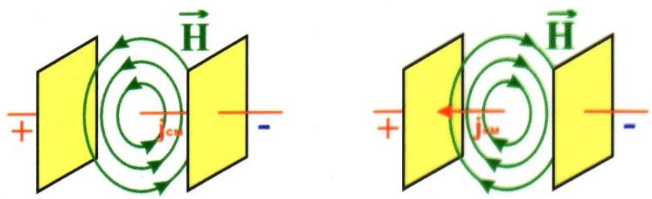
Плотностью тока смещения называется вектор:

$$\vec{j}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t},$$

где $\vec{D}$ - вектор электрического смещения

Ток смещения через произвольную поверхность S равен:

$$I_{см} = \int_S \vec{j}_{см}\, d\vec{S} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\, d\vec{S}$$



$\partial\vec{D}/\partial t$ возрастает $\qquad$ $\partial\vec{D}/\partial t$ убывает

Ток смещения или изменяющееся во времени электрическое поле вызывает появление магнитного поля

Плотность полного тока равна:

$$\vec{j}_{полн} = \vec{j} + \vec{j}_{см} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t},$$

где $\vec{j} = \sigma\vec{D}$ - плотность тока проводимости

Полный ток через поверхность S равен :

$$I_{полн} = \int_S (\vec{j} + \vec{j}_{см})\, d\vec{S} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) d\vec{S}$$

$$\left[\nabla \times \vec{H}\right] = \vec{j} + \vec{j}_c \Rightarrow \nabla\left[\nabla \times \vec{H}\right] = \nabla\vec{j} + \nabla\vec{j}_c;$$

$$\nabla\left[\nabla \times \vec{H}\right] = 0 \Rightarrow \qquad \nabla\vec{j} = -\nabla\vec{j}_c;$$

$$\nabla\vec{j} = -\frac{\partial\rho}{\partial t} \Rightarrow \qquad \nabla\vec{j}_c = \frac{\partial\rho}{\partial t}.$$

$$\nabla\vec{D} = \rho;$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla\vec{D}\right) = \frac{\partial\rho}{\partial t} \Rightarrow$$

$$\nabla\vec{j}_c = \frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla\vec{D}\right) = \nabla\left(\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right) \Rightarrow$$

$$\vec{j}_c = \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \Rightarrow \boxed{\left[\nabla \times \vec{H}\right] = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}.}$$

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА В ИНТЕГРАЛЬНОЙ ФОРМЕ

Интегральная форма уравнений

$$\oint_l \vec{E}\, d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\, d\vec{S} \qquad (1)$$

$$\oint_S \vec{B}\, d\vec{S} = 0 \qquad (2)$$

$$\oint_l \vec{H}\, d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) d\vec{S} \qquad (3)$$

$$\oint_S \vec{D}\, d\vec{S} = \int_V \rho\, dV \qquad (4)$$

Уравнение (1) является обобщением закона Фарадея (закона электромагнитной индукции), уравнение (3) - обобщенный закон полного тока, уравнения (2) и (4) выражают теорему Остроградского - Гаусса для магнитного и электрического полей, соответственно

Электрическое поле создают либо электрические заряды, либо изменяющиеся во времени магнитные поля.
Магнитное поле создают либо движущиеся электрические заряды , либо изменяющиеся во времени электрические поля

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА В ДИФФЕРЕНЦИ-АЛЬНОЙ ФОРМЕ

Дифференциальная форма уравнений

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\operatorname{div}\vec{B} = 0$$

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

$$\operatorname{div}\vec{D} = \rho$$

Материальные уравнения :

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}, \quad \vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}, \quad \vec{j} = \sigma\vec{E}$$

(среда изотропная , несегнетоэлектрическая , неферромагнитная)

Граничные условия :

$$D_{1n} - D_{2n} = \sigma_{пов}, \quad E_{1\tau} = E_{2\tau};$$

$$B_{1n} = B_{2n}, \quad H_{1\tau} - H_{2\tau} = j_{пов}$$

$\sigma_{пов}$ - поверхностная плотность свободных электрических зарядов ,

$j_{пов}$ - поверхностная плотность тока проводимости