Методы решения рациональных уравнений высших степеней

«Под методом я разумею точные и простые правила, строгое соблюдение которых всегда препятствует принятию ложного за истинное и без излишней траты умственных сил, но постепенно и непрерывно увеличивая знания, способствует тому, что ум достигает истинного познания всего, что доступно.»

Р. Декарт

Цели обучения

- 10.2.2.2 – применять метод введения новой переменной при решении уравнений высших степеней

Критерии оценивания

- распознает уравнения вида
  $(x^2 -3)^2 -5 (x^2-3) + 6 = 0$
- распознает уравнение четвертой степени, которое является приводимым к квадратичному
- применяет основные методы решения уравнений для биквадратных, возвратных, однородных уравнений
- умеет решать уравнения вида $f(x) = 0$
- находит корни исходного уравнения из совокупности n уравнений

Классификация уравнений

- **Алгебраические уравнения**
  - Рациональные уравнения
    - Целые уравнения
      - Линейные уравнения
      - Квадратные уравнения
      - Уравнения высших степеней
    - Дробно-рациональные уравнения
  - Иррациональные уравнения
- **Трансцендентные уравнения**
  - Тригонометрические уравнения
  - Показательные уравнения
  - Логарифмические уравнения

Виды уравнений высших степеней

- Уравнения третьей степени
- Уравнения четвертой степени
- Уравнения пятой степени и т. д.
- Биквадратные уравнения
- Возвратные уравнения
- Однородные уравнения

Способы решения уравнений высших степеней

- Разложение многочлена на множители

- Метод замены переменной

- Функционально-графический метод

Разложение на множители

- **Способ группировки**
- **По формулам сокращенного умножения**
- **По теореме Безу**
- **Схема Горнера**

Метод замены переменной

- Биквадратные уравнения

- Возвратные уравнения

- Уравнения, в которых выделяются одинаковые многочлены

Какие уравнения имеют корень равный 1?

$$x^4 + x^3 - 2 = 0$$

ДА

$$3x^4 - x^2 + 2 = 0$$

НЕТ

$$2x^5 - 3x^3 + 1 = 0$$

да

$$x^4 + 2x^3 - 5x^2 + 2x + 1 = 0$$

нет

$$x^7 + 5x^4 - 3x^2 + 4x - 7 = 0$$

ДА

Какие уравнения имеют корень равный 2?

$$x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$$

НЕТ

$$x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$$

ДА

$$x^5 - 5x^2 - x - 10 = 0$$

ДА

Свойства, облегчающие поиск корней многочленов

1. Многочлен с положительными коэффициентами не может иметь положительных корней.
2. Число **1** является корнем многочлена тогда и только тогда, когда сумма его коэффициентов равна 0.
3. Чтобы число **-1** являлось корнем многочлена, необходимо и достаточно, чтобы сумма его коэффициентов, стоящих на четных местах, равнялась сумме коэффициентов, стоящих на нечетных местах.

Решите уравнение:

$$9x^4 - 9x^3 + 10x^2 - 3x + 1 = 0 \quad \div x^2 \neq 0$$

$$9x^2 - 9x + 10 - 3 \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(9x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 3\left(3x + \frac{1}{x}\right) + 10 = 0$$

$$3x + \frac{1}{x} = y \quad \Rightarrow \quad 9x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 6$$

$$y^2 - 3y + 4 = 0$$

- Ответ: уравнение не имеет корней

Решите уравнение:

$$2x^4 + 9x^3 - x^2 + 9x + 2 = 0$$

Ответ: $x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$

Уравнение (4)

$$(x^2+3x+2)(x^2+9x+20)=4.$$

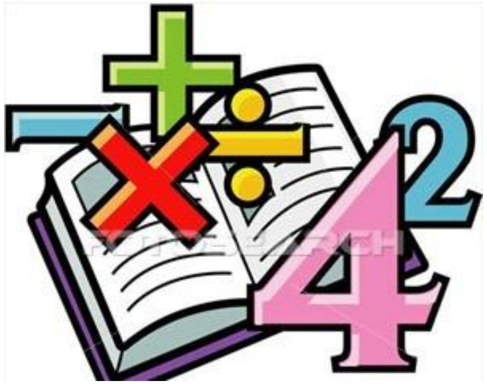
.

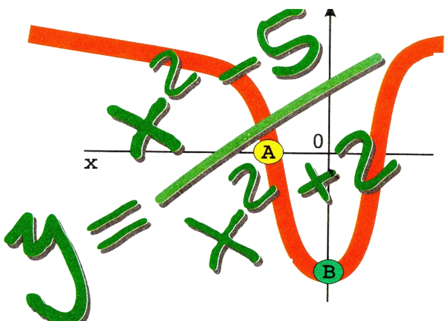
- Ответ: -3; $-3\pm\sqrt{5}$

Домашняя работа

$$1)\ (x+1)(x+3)(x+5)(x+7)=9$$

$$2)\ x^4-10x^2-x+20=0$$





Reflection