

Игры в нормальной форме

(normal form games, strategic form games)

1) *Множество игроков* $I = \{1, 2, \dots, n\}$

2) *Множества стратегий* S_1, S_2, \dots, S_n

Пространство стратегий игры $S = S_1 \times S_2 \times \dots \times S_n$

3) *Функции выигрышей*

$$u_1: S \rightarrow \mathbb{R}^1$$

$$u_2: S \rightarrow \mathbb{R}^1$$

...

$$u_n: S \rightarrow \mathbb{R}^1$$

Lecture vs Cinema

	L_2	C_2
L_1	1	2
C_1	0	3

A 2x2 payoff matrix comparing two strategies, L_1 and C_1 , against two other strategies, L_2 and C_2 . The payoffs are shown in red and blue. The matrix is as follows:

	L_2	C_2
L_1	1	2
C_1	0	3

Полезные обозначения

$G = \{I; S; U\}$, где

$$U: S \rightarrow \mathbb{R}^n; U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$$

$$\exists s = (s_1, s_2, \dots, s_n) \in S, i \in I.$$

$$S_{-i} \Leftrightarrow (s_1, s_2, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n) \in S_{-i}$$

$$S_{-i} \Leftrightarrow S_1 \times S_2 \times \dots \times S_{i-1} \times S_{i+1} \times \dots \times S_n$$

$$s = (s_i, s_{-i})$$

$$S = S_i \times S_{-i}$$

Игра 2×2

	s'_2	s''_2
s'_1	$u_1(s'_1; s'_2)$ $u_2(s'_1; s'_2)$	$u_1(s'_1; s''_2)$ $u_2(s'_1; s''_2)$
s''_1	$u_1(s''_1; s'_2)$ $u_2(s''_1; s'_2)$	$u_1(s''_1; s''_2)$ $u_2(s''_1; s''_2)$

Доминирование стратегий

$$\sqsupset G = \{I; S; U\}, i \in I.$$

Стратегия s'_i доминирует стратегию s''_i игрока i ,
если

$$u_i(s'_i, s_{-i}) > u_i(s''_i, s_{-i}) \text{ для } \forall s_{-i} \in S_{-i}.$$

Обозначение

$$s'_i \gg s''_i$$

$$\mathbf{NB} \quad s'_i \gg s''_i \Leftrightarrow (s'_i, s_{-i}) \begin{matrix} \{u_i\} \\ \boxtimes \boxtimes \end{matrix} (s''_i, s_{-i}) \\ \text{для } \forall s_{-i} \in S_{-i}$$

Доминантные стратегии

$$\square G = \{I; S; U\}, i \in I.$$

Стратегия s_i^* называется

доминантной стратегией игрока i , если

$$u_i(s_i^*, s_{-i}) > u_i(s_i, s_{-i})$$

для $\forall s_i \in S_i, s_i \neq s_i^*$ и для $\forall s_{-i} \in S_{-i}$.

Prisoner's dilemma

	C_2	D_2
C_1	-6 -6	-12 0
D_1	0 -12	-1 -1

Последовательное исключение доминируемых стратегий

	L	C	R
U	2 3	3 0	2 1
M	1 4	2 6	4 2
D	0 7	1 2	3 8

Общее знание (common knowledge)

$$\sqsupset G = \{I; S; U\}$$

A является общим знанием, если

- 1) всем игрокам известно **A**
- 2) всем игрокам известно 1)
- 3) всем игрокам известно 2)

и т.д.

Игры с полной информацией (complete information games)

Игра $G = \{I ; S ; U\}$ называется игрой с полной информацией, если набор функций выигрыша U является общим знанием всех игроков.

В противном случае G называется игрой с неполной информацией.