



Комбинаторные понятия: размещения



Что такое комбинаторика?

Комбинаторика – раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.

Слово «комбинаторика» происходит от латинского слова «combinare», что в переводе на русский означает – «сочетать», «соединять».

Термин "комбинаторика" был введен знаменитым Готфридом Вильгельмом Лейбницем, - всемирно известным немецким учёным.



Комбинаторика - важный раздел математики, знание которого необходимо представителям самых разных специальностей. С комбинаторными задачами приходится иметь дело физикам, химикам, биологам, лингвистам, специалистам по кодам и др. Комбинаторные методы лежат в основе решения многих задач теории вероятностей и ее приложений.



Немного истории

Комбинаторика является древнейшей и, возможно, ключевой ветвью математики. В математике есть задачи, в которых требуется из элементов составить различные наборы, подсчитать количество всевозможных комбинаций элементов, составленных по определённому правилу. На практике часто приходится делать перебор определённого количества данных. Например, учителю приходится распределять различные виды работ между группами учащихся, офицеру выбирать из солдат наряд, агроному размещать культуры на полях, завучу составлять расписание и т.д. В данном случае речь идёт о всевозможных комбинациях объектов. Задачи такого типа называются комбинаторными задачами. Область математики, в которой изучают комбинаторные задачи, называется комбинаторикой. Как самостоятельный раздел математики комбинаторика оформилась в Европе в XVIII веке. Некоторые комбинаторные задачи решали в Индии во II веке до н. э., в Древнем Китае, позднее в Римской империи.



Определение:

комбинации из n -элементов, отличающихся друг от друга только порядком расположения в них элементов, называются **перестановками из n элементов**.

Перестановки из n элементов обозначают P_n и вычисляют по формуле: $P_n = n!$

$n! = 1 * 2 * 3 * 4 * \dots * n$ (n факториал)

Свойство: $0! = 1$

Задача: Сколькими способами могут разместиться 5 пассажиров в пятиместной каюте?

Решение: $P_5 = 5! = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 = 120$



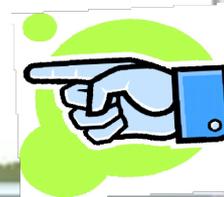
Размещение

- В комбинаторике размещением называется расположение «предметов» на некоторых «местах» при условии, что каждое место занято в точности одним предметом и все предметы различны. Более формально, размещением (из n по k) называется упорядоченный набор из k различных элементов некоторого n -элементного множества.



Определение:

- Размещением из n элементов по m ($m < \text{или} = n$) называется любое множество, состоящее из m элементов, взятых в определённом порядке из данных n элементов.
- Число размещений из n элементов по m обозначаются A_n^m (читается: «А из n по m »)





Размещение

- Например, — это 4-элементное размещение 6-элементного множества $\{1,2,3,4,5,6\}$.
- Набор элементов $\{x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ir}\}$ из множества X , т.е. $x_{ij} \in X$ ($j=1,2,\dots,r$) называется выборкой объемом k из n элементов или просто (n,k) -выборкой.



Размещение

- **(n,k)-выборка называется упорядоченной, если в ней задан порядок следования элементов. Если порядок следования элементов в выборке не является существенным, то такая выборка неупорядоченная.**
- **число (n,k) – размещений без повторений**



Определени

Зап

омн

ите

Размещением называется расположение “предметов” на некоторых “местах” при условии, что каждое место занято в точности одним предметом и все предметы различны.

В размещении учитывается порядок следования предметов. Так, например, наборы $(2,1,3)$ и $(3,2,1)$ являются различными



Формула:

**Запо
МНИТ**

Количество размещений из n по m ,
обозначается

$$A_n^m$$

и вычисляется по формуле:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n - m)!}$$



Задача 1: СКОЛЬКО ДВУЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ МОЖНО СОСТАВИТЬ ИЗ ЦИФР 1,2,3,4?

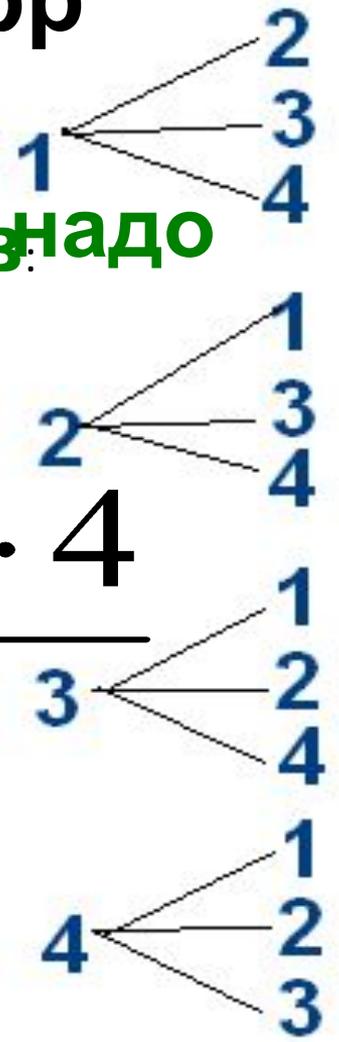
Решим задачу деревом теоретиков:
ВЫЧИСЛИТЬ:

$$A_4^2$$

$$A_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2}$$

Получили такой
же ответ:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$



Задача 2:

Сколько трёхзначных чисел можно составить из цифр 4,5,6,7,8?

$$A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!}$$

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$





Задача 3:

Завучу школы из 8 предметов: алгебра, геометрия, информатика, физика, химия, ОБЖ, литература, физическая культура необходимо составить расписание на один день из 5 уроков. Сколькими способами можно это сделать?

$$A_8^5 = \frac{8!}{(8-5)!}$$

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

6720

Задача 4:



Учащиеся 6 классов изучают 10 предметов. Сколькими способами можно составить расписание уроков на один день так, чтобы 5 уроков были различными?

$$A_{10}^5 = \frac{10!}{(10-5)!}$$
$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

30240

Задача 5:



На II курсе вы будете изучать 14 предметов. Сколькими способами можно составить расписание занятий на субботу, если в этот день недели должно быть 5 различных уроков?

$$A_{14}^5 = \frac{14!}{(14-5)!}$$
$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

240240

Задача 6:



В цехе работают 8 токарей. Сколькими способами можно поручить трем из них изготовить три различные детали по одной на каждого?

$$A_8^3 = \frac{8!}{(8-3)!}$$
$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$



Задача 7:

**Сколько трехбуквенных
словосочетаний можно
составить из букв слова
«ЭСКИЗ»?**

$$A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!}$$
$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$



Задача8:

Партия состоит из 25 человек. Требуется выбрать председателя, заместителя, секретаря и казначея. Сколькими способами можно это сделать, если каждый член партии может занимать лишь один пост?

25!

$$A_{25}^4 = \frac{25!}{(25-4)!}$$
$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Задача 9:



Из команды в 10 человек нужно выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?

$$A_{10}^2 = \frac{10!}{(10 - 2)!}$$
$$A_n^m = \frac{n!}{(n - m)!}$$



Задача 10:

Сколькими способами
можно обозначить
вершины
четырёхугольника, если
даны буквы А, В, С, D, E, F?



$$A_6^4 = \frac{6!}{(6-4)!}$$
$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$



Задача11:

Сколькими способами можно опустить 5 писем в 11 почтовых ящиков, если в каждый ящик опускают не более одного письма?

$$A_{11}^5 = \frac{11!}{(11-5)!}$$
$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$



Подбор задач по теме «Размещения»

- 1 Из 30 участников собрания надо выбрать председателя и секретаря. Сколькими способами это можно сделать?
- 2 На станции 7 запасных путей Сколькими способами можно расставить на них 4 поезда?
- 3 На странице альбома 6 свободных мест для фотографий. Сколькими способами можно вложить в свободные места: а) 2 фотографии; б) 4 фотографии; в) 6 фотографий?
- 4 Сколько четырёхзначных чисел, в которых нет одинаковых цифр, можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, 9?

