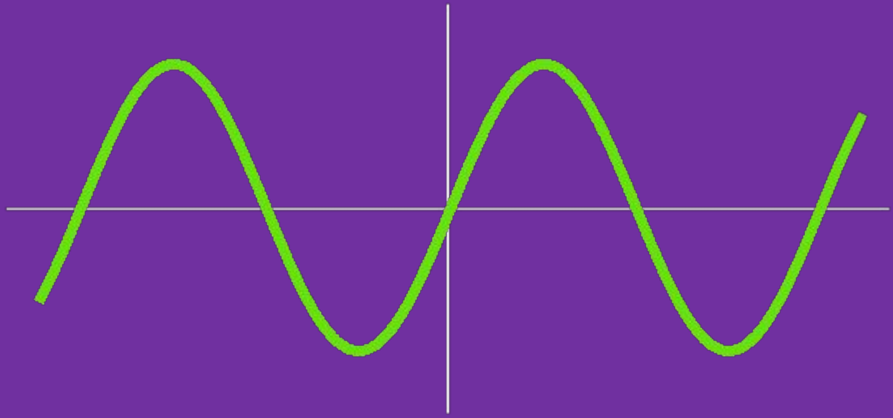
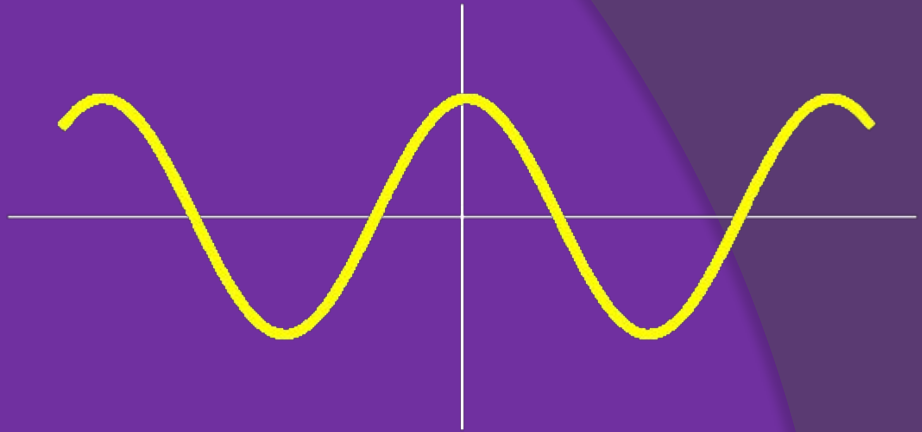
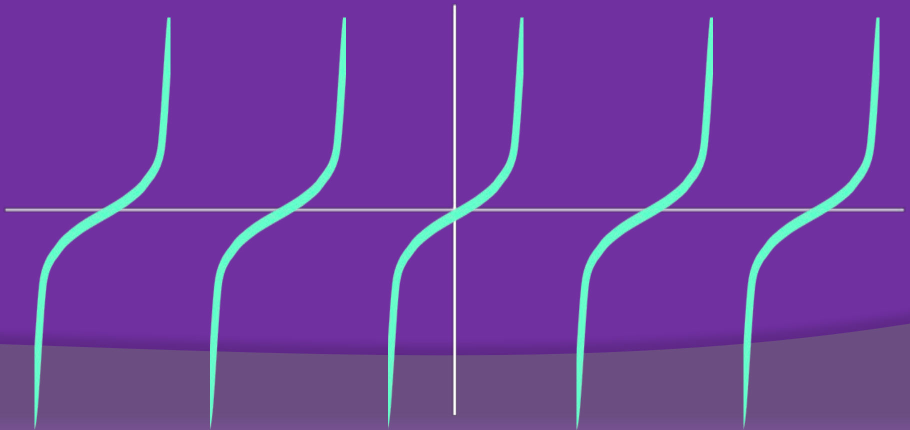
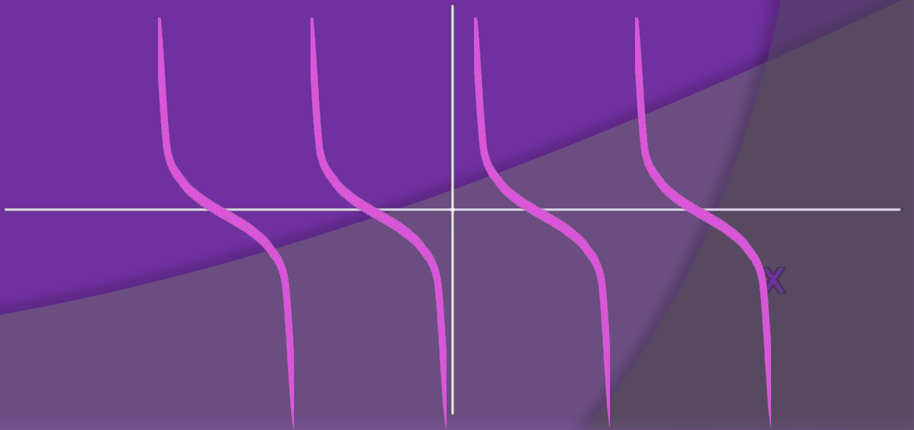



ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ ЧИСЛОВОГО АРГУМЕНТА

ОГЛАВЛЕНИЕ

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

- Тригонометрические функции
  - ✔Числовая окружность
  - ✔Синус и косинус
  - ✔Тангенс и котангенс
- Тригонометрические функции числового аргумента
  - ✔Функция y = sin x
    - Свойства функции y = sin x
  - ✔Функция y = cos x
    - Свойства функции y = cos x
  - ✔Функция y = tg x
    - Свойства функции y = tg x
  - ✔Функция y = ctg x
    - Свойства функции y = ctg x
- Построение графика функции y = mf(x)
- Построение графика функции y = f(kx)
- Построение графика функции y = f(-x)
- График гармонического колебания
  - ✔Построение графика гармонического колебания

ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

- Обратные тригонометрические функции
  - ✔Функция y = arcsin x
    - Свойства функции y = arcsin x
  - ✔Функция y = arccos x
    - Свойства функции y = arccos x
  - ✔Функция y = arctg x
    - Свойства функции y = arctg x
  - ✔Функция y = arcctg x
    - Свойства функции y = arcctg x
- Преобразование выражений, содержащих обратные тригонометрические функции

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛОВОЙ ФУНКЦИИ

Определение 1. Если даны числовое множество **X** и правило ***f***, позволяющее поставить в соответствие каждому элементу ***x*** из множества **X** определенное число ***y***, то говорят, что задана **функция *y = f(x)* с областью определения X**. Пишут: ***y = f(x)***, ***x* є X**. Для области определения функции используют обозначение **D(*f*)**. Переменную ***x*** называют **независимой переменной** или **аргументом**, а переменную **y** – **зависимой переменной.** Множество всех значений функции ***y = f(x), x* є X** называют **областью значений функции** и обозначают **E(*f*)**.

Определение 2. Если дана функция ***y = f(x), x* є X** и на координатной плоскости ***xOy*** отмечены все точки вида ***(x; y)***, где ***x* є X**, а ***y = f(x),*** то множество этих точек называют **графиком функции *y = f(x), x* є X.**

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Задача тригонометрии. Определение сторон и углов треугольника, когда уже известны некоторые из них.

Определение. **Тригонометрические функции -** это функции, устанавливающие зависимость между сторонами и углами треугольника. Тригонометрические функции угла α определяются при помощи числовой окружности, а также из прямоугольного треугольника (для острых углов).

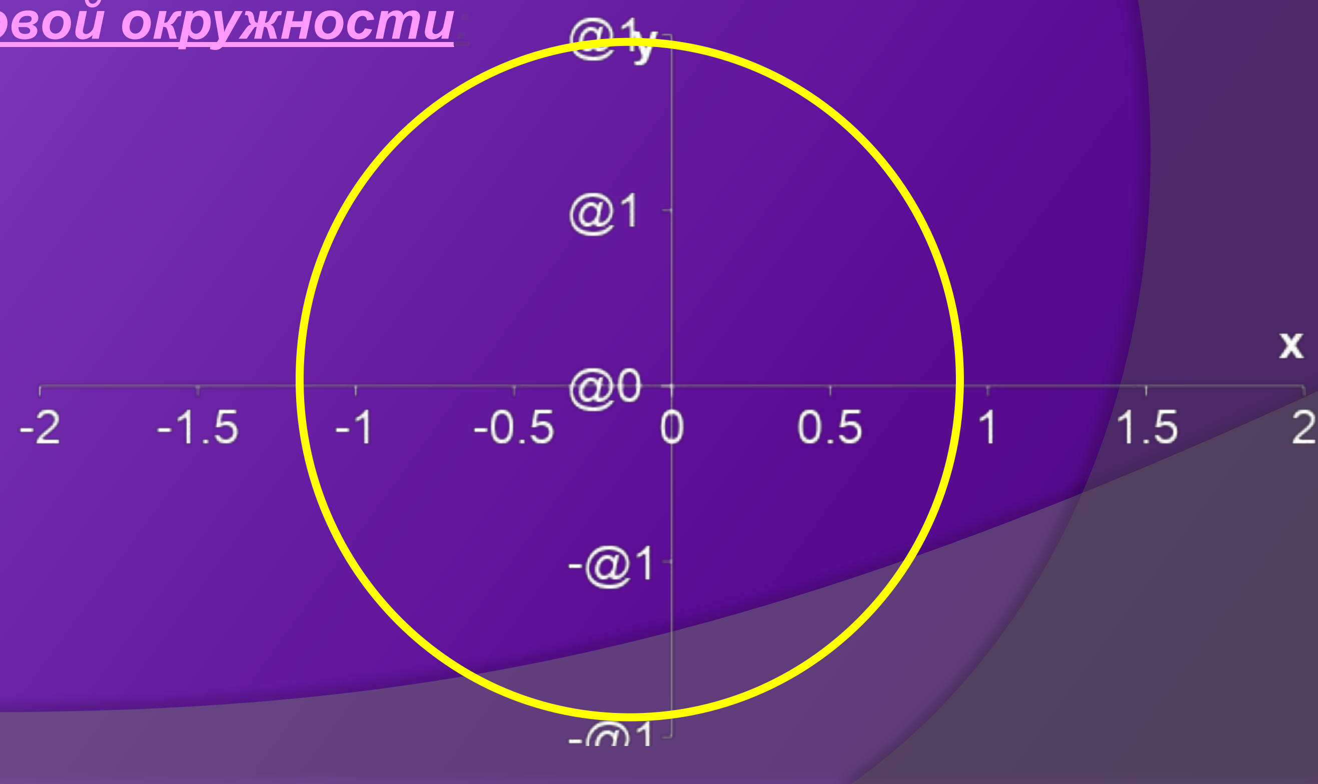
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ЧИСЛОВАЯ ОКРУЖНОСТЬ

Определение. **Числовая окружность** – единичная окружность с установленным соответствием (между действительными числами и точками окружности).

***Уравнение числовой окружности*:**

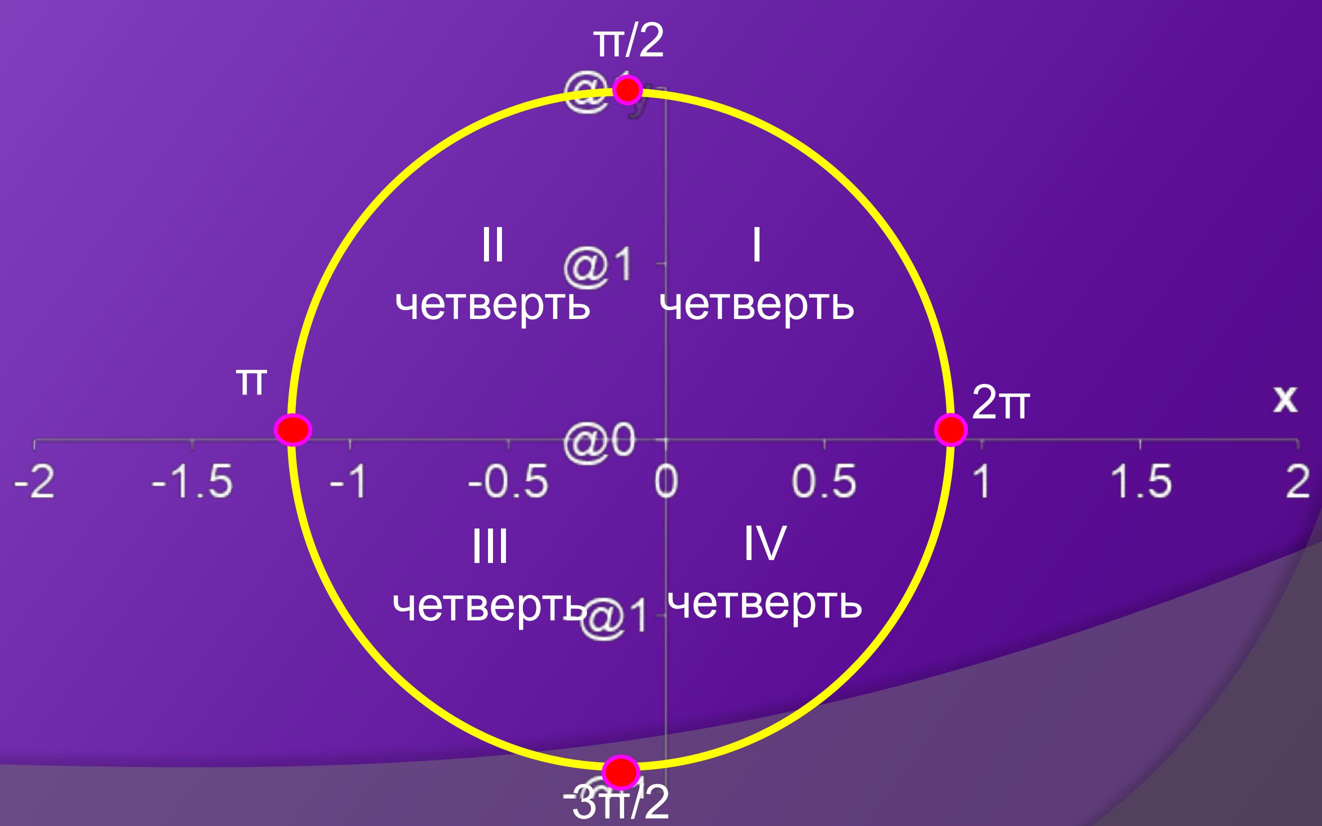
$$x^2 + y^2 = 1$$



ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ЧИСЛОВАЯ ОКРУЖНОСТЬ

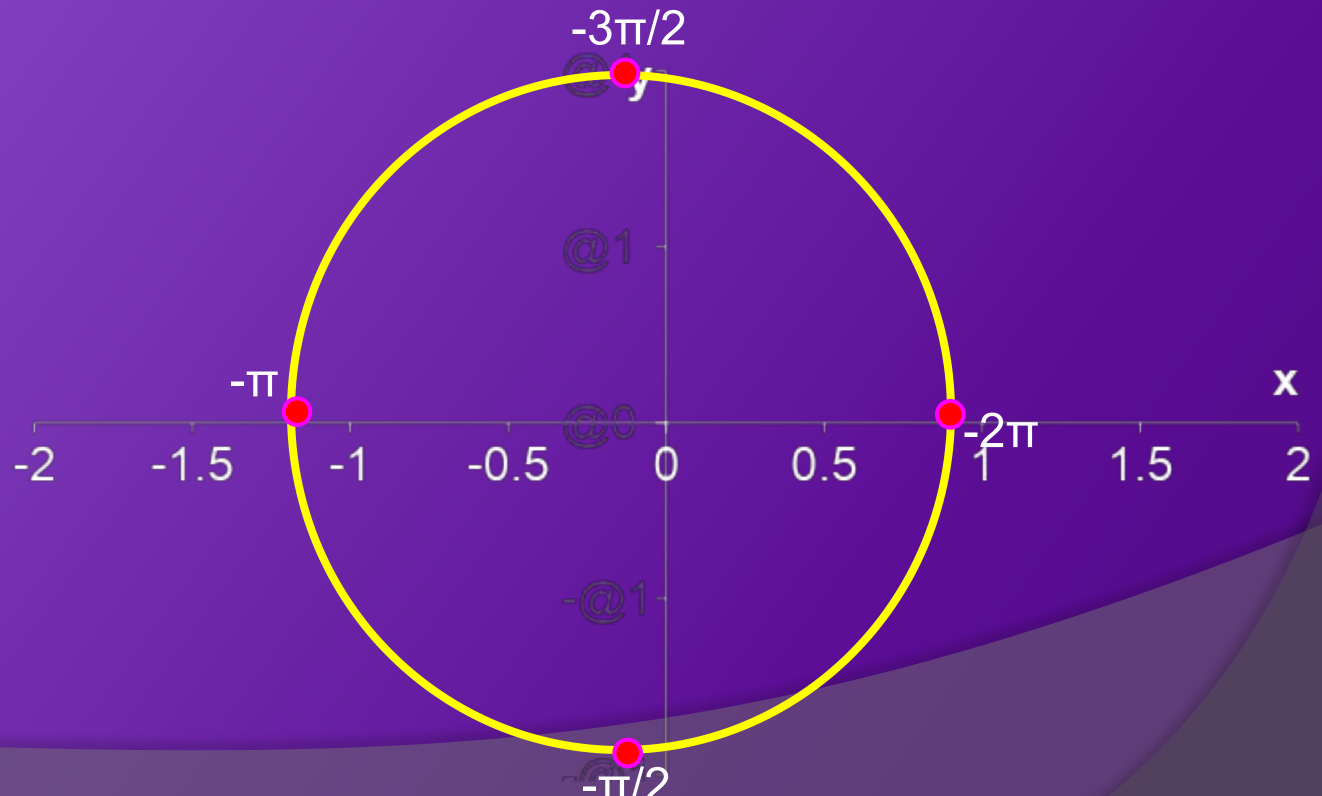
Движение по числовой окружности происходит против часовой стрелки



ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ЧИСЛОВАЯ ОКРУЖНОСТЬ

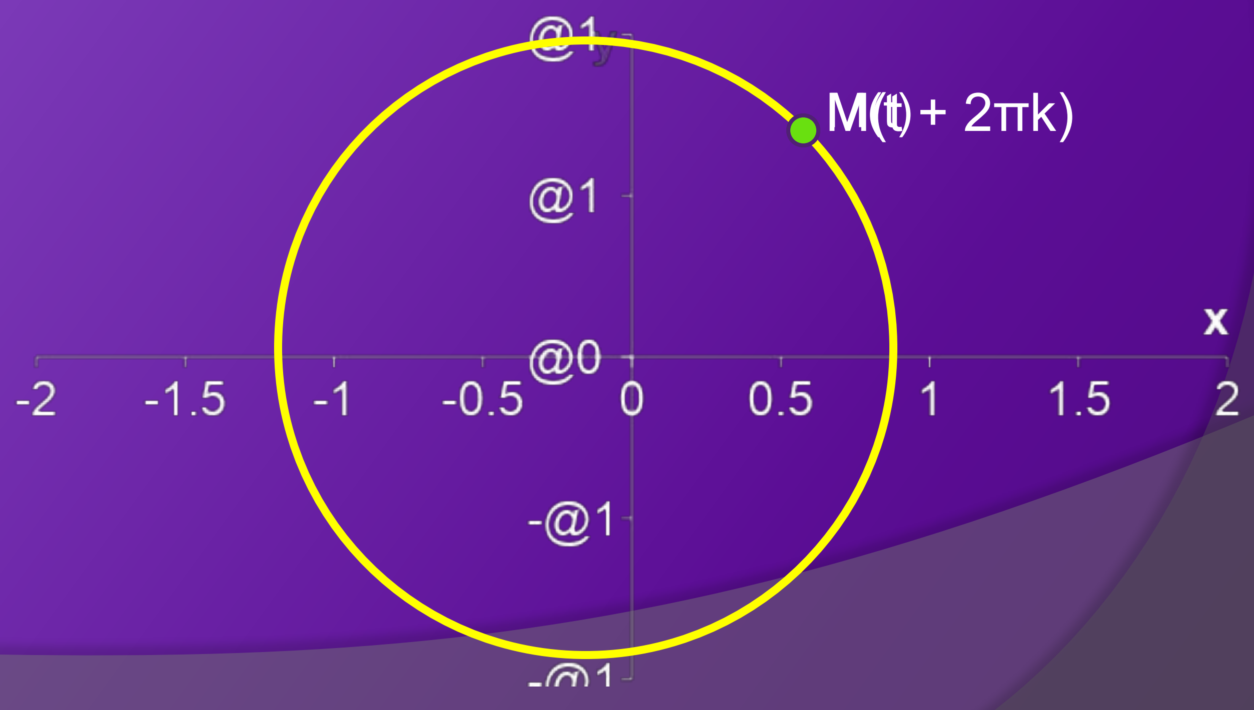
Если движение по числовой окружности происходит по часовой стрелке, то значения получаются отрицательными



ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ЧИСЛОВАЯ ОКРУЖНОСТЬ

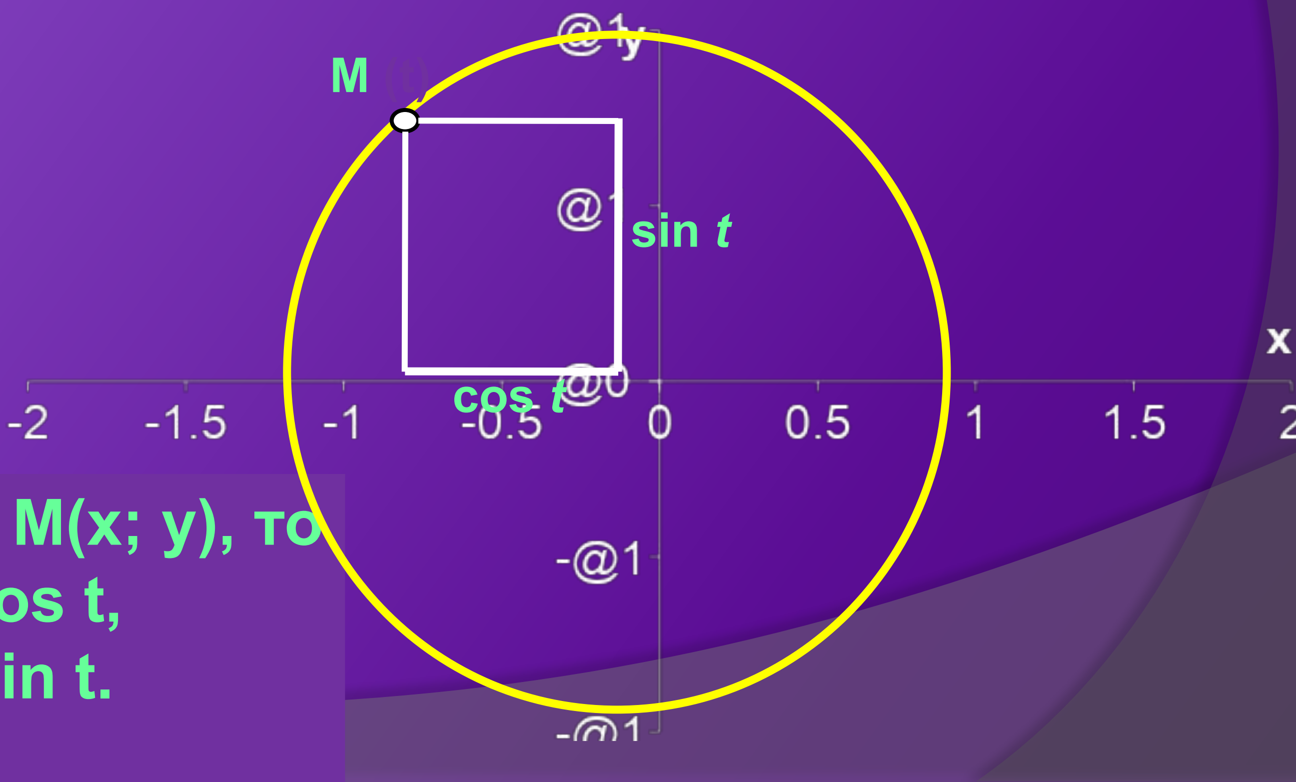
Если точка M числовой окружности соответствует числу t, то она соответствует и числу вида t + 2πk, где параметр k – любое целое число (k є Z).



ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

СИНУС И КОСИНУС

Определение. Если точка M числовой окружности соответствует числу *t*, то абсциссу точки M называют **косинусом числа *t*** и обозначают cos *t*, а ординату точки M называют **синусом числа *t*** и обозначают sin *t*.



Если M(t) = M(x; y), то

x = cos t,

y = sin t.

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

СИНУС И КОСИНУС

Свойство 1. Для любого числа *t* справедливы равенства:

$$\sin(-t) = -\sin t;$$
$$\cos(-t) = \cos t.$$

Свойство 2. Для любого числа *t* справедливы равенства:

$$\sin(t + 2\pi k) = \sin t,$$
$$\cos(t + 2\pi k) = \cos t.$$

Свойство 3. Для любого числа *t* справедливы равенства:

$$\sin(t + \pi) = -\sin t;$$
$$\cos(t + \pi) = -\cos t.$$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ТАНГЕНС И КОТАНГЕНС

Определение. Отношение синуса числа t к косинусу того же числа называют **тангенсом числа t** и обозначают $\mathrm{tg}\ t$.

$\mathrm{tg}\ t = \sin t / \cos t$, где $t \neq 0{,}5\pi + \pi k$, $k \in Z$

Определение. Отношение косинуса числа t к синусу того же числа называют **котангенсом числа t** и обозначают $\mathrm{ctg}\ t$.

$\mathrm{ctg}\ t = \cos t / \sin t$, где $t \neq \pi k$, $k \in Z$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ТАНГЕНС И КОТАНГЕНС

Свойство 1. Для любого допустимого значения t справедливы равенства:

$$\text{tg}\,(-t) = -\,\text{tg}\,t;$$
$$\text{ctg}\,(-t) = -\,\text{ctg}\,t.$$

Свойство 2. Для любого допустимого значения t справедливы равенства:

$$\text{tg}\,(t + \pi) = \text{tg}\,t;$$
$$\text{ctg}\,(t + \pi) = \text{ctg}\,t.$$

$$\text{tg}\,(t + \pi k) = \text{tg}\,t;$$
$$\text{ctg}\,(t + \pi k) = \text{ctg}\,t,\ \text{где}\ k \in Z.$$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ ЧИСЛОВОГО АРГУМЕНТА

Определение. Тригонометрические функции числового аргумента *t* – функции $y = \sin t$, $y = \cos t$, $y = \mathrm{tg}\, t$, $y = \mathrm{ctg}\, t$.

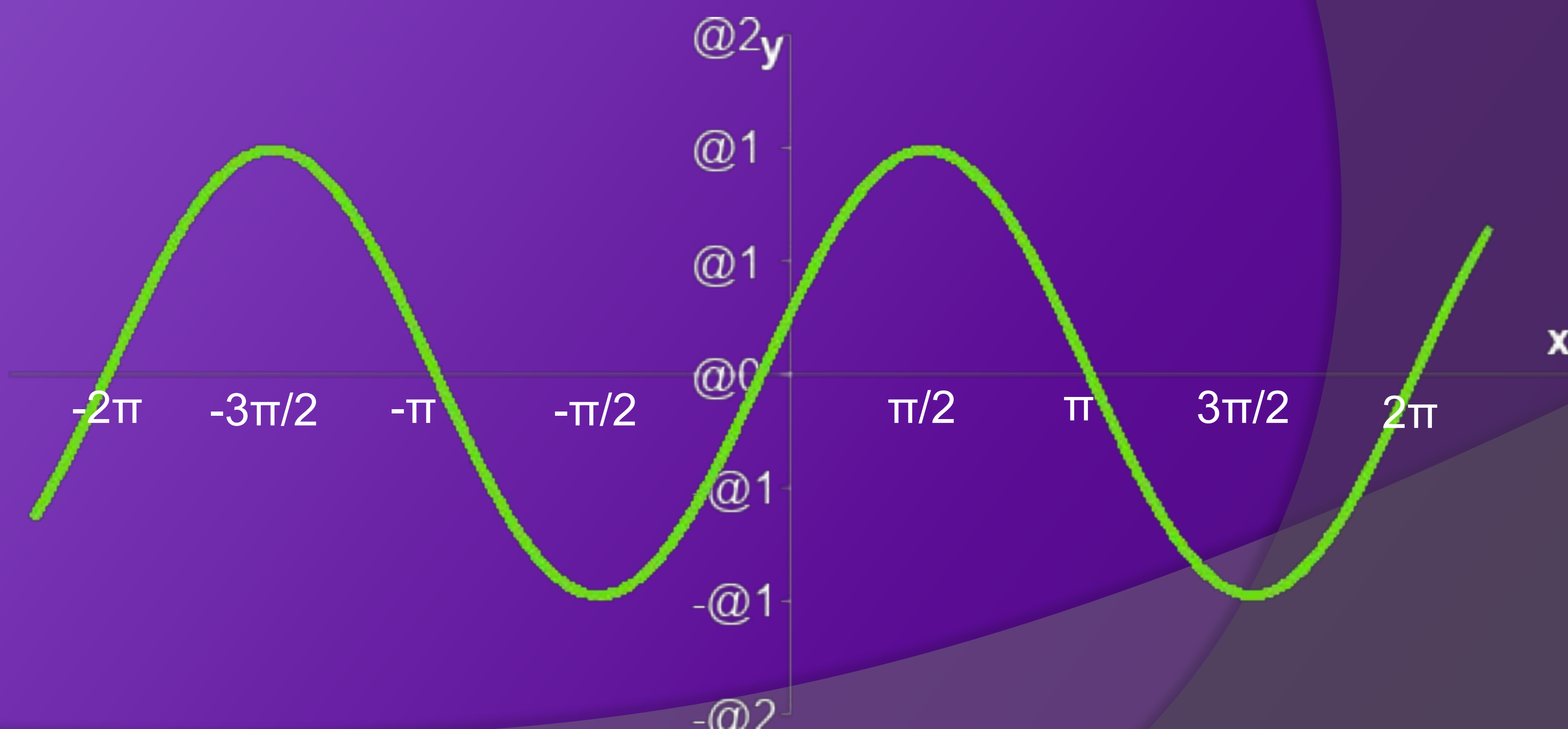
Основные соотношения, связывающие значения различных тригонометрических функций:

$$\sin^2 t + \cos^2 t = 1;$$
$$\mathrm{tg}\, t * \mathrm{ctg}\, t = 1, \text{ где } t \neq \pi k / 2;$$
$$1 + \mathrm{tg}^2 t = 1 / \cos^2 t, \text{ где } t \neq 0{,}5\pi + \pi k,\ k \in Z;$$
$$1 + \mathrm{ctg}^2 t = 1 / \sin^2 t, \text{ где } t \neq \pi k,\ k \in Z.$$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ Y = SIN X

Определение. Линию, служащую графиком функции $y = \sin x$, называют **синусоидой**.



ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ Y = SIN X

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ Y = SIN X.

Свойство 1. $D(y) = (-\infty;+\infty)$.

Свойство 2. $E(y) = [-1;1]$.

Свойство 3. Функция $y = \sin x$ возрастает на отрезке $[-\pi/2+2\pi k;\ \pi/2 + 2\pi k]$ и убывает на отрезке $[\pi/2 + 2\pi k;\ 3\pi/2 + 2\pi k\ ]$, где $k \in Z$.

Свойство 4. Функция ограничена и сверху и снизу $(-1 \leq \sin t \leq 1)$.

Свойство 5. $y_{наим} = -1$; $y_{наиб} = 1$.

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ Y = SIN X

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ Y = SIN X.

Свойство 6. Функция $y = \sin x$ периодическая, ее основной период равен 2π.

Свойство 7. $y = \sin x$ – непрерывная функция.

Свойство 8. $y = \sin x$ – нечетная функция.

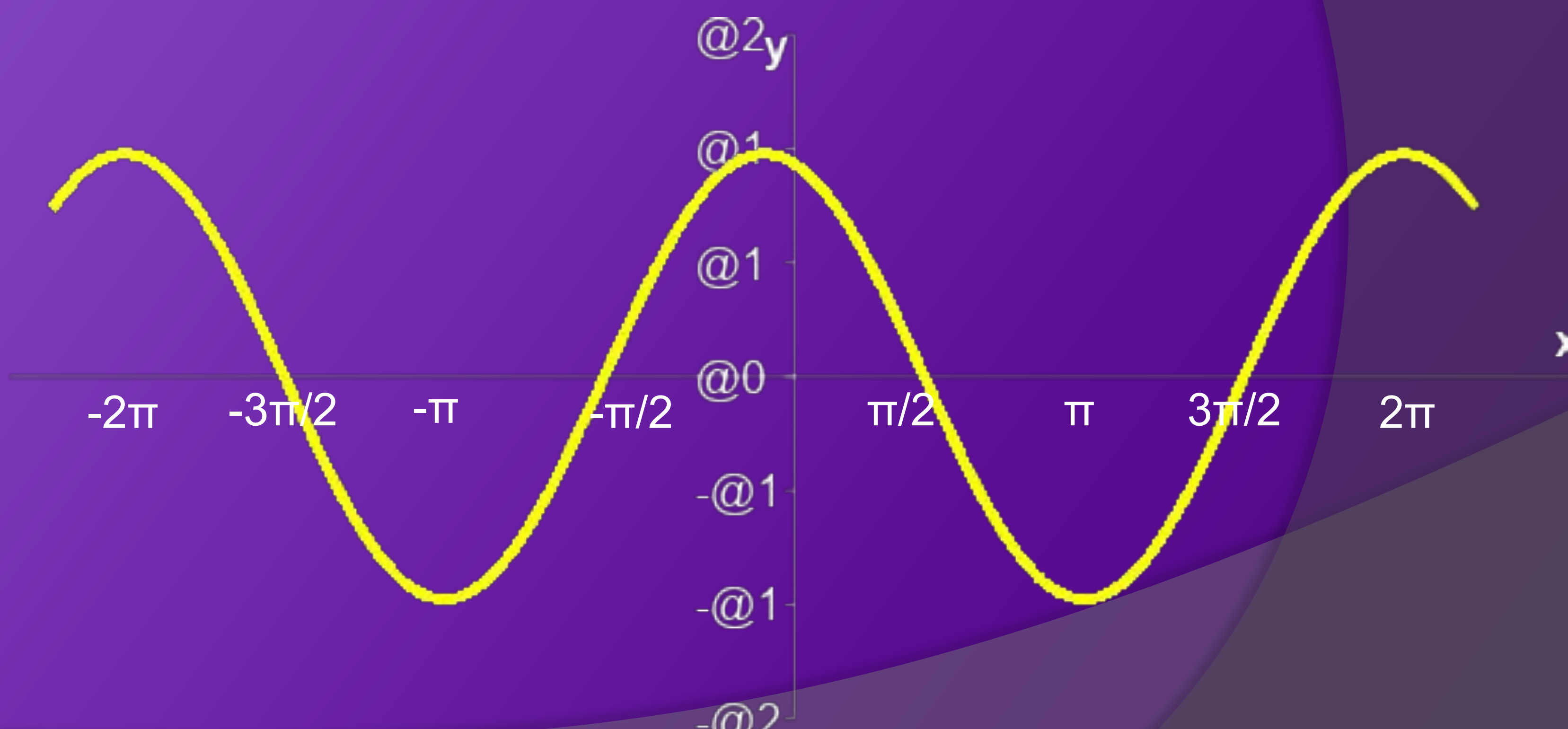
Свойство 9. Функция выпукла вверх на отрезке $[0 + 2\pi k; \pi + 2\pi k]$, выпукла вниз на отрезке $[\pi + 2\pi k; 2\pi + 2\pi k]$, где $k \in Z$.

В оглавление

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Функция y = cos x

Определение. Линию, служащую графиком функции **y = cos x**, называют **косинусоидой (синусоидой)**.



ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ Y = COS X

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ Y = COS X.

Свойство 1. D(y) = (-∞;+∞).

Свойство 2. E(y) = [-1; 1].

Свойство 3. Функция y = cos x убывает на отрезке [2πk; π+2πk] и возрастает на отрезке [π+2πk; 2π+2πk], где k є Z.

Свойство 4. Функция ограничена и сверху и снизу (-1 ≤ cos t ≤ 1).

Свойство 5. $y_{наим} = -1$; $y_{наиб} = 1$.

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ Y = COS X

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ Y = COS X.

Свойство 6. Функция $y = \cos x$ периодическая, ее основной период равен 2π.

Свойство 7. $y = \cos x$ – непрерывная функция.

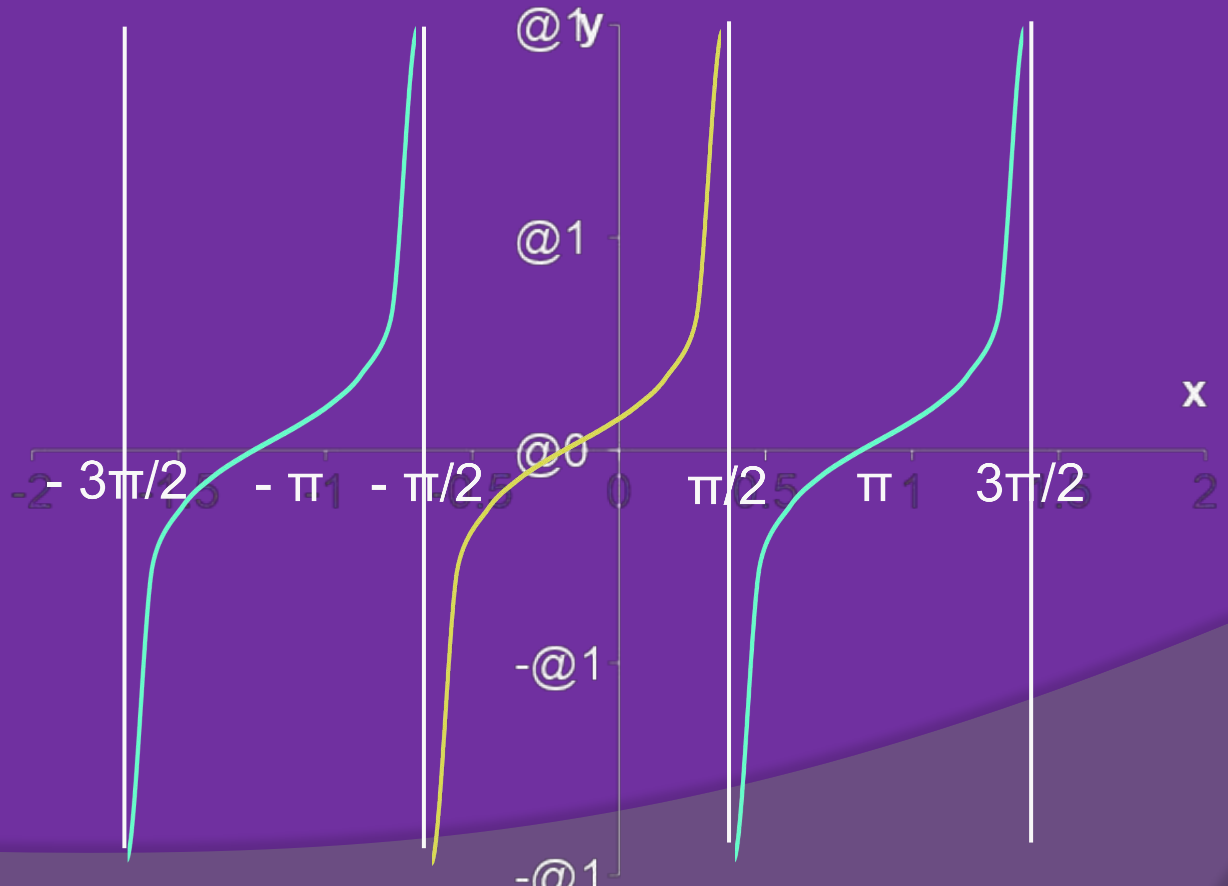
Свойство 8. $y = \cos x$ – четная функция.

Свойство 9. Функция выпукла вверх на отрезке $[-0,5\pi+2\pi k;\ 0,5\pi+2\pi k]$, выпукла вниз на отрезке $[0,5\pi+2\pi k;\ 1,5\pi+2\pi k]$, где $k \in Z$.

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ Y = TG X

Определение. Линию, служащую графиком функции y = tg x называют **тангенсоидой**. Главной ветвью графика y = tg x обычно называют ветвь, заключенную в полосе [-π/2; π/2].



ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ Y = TG X

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ Y = TG X.

Свойство 1. D(y) = множество всех действительных чисел, за исключением чисел вида $x = \pi/2 + \pi k$, $k \in Z$.

Свойство 2. E(y) = [- ∞;+ ∞].

Свойство 3. Функция y = tg x – периодическая, ее основной период равен π.

Свойство 4. y = tg x – нечетная функция.

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ Y = TG X

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ Y = TG X.

Свойство 5. Функция $y = \mathrm{tg}\, x$ возрастает на любом интервале вида $(-\pi/2 + \pi k; \pi/2 + \pi k)$, $k \in Z$.

Свойство 6. Функция $y = \mathrm{tg}\, x$ не ограничена ни сверху, ни снизу.

Свойство 7. У функции $y = \mathrm{tg}\, x$ нет ни наибольшего, ни наименьшего значения.

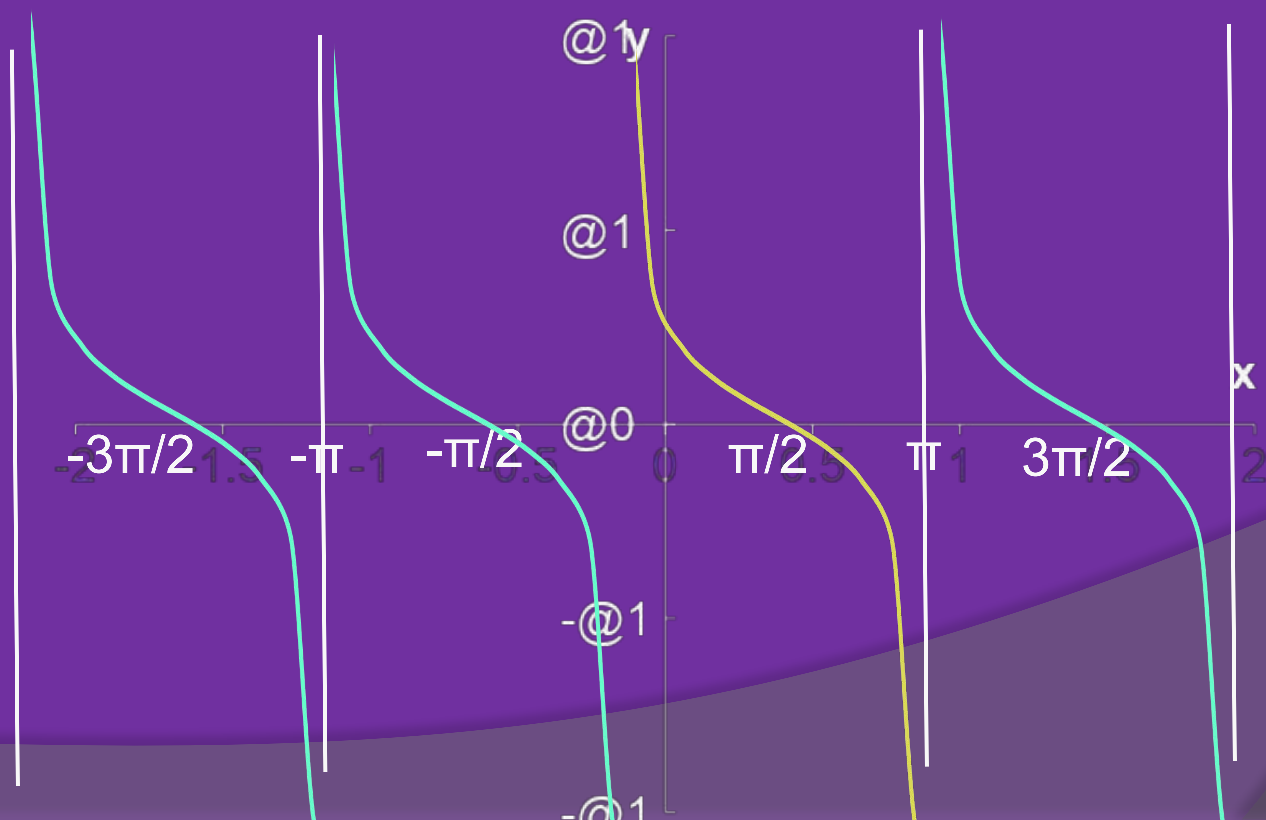
Свойство 8. Функция $y = \mathrm{tg}\, x$ непрерывна на любом интервале вида $(-\pi/2 + \pi k; \pi/2 + \pi k)$.

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ Y = CTG(X)

График функции y = ctg x называют **котангенсоидой** (**тангенсоидой**). Главной ветвью графика функции y = ctg x называют ветвь, заключенную в полосе [0; π].

ctg x = - tg (x + π/2)



ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ Y = CTG X

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ Y = CTG X.

Свойство 1. D(y) = множество всех действительных чисел, за исключением чисел вида $x = \pi k,\ k \in Z$.

Свойство 2. E(y) = [- ∞;+ ∞].

Свойство 3. Функция y = ctg x – периодическая, ее основной период равен π.

Свойство 4. y = ctg x – нечетная функция.

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ Y = CTG X

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ Y = CTG X.

Свойство 5. Функция $y = ctg\ x$ убывает на любом интервале вида $(-\pi + \pi k; \pi k)$, $k \in Z$.

Свойство 6. Функция $y = ctg\ x$ не ограничена ни сверху, ни снизу.

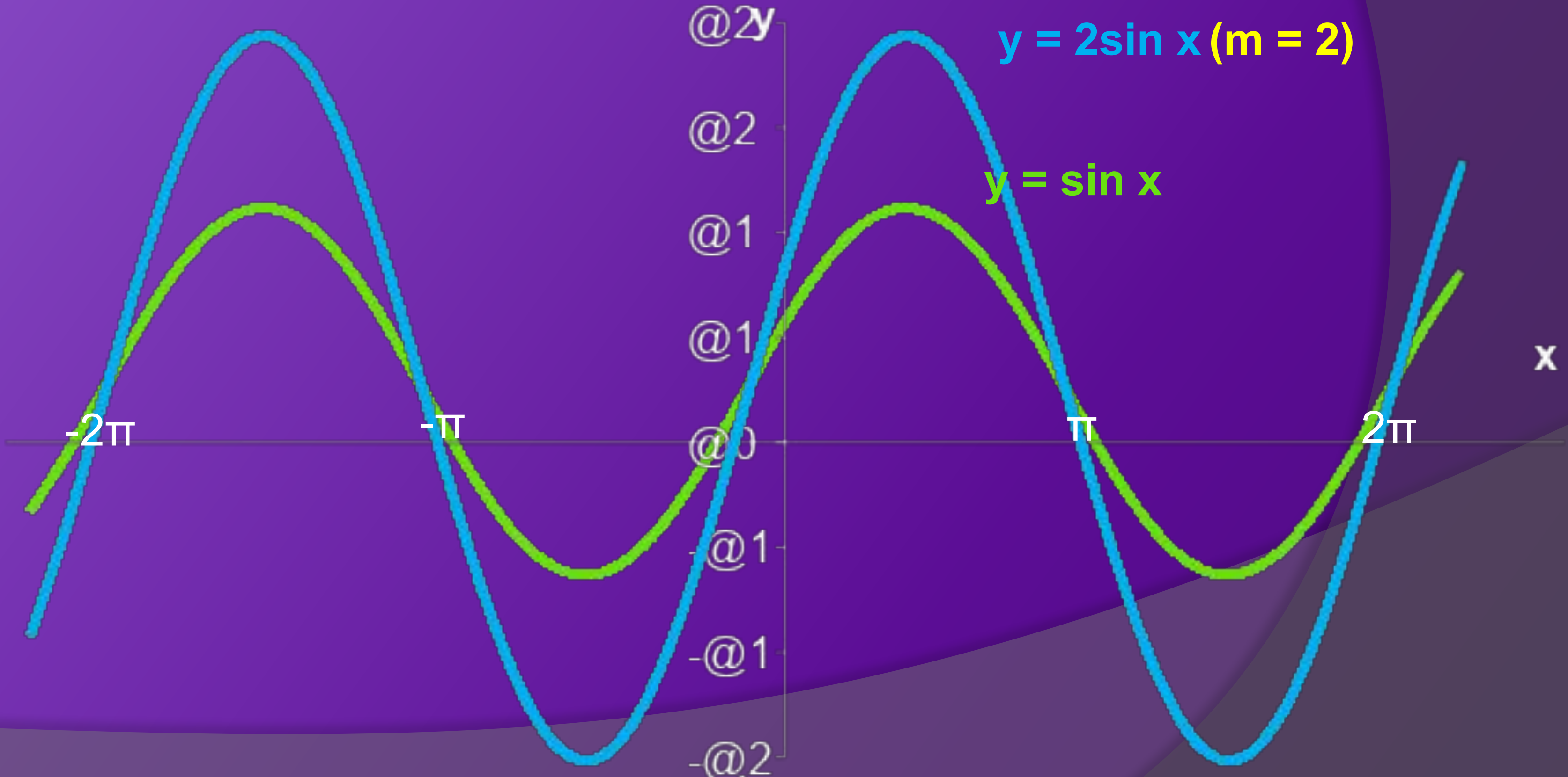
Свойство 7. У функции $y = ctg\ x$ нет ни наибольшего, ни наименьшего значения.

Свойство 8. Функция $y = ctg\ x$ непрерывна на любом интервале вида $(-\pi + \pi k; \pi k)$.

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА ФУНКЦИИ Y = MF(X)

Ординаты точек графика функции $y = mf(x)$ получаются умножением ординат соответствующих точек графика функции $y = f(x)$ на число m. Такое преобразование графика называют обычно *растяжением от оси x с коэффициентом m.*



ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

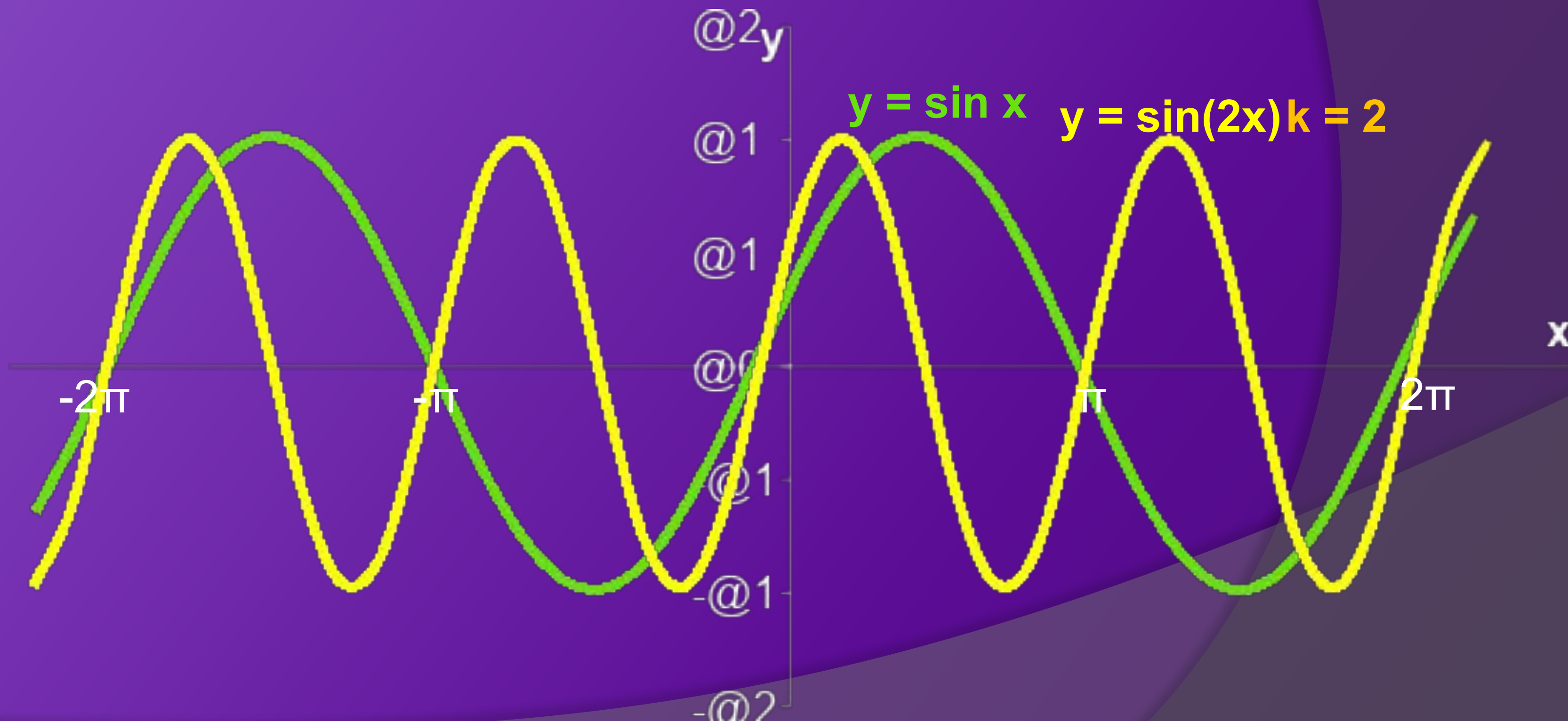
ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА ФУНКЦИИ Y = MF(X)

Если 0 < m < 1, то предпочитают говорить не о растяжении с *коэффициентом* m, а о *сжатии к оси x с коэффициентом 1 / m.*

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА ФУНКЦИИ Y = F(KX)

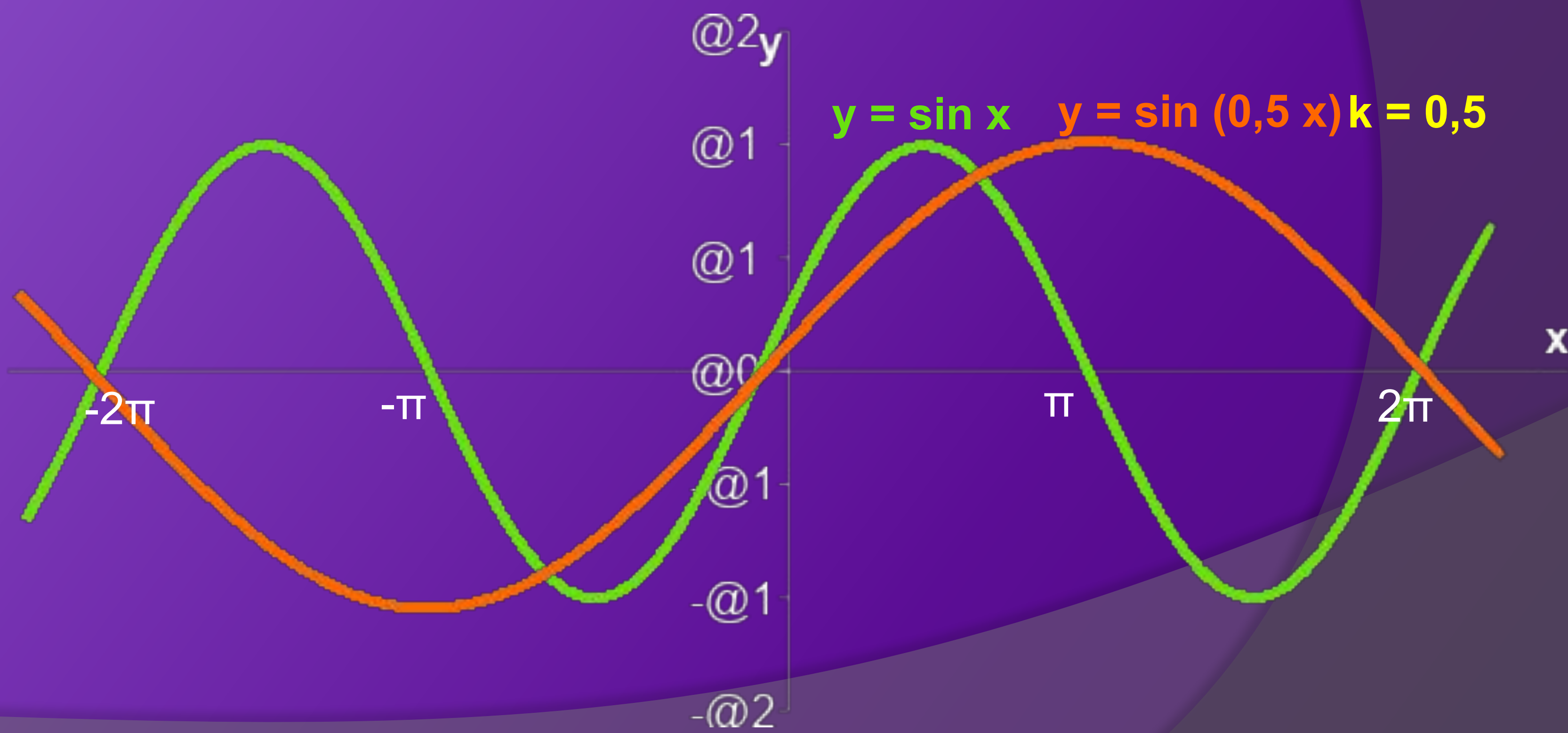
График функции y = *f*(kx) получается из графика функции y = *f*(x) с помощью сжатия к оси y с коэффициентом k.



ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА ФУНКЦИИ Y = F(KX)

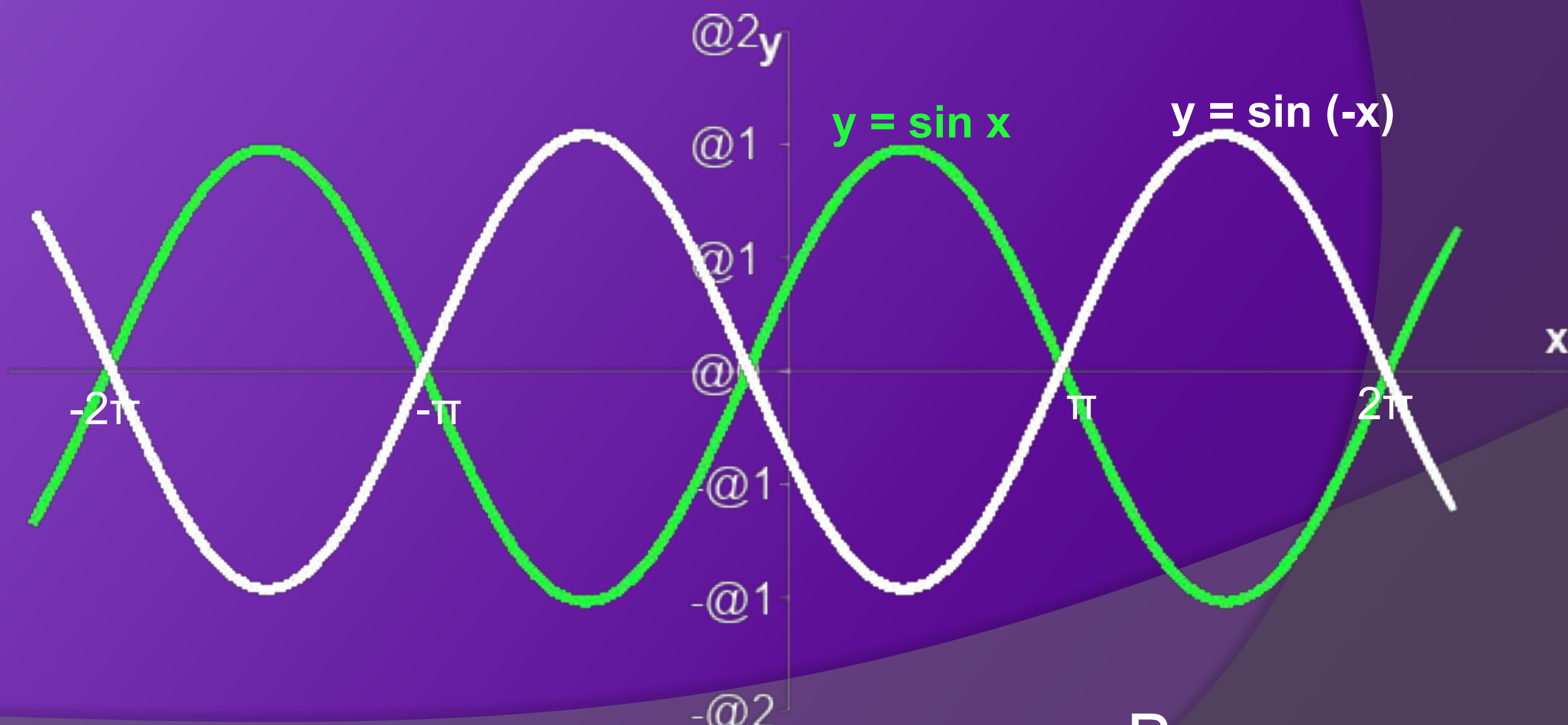
Если $0 < k < 1$, то предпочитают говорить не о сжатии с коэффициентом k, а о растяжении от оси y с коэффициентом $1 / k$.



ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА ФУНКЦИИ Y = F(-X)

График функции $y = f(-x)$ можно получить из графика функции $y = f(x)$ с помощью преобразования симметрии относительно оси y.



В оглавление

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ГРАФИК ГАРМОНИЧЕСКОГО КОЛЕБАНИЯ

Закон (уравнение) гармонических колебаний:

$$s = A \sin(\omega t + \alpha)$$

s – отклонение материальной точки от положения равновесия

A (или – A, если A < 0) – амплитуда колебаний (максимальное отклонение от положения равновесия);

ω – частота колебаний;

t – время;

α – начальная фаза колебаний.

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА ГАРМОНИЧЕСКОГО КОЛЕБАНИЯ

Рассмотрим пример $s = 3 \sin (2t + \pi/3)$, где амплитуда равна трем ($A = 3$), частота колебаний равна двум ($\omega = 2$), начальная фаза колебаний равна $\pi/3$ ($\alpha = \pi/3$).

Для построения данного графика, решим уравнение $3 \sin (2t + \pi/3) = 0$ – это даст нам точки пересечения искомого графика с осью абсцисс. Имеем

$$2t + \pi/3 = \pi k,$$
$$2t = - \pi/3 + \pi k,$$
$$t = - \pi/6 + \pi k/2,\ k \in Z .$$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА ГАРМОНИЧЕСКОГО КОЛЕБАНИЯ

$2t + \pi/3 = \pi k$,
$2t = - \pi/3 + \pi k$,
$t = - \pi/6 + \pi k/2$, $k \in Z$.

Дадим параметру k два соседних значения 0 и 1. При $k = 0$ получаем: $t_1 = - \pi/6$; при $k = 1$ получаем $t_2 = \pi/3$.

Точки $A(-\pi/6; 0)$ и $B(\pi/3; 0)$ служат концами одной полуволны искомого графика. Серединой отрезка $[- \pi/6; \pi/3]$ является точка $\pi/12$ – среднее арифметическое (полусумма) чисел $– \pi/6$ и $\pi/3$.

$s = 3 \sin 2(t + \pi/6)$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА ГАРМОНИЧЕСКОГО КОЛЕБАНИЯ

Найдем значение заданной функции в точке π/12:

s = 3 sin (2t + π/3) = 3 sin (2π/12 + π/3) =
= 3 sin (π/6 + π/3) = 3 sinπ/2 = 3*1 = 3.

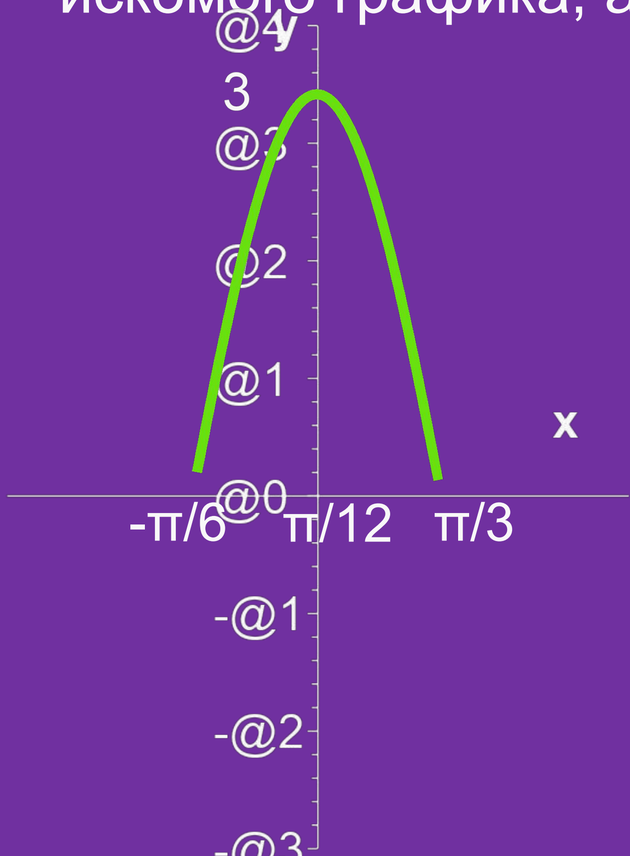
Точка C(π/12; 3) – верхняя точка искомой полуволны.

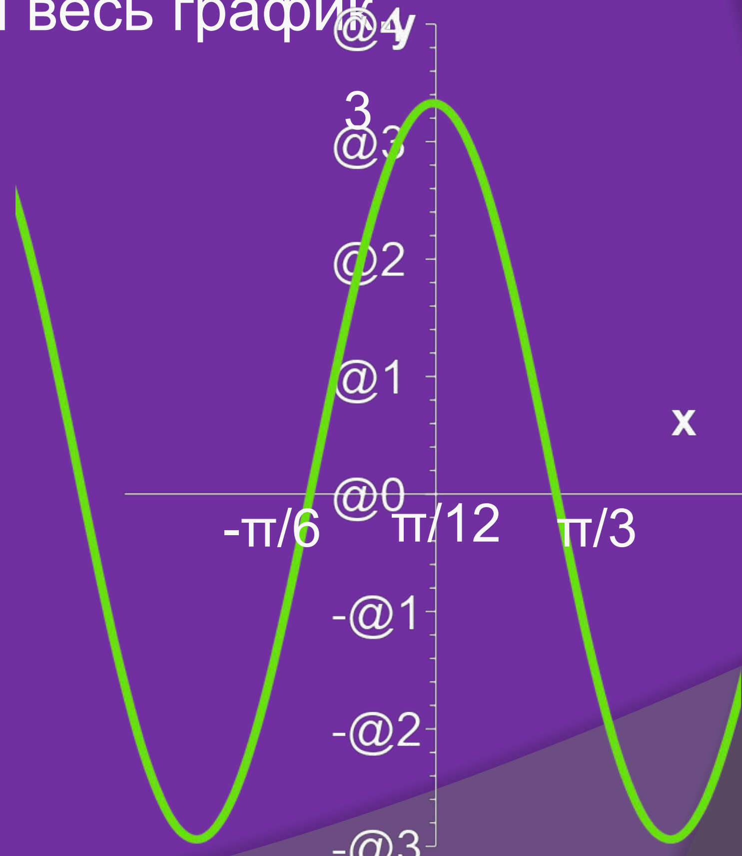
s = 3 sin 2(t + π/6)

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА ГАРМОНИЧЕСКОГО КОЛЕБАНИЯ

По трем точкам – А, В и С – строим сначала полуволну искомого графика, а затем и весь график.





$s = 3 \sin 2(t + \pi/6)$

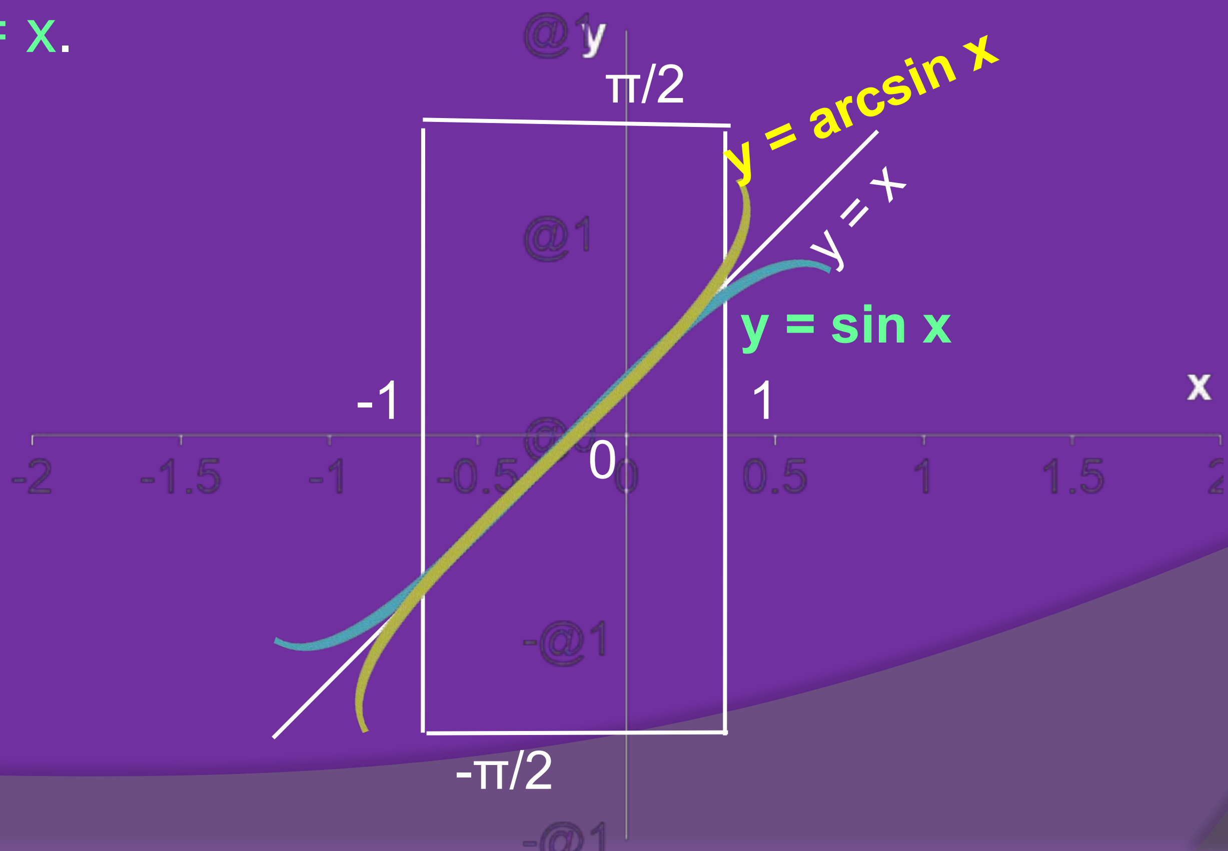
ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Определение. Обратными тригонометрическими функциями (или аркфункциями) называют функции вида $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$, $y = \operatorname{arctg} x$, $y = \operatorname{arcctg} x$.

ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ Y = ARCSIN X

Определение. y = arcsin x (читают: арксинус x) – это функция, обратная к функции y = sin x. График функции y = arcsin x может быть получен из графика функции y = sin x, x є [-π/2; π/2] с помощью преобразования симметрии относительно прямой y = x.



ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ Y = ARCSIN X

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ Y = ARCSIN X.

Свойство 1. D(f) = [-1;1].

Свойство 2. E(f) = [-π/2; π/2].

Свойство 3. Функция является нечетной: arcsin (-x) = -arcsin x.

Свойство 4. Функция возрастает.

Свойство 5. Функция непрерывна.

ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ Y = ARCSIN X

Определение. Если |a| ≤ 1, то arcsin a – это такое число из отрезка [-π/2; π/2], синус которого равен a.

Если |a| ≤ 1, то

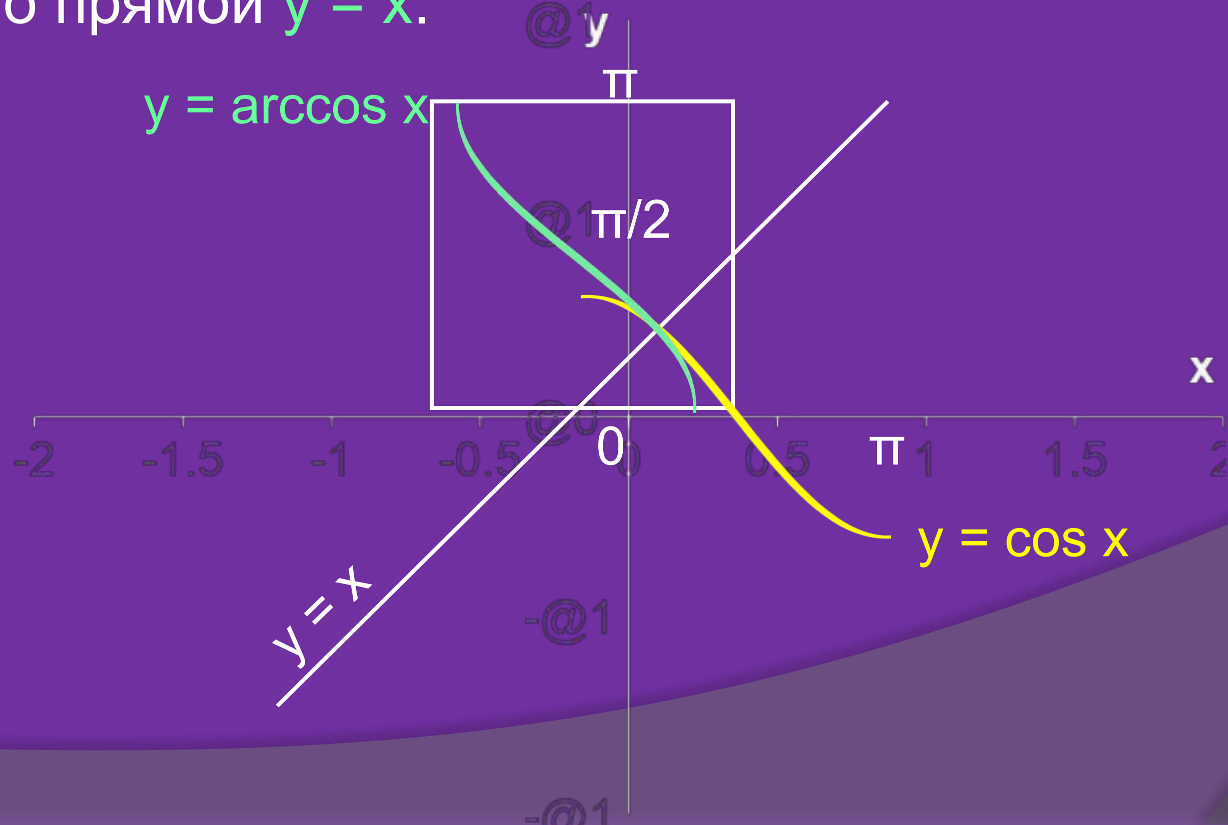
$$\arcsin a = t \Leftrightarrow \begin{cases} \sin t = a \\ -\pi/2 \le t \le \pi/2; \end{cases}$$

sin (arcsin a) = a.

ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ Y = ARCCOS X

Определение. y = arccos x (читают: арккосинус x) – это функция, обратная к функции y = cos x, x [0; π].График функции y = arccos x может быть получен из графика функции y = cos x, x є [0; π] с помощью преобразования симметрии относительно прямой y = x.



ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ Y = ARCCOS X

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ Y = ARCCOS X.

Свойство 1. $D(f) = [-1;1]$.

Свойство 2. $E(f) = [0; \pi]$.

Свойство 3. Функция не является ни четной, ни нечетной: это следует из того, что график не симметричен ни относительно начала координат, ни относительно оси y.

Свойство 4. Функция убывает.

Свойство 5. Функция непрерывна.

ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ Y = ARCCOS X

Определение. Если $|a| \le 1$, то $\arccos a$ – это такое число из отрезка $[0; \pi]$, косинус которого равен a.

Если $|a| \le 1$, то

$$\arccos a = t \Leftrightarrow \begin{cases} \cos t = a \\ 0 \le t \le \pi; \end{cases}$$

$$\sin(\arccos a) = a.$$

ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ Y = ARCCOS X

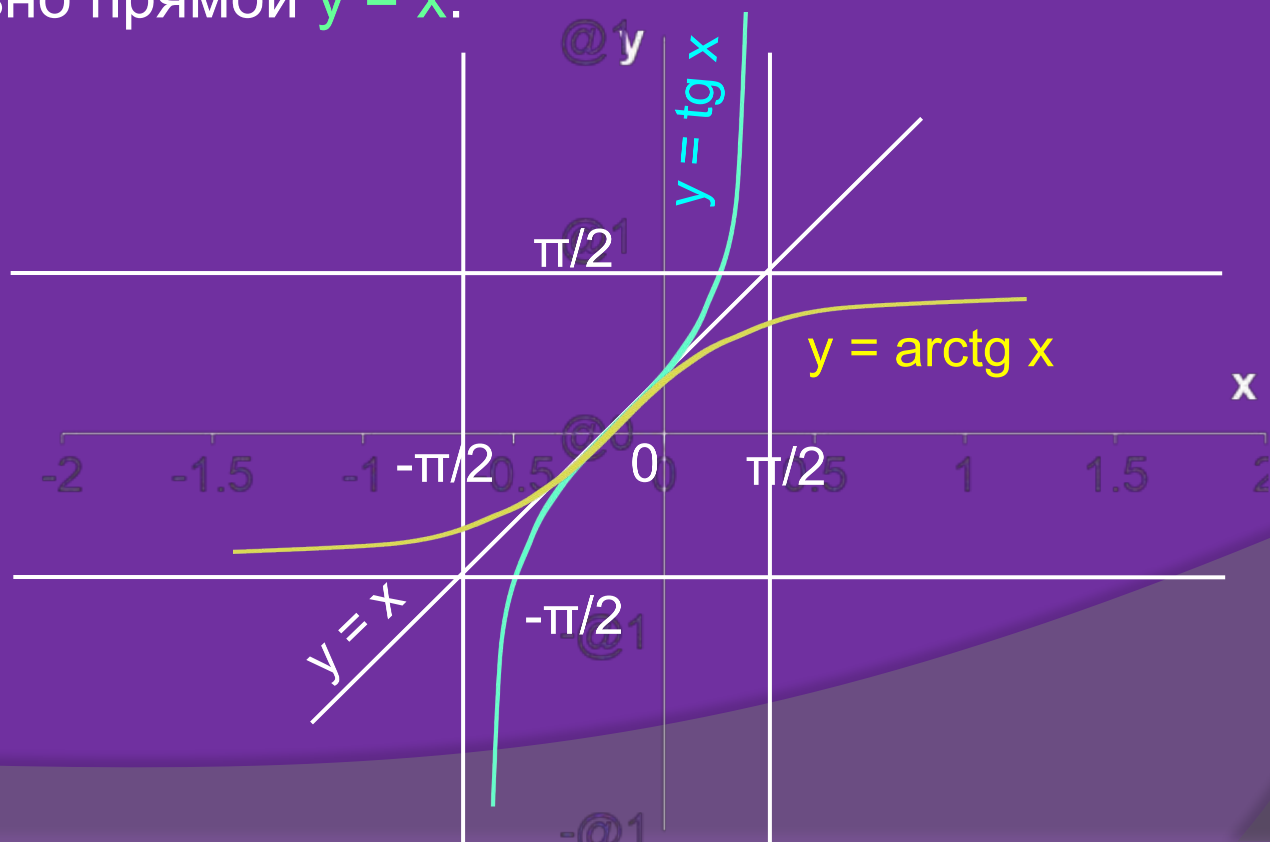
Теорема. Для любого $a \in [-1; 1]$ выполняется равенство $\arccos a + \arccos(-a) = \pi$.

$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$, где $0 \le a \le 1$.

ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ Y = ARCTG X

Определение. y = arctg x (читают: арктангенс x) – это функция, обратная к функции y = tg x, x є (-π/2; π/2). График функции y = arctg x может быть получен из графика функции y = tg x, x є (-π/2; π/2), с помощью преобразования симметрии относительно прямой y = x.



ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ Y = ARCTG X

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ Y = ARCTG X.

Свойство 1. D(f) = (-∞; +∞).

Свойство 2. E(f) = (-π/2; π/2).

Свойство 3. Функция является нечетной: arctg (-x) = - arctg x.

Свойство 4. Функция возрастает.

Свойство 5. Функция непрерывна.

ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ Y = ARCTG X

Определение. arctgs a – это такое число из интервала (-π/2; π/2), тангенс которого равен a.

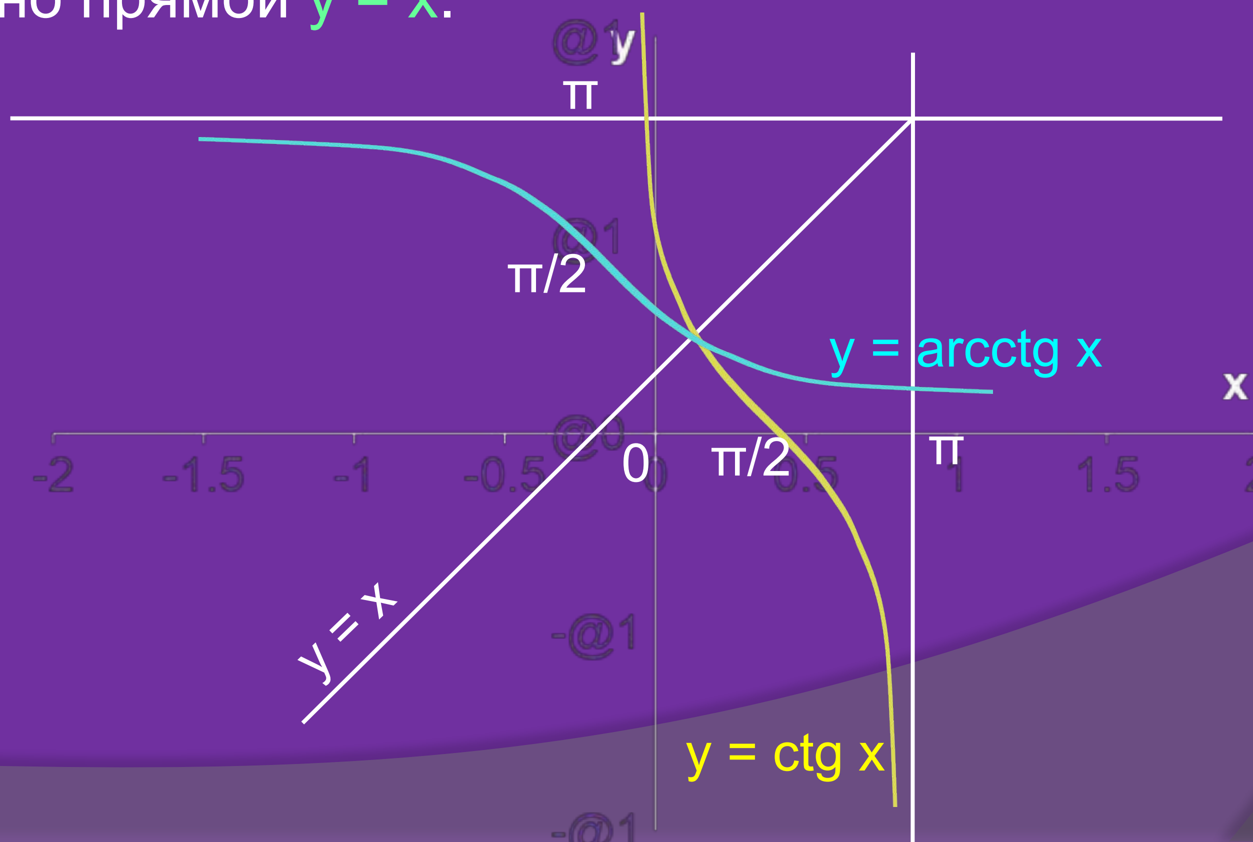
$$\mathrm{arctg}\, a = t \Leftrightarrow \begin{cases} \mathrm{tg}\, t = a \\ -\pi/2 < t < \pi/2; \end{cases}$$

$$\mathrm{tg}\,(\mathrm{arctg}\, a) = a.$$

ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ Y = ARCCTG X

Определение. y = arcctg x (читают: арккотангенс x) – это функция, обратная к функции y = ctg x, x є (0; π). График функции y = arcctg x может быть получен из графика функции y = ctg x, x є (0; π), с помощью преобразования симметрии относительно прямой y = x.



ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ Y = ARCCTG X

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ Y = ARCCTG X.

Свойство 1. $D(f) = (-\infty; +\infty)$.

Свойство 2. $E(f) = (0; \pi)$.

Свойство 3. Функция не является ни четной, ни нечетной: это следует из того, что график не симметричен ни относительно начала координат, ни относительно оси y..

Свойство 4. Функция убывает.

Свойство 5. Функция непрерывна.

ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ Y = ARCCTG X

Определение. arcctgs a – это такое число из интервала (0; π), котангенс которого равен a.

$$\operatorname{arcctg} a = t \iff \left[\begin{array}{l} \operatorname{ctg} t = a \\ 0 < t < \pi; \end{array}\right.$$

$$\operatorname{ctg}(\operatorname{arcctg} a) = a.$$

$$\operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctg} a.$$

ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ, СОДЕРЖАЩИХ ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Наиболее важные соотношения для обратных тригонометрических функций:

$-\pi/2 \le \arcsin x \le \pi/2$; $\arcsin(-x) = -\arcsin x$;

$0 \le \arccos x \le \pi$; $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$;

$-\pi/2 < \mathrm{arctg}\, x < \pi/2$; $\mathrm{arctg}(-x) = -\mathrm{arctg}\, x$;

$0 < \mathrm{arcctg}\, x < \pi$; $\mathrm{arcctg}(-x) = \pi - \mathrm{arcctg}\, x$.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ