

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ
(МГОУ)

Кафедра высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания математики

КУРСОВАЯ РАБОТА

по курсу «Элементарная математика»

Тема: «Методы и приёмы решения текстовых задач, содержащих параметр»

Выполнил студент 11 группы 1 курса
Абрамова Анна Ильинична

Научный руководитель:

Ст. преподаватель Высоцкая Полина Андреевна

Москва, 2018

Методы и приёмы решения текстовых задач, содержащих параметр

- 1.** Цели и задачи работы
- 2.** Основные определения по теме, классификация текстовых задач с параметром
- 3.** Общий алгоритм решения текстовых параметрических задач
- 4.** Решение текстовых задач, содержащих параметр
- 5.** Заключение
- 6.** Литература

Цели и задачи работы

Цель работы:

изучение различных методов и способов решения текстовых задач, содержащих параметр

Задачи:

- 1) Определить понятие «параметр» и связанную с ним терминологию;
- 2) Исследовать методы и способы решения текстовых задач, параметрических задач и их применение при решении текстовых задач, содержащих параметр;
- 3) Привести классификацию текстовых задач, содержащих параметр;
- 4) Составить набор задач, при решении которых применяются рассмотренные методы, и проиллюстрировать их решение.

Основные понятия по теме

Параметр – это величина, входящая в математическую формулу и сохраняющая постоянное значение в пределах одного явления или для данной частной задачи, но при переходе к другому явлению, к другой задаче меняющая свое значение.

Текстовая задача является словесной моделью конкретной ситуации. **Решить текстовую задачу** значит дать количественную характеристику какого-то компонента этой ситуации (найти числовое значение неизвестной величины через значения других величин), установить отношение между компонентами или же его отсутствие, установить последовательность действий

Решить задачу с параметром значит указать, при каких значениях параметров существуют решения, и найти эти решения.

Методы решения задач с параметрами

Аналитический

Графический

Метод областей

Аналитический метод решения заключается в замене одного математического высказывания другим равносильным математическим высказыванием (эквивалентные (равносильных) преобразования).

Решение **графическим методом** предполагает рассмотрение упорядоченных пар «аргумент-параметр» как координаты точек евклидова пространства. То есть искомые решения являются геометрическим местоположением точек.

Метод областей заключается в том, что всякая действительная кривая на координатной плоскости, заданная уравнением $F(x;\alpha)=0$ разбивает координатную плоскость на области, в каждой из которых для всех точек области выполняется только одно из неравенств: $F(x;\alpha)>0$ или $F(x;\alpha)<0$.

Классификация текстовых задач с параметром

По составленной математической модели

Задачи на составление уравнений

Задачи на составление неравенств

По содержанию задачи

Задачи на растворы

Задачи на сплавы

Задачи на движение

Геометрические задачи

Задачи на работу

Экономические задачи

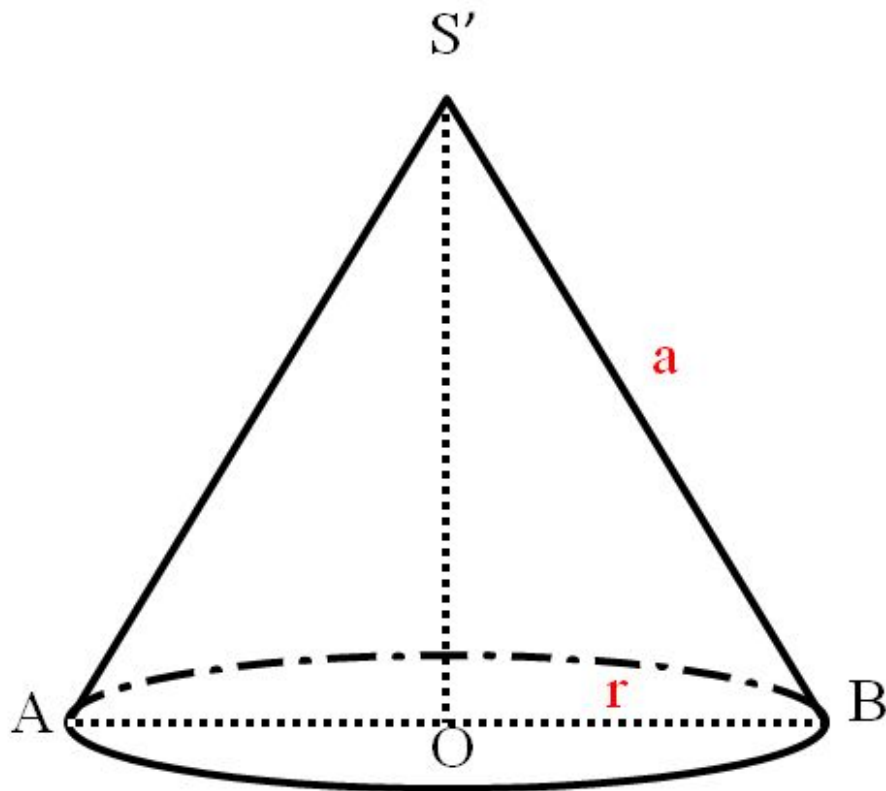
Общий алгоритм решения текстовых параметрических задач

- 1) обозначить одну величину за x ;
- 2) составить математическую модель ситуации;
- 3) проверить область значений параметра и переменной (исходя из условия и полученной математической модели);
- 4) решить составленное выражение;
- 5) записать ответ.

Причём в ответе нужно отразить, при каких значениях параметра α существует x и чему он равен.

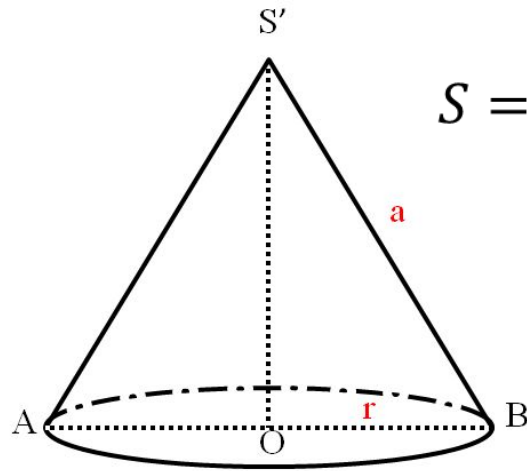
Решение текстовой параметрической задач

Задача: Дан конус. Его осевое сечение является правильным треугольником с площадью S . Какие значения может принимать радиус основания конуса, если площадь его осевого сечения менее 9 см^2 ?



Решение текстовых задач с параметром (аналитический метод)

В роли параметра в этой задаче выступает площадь сечения S .



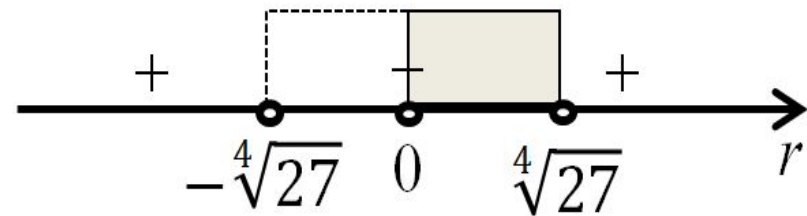
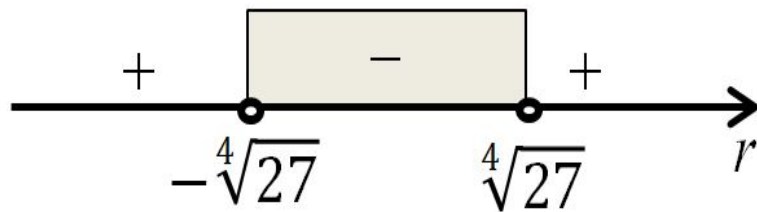
$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}, \text{ где } a=2r, \text{ то есть } S = \frac{4r^2\sqrt{3}}{4} = r^2\sqrt{3}.$$

$$S = r^2\sqrt{3} \quad 0 < S < 9$$

$$0 < r^2\sqrt{3} < 9$$

$$r^2\sqrt{3} < 9$$

$$r^2 - \frac{9}{\sqrt{3}} < 0; \left(r - \frac{3}{\sqrt[4]{3}}\right)\left(r + \frac{3}{\sqrt[4]{3}}\right) < 0; (r - \sqrt[4]{27})(r + \sqrt[4]{27}) < 0$$



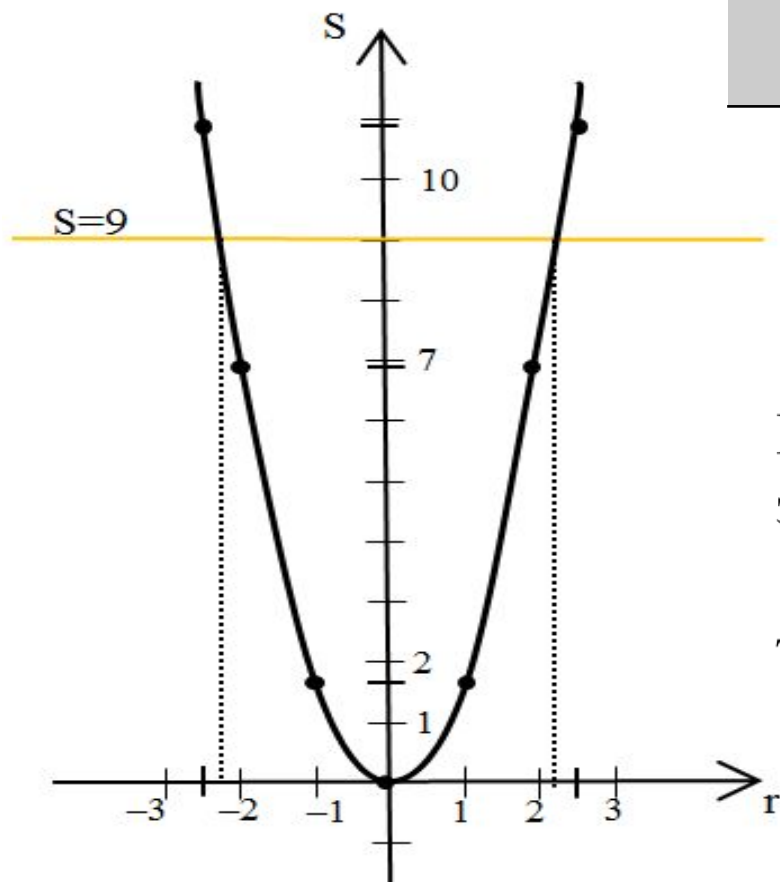
Ответ: $0 < r < \sqrt[4]{27}$ при $0 < S < 9$.

Решение текстовых задач с параметром (графический метод)

Воспользуемся ранее выведенной формулой для площади $S = r^2\sqrt{3}$

Координаты точек в системе координат Ors :

r	0		
S	0		



$$0 < S < 9$$

При $0 < S < 9$ r может принимать значения приблизительно $(-2,25; 2,25)$, но так как r – длина, то $r \in (0; 2,25)$

Ответ: $0 < r < 2,25$ при $0 < S < 9$.

При решении задачи аналитическим способом получен ответ

$$0 < r < \sqrt[4]{27} \text{ при } 0 < S < 9.$$

При решении задачи графическим методом получен ответ

$$0 < r < 2,25 \text{ при } 0 < S < 9.$$

Построение графика в данном случае усложнено иррациональным числом $\sqrt{3}$, поэтому мы можем дать только приближительный ответ.

При решении аналитическим методом ответ более точен, так как $\sqrt[4]{27} \approx 2,2795$, то есть радиус r может быть больше.

Решение текстовых задач с параметром (метод областей)

Задача: Расстояние между пристанями А и В равно 20 км. С пристани А до В отплыл катер, двигаясь по течению с собственной скоростью v км/ч. Доплыв до В он развернулся и вернулся обратно с той же собственной скоростью. Путь обратно длился дольше по времени более, чем на 1 час. Какова скорость течения реки, если собственная скорость катера не превышает 20 км/ч?

Решение:

$$\frac{20}{v-x} - \frac{20}{v+x} > 1 \implies (x-v)(x+v)(x^2 + 40x - v^2) < 0$$

Запишем соответствующее ему уравнение:

$$(x-v)(x+v)(x^2 + 40x - v^2) = 0.$$

Откуда следует, что $x = v$, $x = -v$ и $x^2 + 40x - v^2 = 0$.

Рассмотрим уравнение $x^2 + 40x - v^2 = 0$. Преобразуем его:

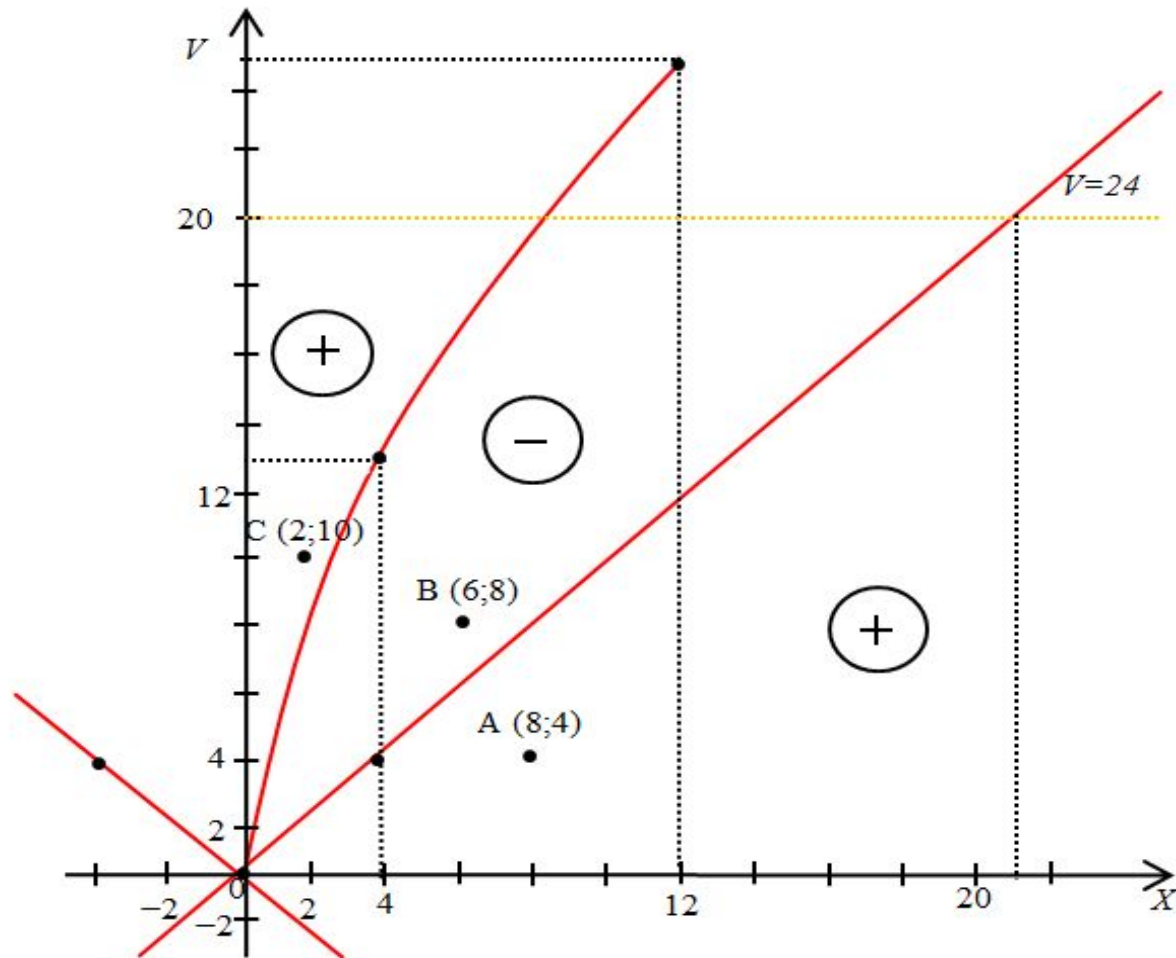
$$x^2 + 40x = v^2,$$

заметим, что левая часть не должна быть отрицательной, то есть

$$x(x+40) \geq 0$$

Решением неравенства является $x \in (-\infty; -40] \cup [0; +\infty)$. Так как скорость течения — величина положительная, мы можем рассматривать только $x > 0$.

Построим графики в системе координат Oxv :



Подставляя координаты произвольно выбранных точек в первоначальное неравенство $(x - v)(x + v)(x^2 + 40x - v^2) < 0$, определяем знак в каждой области. Так как скорость лодки больше скорости течения, то $x < v$.

Ответ: $0 < x < 20$ при $0 < v < 20$, где $x < v$ и $v < \sqrt{x^2 + 40x}$.

Заключение

Суть текстовых задач заключается в том, что они описывают какое-то явление или ситуацию, которая может происходить в реальной жизни. Следовательно, тема решения текстовых задач, содержащих параметр, актуальна.

Текстовые задачи, содержащие параметр, являются текстовыми задачами повышенного уровня сложности, поэтому решение их сводится к решению текстовой задачи с последующей проверкой полученных значений не только для переменной, но и для параметра.

Использование определённого метода для решения задачи зависит от нескольких факторов.

Во-первых, от точности предполагаемого результата. Для получения более точного ответа задачу необходимо решать аналитическим методом. Для того, чтобы узнать, является ли определённая пара «переменная-параметр» решением данной задачи, можно воспользоваться графическим методом или методом областей.

Во-вторых, от математической модели ситуации. Линейные и квадратные уравнения и неравенства можно решить как графически, так и аналитически. Неравенства, представленные в виде произведения двух и более сомножителей, системы неравенств рациональнее решать методом областей.

Решение данного типа задач требует высокого уровня математической культуры.

Литература

- Ястребинецкий Г.А. Уравнения и неравенства, содержащие параметр [Текст]: пособие для учителя/ Г.А. Ястребинецкий. – М.:»Просвещение», 1972. – 128 с.
- Виды и методы решения текстовых задач [Электронный ресурс] // Studfiles.net. Файловый архив студентов. – Режим доступа: <https://studfiles.net/preview/5430440/page:16/> (25.03.2018)
- Параметр [Электронный ресурс]: словарь / под ред. Д.И. Ушакова.// Толковый словарь русского языка. – Режим доступа: <http://ushakovdictionary.ru/word.php?wordid=44583> (25.03.2018)
- Урок на тему «Метод областей» [Электронный ресурс] // Фестиваль педагогических идей «Открытый урок». – Режим доступа: <http://открытыйурок.рф/статьи/664756/> (10.04.2018)

Спасибо за внимание!