МБОУ "Ики-Бурульская СОШ им.А.Пюрбеева"

Производная и ее свойства

Учитель математики: КОРЖУЕВА Е.М.

Определение: Пусть функция $f(x)$ определена в точке x и в некоторой ее окрестности. Дадим аргументу x приращение Δx, такое, чтобы не выйти из указанной окрестности. Найдем соответствующее приращение функции Δf и составим отношение. Если существует предел этого отношения при Δx стремящемся к нулю, то указанный предел называют производной функции $f(x)$ в точке x и обозначают $f'(x)$. Иначе говоря:

$y' = f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ (Δf — приращение функции, Δx — приращение аргумента).

Если в каждой точке x из множества I у функции $f(x)$ существует производная, то такая функция называется дифференцируемой на множестве I.

Геометрический смысл производной: $f'(x_0)$ – угловой коэффициент касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке $(x_0\ ;\ f(x_0))$ *уравнение касательной* в этой точке $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$.

Правила дифференцирования

Пусть функции f и g определены и дифференцируемы на некотором множестве I, c_1 и c_2 — любые действительные числа. Тогда на множестве I справедливы соотношения:

- $(c_1 f + c_2 g)' = c_1 f' + c_2 g'$,
- $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$,
- $\left(\dfrac{f}{g}\right)' = \dfrac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$, $g \neq 0$,
- $[f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Основные формулы дифференцирования.

- $C' = 0 \ (C = const)$
- $(kx + b)' = k \ ; \ x' = 1$
- $(x^a)' = ax^{a-1}$
- $(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
- $(e^x)' = e^x$
- $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
- $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$

- $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$
- $(\sin x)' = \cos x$
- $(\cos x)' = -\sin x$
- $(\mathrm{tg} x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

- $(\mathrm{ctg} x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$
- $(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $(|x| < 1)$
- $(\mathrm{arctg} x)' = (-\mathrm{arcctg} x)' = \dfrac{1}{1+x^2}$