

**Поиск
количества
программ по
заданному
числу**

ЗАДАНИЕ №1

У исполнителя Калькулятор две команды, которым присвоены номера:

- 1. прибавь 2,**
- 2. умножь на 5.**

Первая из них увеличивает число на экране на 2, вторая — увеличивает его в 5 раз.

Программа для Калькулятора — это последовательность команд.

Сколько есть программ, которые число 2 преобразуют в число 50?

РЕШЕНИЕ №1

Функция $R(n)$ отвечает за количество программ, которые преобразуют число 2 в число n .

$$R(2)=1$$

$$R(3)=0$$

$$R(4)=1$$

$$R(5)=0$$

$$R(6)=1$$

$$R(7)=0$$

$$R(8)=1$$

$$R(9)=0$$

$$R(10)=R(2)+R(8)=2$$

$$R(11)=0$$

$$R(12)=2$$

$$R(13)=0$$

$$R(14)=2$$

$$R(15)=0$$

$$R(16)=2$$

$$R(17)=0$$

$$R(18)=2$$

$$R(19)=0$$

$$R(20)=R(4)+R(18)=3$$

$$R(21)=0$$

$$R(22)=3$$

$$R(23)=0$$

$$R(24)=3$$

$$R(25)=0$$

$$R(26)=3$$

$$R(27)=0$$

$$R(28)=3$$

$$R(29)=0$$

$$R(30)=R(6)+R(28)=4$$

$$R(31)=0$$

$$R(32)=4$$

$$R(33)=0$$

$$R(34)=4$$

$$R(35)=0$$

$$R(36)=4$$

$$R(37)=0$$

$$R(38)=4$$

$$R(39)=0$$

$$R(40)=R(8)+R(38)=5$$

$$R(41)=0$$

$$R(42)=5$$

$$R(43)=0$$

$$R(44)=5$$

$$R(45)=0$$

$$R(46)=5$$

$$R(47)=0$$

$$R(48)=5$$

$$R(49)=0$$

$$R(50)=R(10)+R(48)=7$$

ЗАДАНИЕ №2

У исполнителя Арифметик две команды, которым присвоены номера:

- 1. прибавь 1,**
- 2. прибавь 3.**

Первая из них увеличивает на 1 число на экране, вторая увеличивает это число на 3.

Программа для Арифметика — это последовательность команд.

Сколько существует программ, которые число 2 преобразуют в число 15?

РЕШЕНИЕ №2

$$R(2)=1$$

$$R(3)=R(2)=1$$

$$R(4)=R(3)=1$$

$$R(5)=R(2)+R(4)=2$$

$$R(6)=R(3)+R(5)=3$$

$$R(7)=R(4)+R(6)=4$$

$$R(8)=R(5)+R(7)=6$$

$$R(9)=R(6)+R(8)=9$$

$$R(10)=R(7)+R(9)=13$$

$$R(11)=R(8)+R(10)=19$$

$$R(12)=R(9)+R(11)=28$$

$$R(13)=R(10)+R(12)=41$$

$$R(14)=R(11)+R(13)=60$$

$$R(15)=R(12)+R(14)=88$$

САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ

У исполнителя четыре команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 1,
2. сделай чётное,
3. сделай нечётное,
4. умножь на 10.

Первая из них увеличивает на 1 исходное число x , вторая умножает это число на 2, третья переводит число x в число $2x + 1$, четвёртая умножает его на 10. Например, вторая команда переводит число 10 в число 20, а третья переводит число 10 в число 21. Программа для исполнителя — это последовательность команд.

Сколько существует программ, которые число 1 преобразуют в число 15?

САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ

$$R(2) = 2,$$

$$R(3) = 3,$$

$$R(4) = R(3) + R(2) = 5,$$

$$R(5) = R(4) + R(2) = 5 + 2 = 7,$$

$$R(6) = R(5) + R(3) = 7 + 3 = 10,$$

$$R(7) = R(6) + R(3) = 10 + 3 = 13,$$

$$R(8) = R(7) + R(4) = 13 + 5 = 18,$$

$$R(9) = R(8) + R(4) = 18 + 5 = 23,$$

$$R(10) = R(9) + R(5) + R(1) = 23 + 7 + 1 = 31,$$

$$R(11) = R(10) + R(5) = 31 + 7 = 38,$$

$$R(12) = R(11) + R(6) = 38 + 10 = 48,$$

$$R(13) = R(12) + R(6) = 48 + 10 = 58,$$

$$R(14) = R(13) + R(7) = 58 + 13 = 71,$$

$$R(15) = R(14) + R(7) = 71 + 13 = 84.$$

ОТВЕТ: 84.

**Поиск количества
чисел по
заданному числу
команд**

ЗАДАНИЕ №1

У исполнителя Калькулятор две команды:

- 1. прибавь 2**
- 2. умножь на 3.**

Первая из них увеличивает число на экране на 2, вторая — утраивает его. Сколько различных чисел можно получить из числа 2 с помощью программы, которая содержит ровно 3 команды?

РЕШЕНИЕ №1

С помощью одной команды из числа 2 можно получить 2 различных числа:

$$2 + 2 = 4,$$

$$2 * 3 = 6.$$

С помощью двух команд можно получить по два числа из 4 и 6:

$$4 + 2 = 6,$$

$$4 * 3 = 12,$$

$$6 + 2 = 8,$$

$$6 * 3 = 18.$$

С помощью трёх команд получаются следующие числа.

$$12 + 2 = 14,$$

$$12 * 3 = 36,$$

$$8 + 2 = 10,$$

$$8 * 3 = 24,$$

$$18 + 2 = 20,$$

$$18 * 3 = 54,$$

Число 6 даст числа 8 и 18.

Ответ: 8.

ЗАДАНИЕ №2

У исполнителя Калькулятор две команды:

- 1. прибавь 2**
- 2. прибавь 3.**

Первая из них увеличивает число на экране на 2, вторая — на 3. Сколько различных чисел можно получить из числа 2 с помощью программы, которая содержит ровно 10 команд?

РЕШЕНИЕ №2

Для сложения справедлив переместительный (коммутативный) закон, значит, порядок команд в программе не имеет значения.

Каждой программе соответствует одно число, поэтому посчитав количество возможных программ (с точностью до перестановки), найдём количество различных чисел.

Если в программе n команд 1, тогда в ней будет $10-n$ команд 2. n изменяется от 0 до 10. Всего 11 программ, следовательно, 11 чисел.

Ответ: 11.

САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ

№1. У исполнителя Калькулятор две команды:

- 1. прибавь 4,**
- 2. вычти 3.**

Первая из них увеличивает число на экране на 4, вторая — уменьшает его на 3 (отрицательные числа допускаются). Программа для Калькулятора — это последовательность команд. Сколько различных чисел можно получить из числа 1 с помощью программы, которая содержит ровно 7 команд?

САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ

№2. У исполнителя Множик есть две команды:

1. умножь на 8,
2. подели на 2.

Первая из них увеличивает число на экране в 8 раз, вторая – уменьшает его в 2 раза.

Программа для Множика – это последовательность команд. Сколько различных чисел можно получить из числа 512 с помощью программы, которая содержит ровно 8 команд?

САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ

№1. Операция вычитания соответствует сложению с отрицательным числом. Для сложения справедлив переместительный (коммутативный) закон, значит, порядок команд в программе не имеет значения.

Каждой программе соответствует одно число, поэтому посчитав количество программ (с точностью до перестановки), найдём количество различных чисел.

Если в программе n команд 1, тогда в ней будет $7-n$ команд 2. n изменяется от 0 до 7. Всего 8 программ, следовательно, 8 чисел.

Ответ: 8.

САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ

№2. От перестановок множителей произведение не меняется, поэтому, подсчитав количество возможных программ, найдём количество разных чисел. Запишем все программы в виде набора команд, с точностью до перестановки:

1. 1 1 1 1 1 1 1 1,
2. 2 1 1 1 1 1 1 1,
3. 2 2 1 1 1 1 1 1,
4. 2 2 2 1 1 1 1 1,
5. 2 2 2 2 1 1 1 1,
6. 2 2 2 2 2 1 1 1,
7. 2 2 2 2 2 2 1 1,
8. 2 2 2 2 2 2 2 1,
9. 2 2 2 2 2 2 2 2.

Всего получили 9 различных программ, дающие 9 различных чисел.

Ответ: 9.