

**Функции  $y = \sqrt[n]{x}$ ,  
их свойства и графики**

# Повторим:

**Корнем  $n$ -ой степени из неотрицательного числа  $a$**  ( $n = 2, 3, 4, 5, \dots$ ) называют такое **неотрицательное** число, при возведении которого в степень  $n$  получается  $a$ .

**Корнем нечетной степени  $n$  из отрицательного числа  $a$**  ( $n = 3, 5, 7, \dots$ ) называют такое **отрицательное** число, при возведении которого в степень  $n$  получается  $a$ .

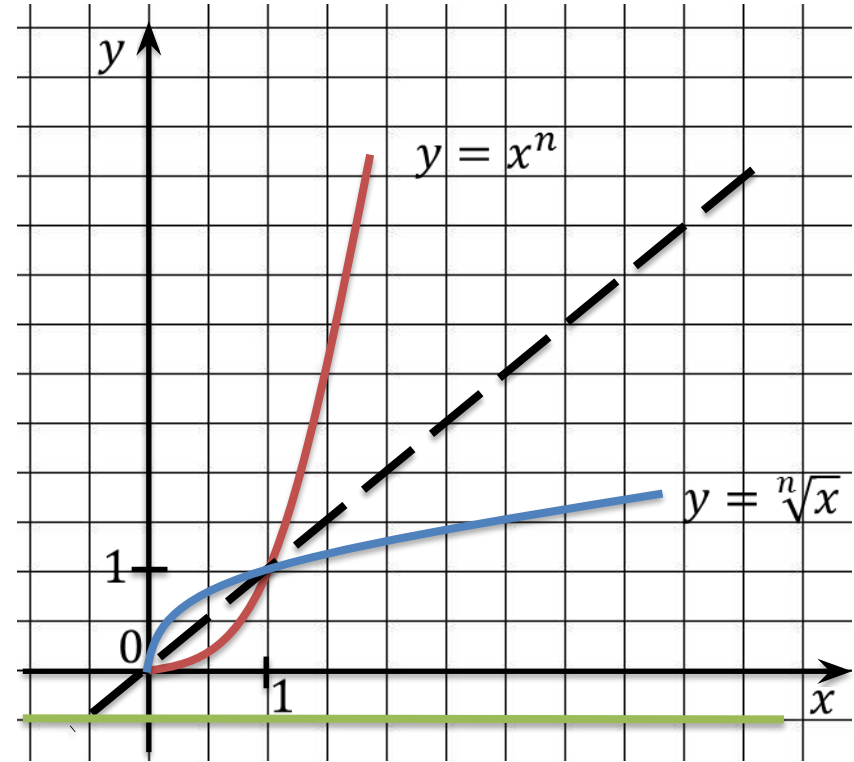
$$\sqrt[n]{a}$$

$a$  – подкоренное число,  $n$  – показатель корня

$[0; +\infty)$   $x \rightarrow \sqrt[n]{x}$

$y = \sqrt[n]{x}$  - обратная для функции  $y = x^n$

1.  $D(y) = [0; +\infty)$
2.  $E(y) = [0; +\infty)$
3. функция ни четная, ни нечетная
4. функция возрастает на  $[0; +\infty)$
5. функция не ограничена сверху, но ограничена снизу
6.  $y_{\text{наим}} = 0$
7. функция непрерывна на  $[0; +\infty)$
8. функция выпукла вверх на  $[0; +\infty)$
9. функция дифференцируема на  $(0; +\infty)$



# Пример:

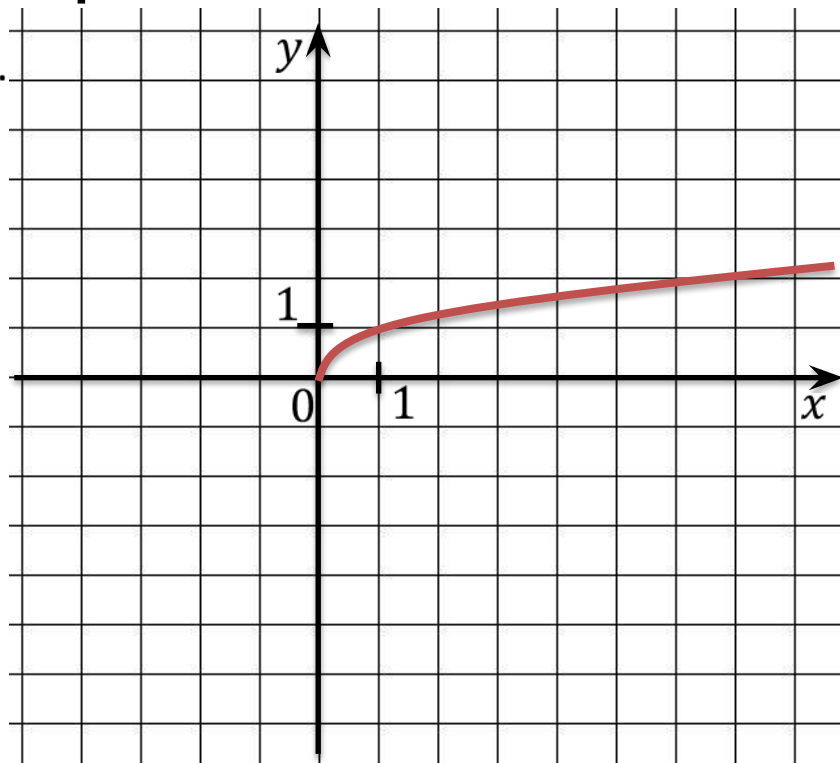
Построить график функции  $y = \sqrt[4]{x+1} - 4$ .

Решение:

1.  $y = \sqrt[4]{x}$

2.  $y = \sqrt[4]{x+1}$

3.  $y = \sqrt[4]{x+1} - 4$



# Пример:

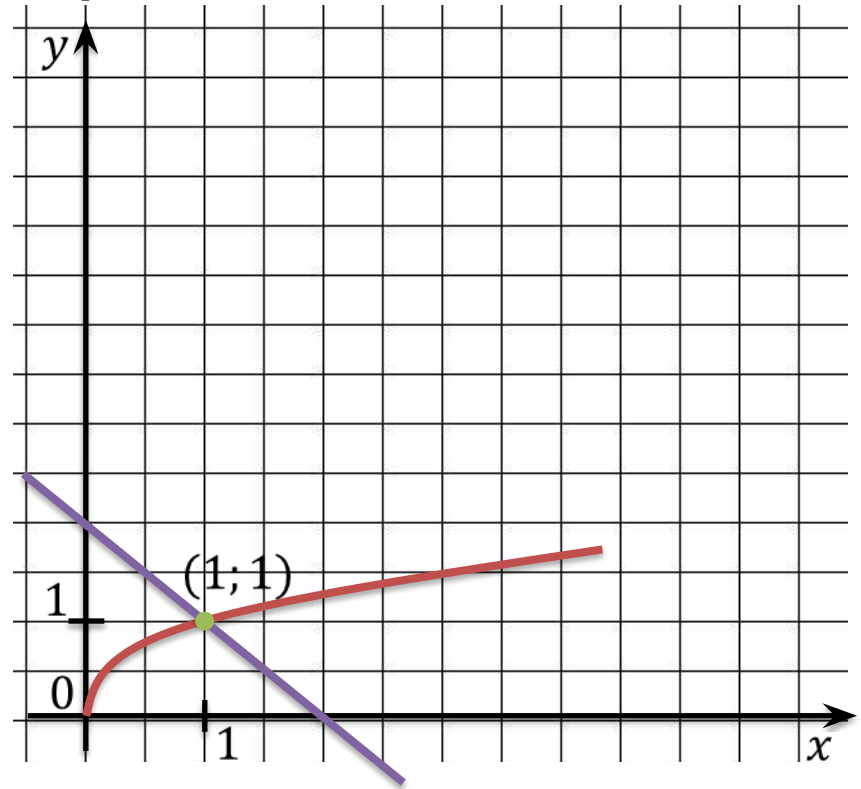
Решить уравнение  $\sqrt[6]{x} = 2 - x$ .

Решение:

$$y = \sqrt[6]{x} \text{ при } x = 1: y = \sqrt[6]{1} = 1$$

$$y = 2 - x \text{ при } x = 1: y = 2 - 1 = 1$$

Ответ:  $x = 1$ .



$y = \sqrt[n]{x}$ ,  $n$  – нечетное

1.  $D(y) = (-\infty; +\infty)$

2.  $E(y) = (-\infty; +\infty)$

3. функция нечетная  $\sqrt[n]{x} = -f(x)$

4. функция возрастает на  $(-\infty; +\infty)$

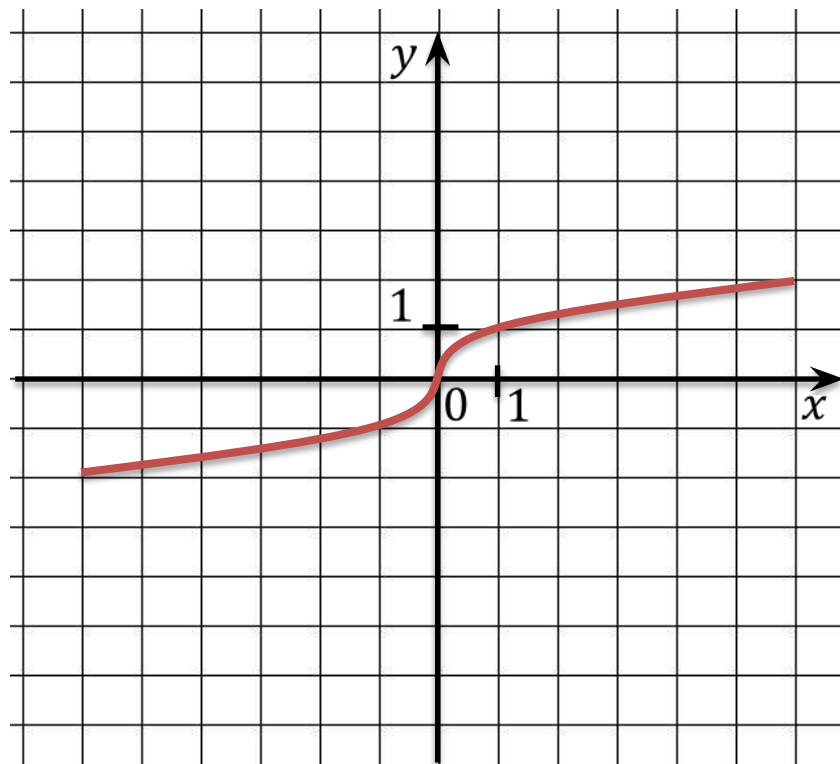
5. функция не ограничена ни сверху, ни снизу

6. функция не имеет ни  $y_{\text{наим}}$ , ни  $y_{\text{наиб}}$

7. функция непрерывна на  $(-\infty; +\infty)$

8. функция выпукла вниз на  $(-\infty; 0)$  и выпукла вверх на  $(0; +\infty)$

9. функция дифференцируема на  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$



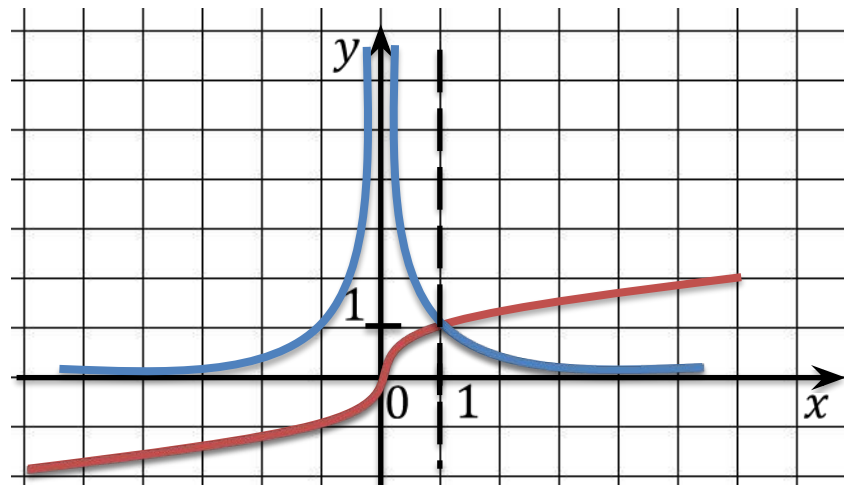
# Пример:

Построить и прочесть график функции, если:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x}, & \text{если } x \leq 1, \\ \frac{1}{x^2}, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

Решение:

1.  $D(f) = (-\infty; +\infty)$
2.  $E(f) = (-\infty; 1]$
3. функция является ни четной, ни нечетной
4. функция убывает на  $[1; +\infty)$ , функция возрастает на  $(-\infty; 1]$
5. функция не ограничена снизу, но ограничена сверху
6.  $y_{\text{наиб}} = 1$
7. функция непрерывна
8. функция выпукла вверх на  $(0; 1)$  и выпукла вниз на  $(-\infty; 0)$  и  $(1; +\infty)$



# Пример:

Найти область определения функции  $y = \sqrt[4]{4x - 8}$ .

Решение:

$$4x - 8 \geq 0$$

$$x - 2 \geq 0$$

$$x \geq 2$$

$$D(f) = [2; +\infty)$$

Ответ:  $D(f) = [2; +\infty)$



# Пример:

Найти область определения функции  $y = \sqrt{2x + 2} - \sqrt[6]{16 - x^2}$ .

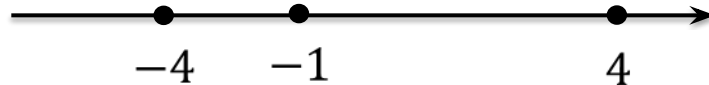
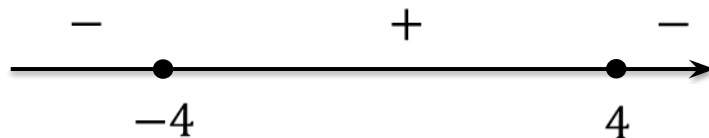
Решение:

$$\begin{cases} 2x + 2 \geq 0 \\ 16 - x^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$2x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$$

$$16 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow (4 - x)(4 + x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-4; 4]$$

$$D(f) = [-1; 4]$$



Ответ:  $D(f) = [-1; 4]$