

טופולוגיה – תרגול 4

הגדרת המושג מרחב טופולוגי, דוגמאות למרחבים טופ', בסיס ותת בסיס
'למרחב טופ', מכפלה של מרחבים טופ', התכנסות סדרה במרחב טופ

כפי שראינו, הרבה לענות בהקשרי לעובדים אשריים

נוסח בגרסה של סביב או שניתן

היה לנו את הקו בשם סביב.

כפי שראינו, הרבה לענות בהקשרי לעובדים נארים

נוסח בלתי-שפה של סביבה או שניין

היה לנסח את הקו בשפה של סביבה.

כלומר, כל ענין כגון נוסח בהקשר לעובדים נארים

העובד בלבד.

כפי שראינו, הרבה לענות בהקשרי לעומדים מארזים

נוסח באמצעו שפה של סביבה או שניין

היה לנסח את תיקון בשפה של סביבה.

כלומר, כל לענות כבו נוסחה בהקשר לעומדים של

המורה בלבד.

זו כן, אולי כמלי להכיל את המושג של מורה מארי

ולקבל פרסקטיבה כעלי יורג התלויה באוטליג

של סביבה קבוצה פתוחה או סגורה

וטלל תורה תלויה במטריקה שלמה על קבוצה

זל כן, אלף כזוי להכיל אה הגוץ של גומב נטר'י

ולקבל פרספקטיבה פללי יורג התלויה באוטליק

של סביאו קבוצה פמווא אלו סגורו

ושל תהיה תלויה במטריקה שלגורה זל קבוצה

זל כן, אולי כנתי להכיל את המושג של מרחב מטרי

ולקבל פרוסקטורה ככלי ייחודי המלווה באנשים

של סביבה קבוצת פתוחה או סגורה

ושל מרחב תלוי במטריקה שלמה על קבוצה

באופן כללי יש טעם להכיל אנשים, כי לעיתים

באמצעות הכלים של אנשים כזה או אחר,

נאם לקבל הצגה, לענות ובפרט הוכחה לעצמי

בניסוח קולמיקטי ייחודי



הערה: (טופולוגיה של קבוצה)

יהי X קב' ויהי $\tau \subseteq \mathcal{P}(X)$.

הערה: (טופולוגיה של קבוצה)

יהי קב' X והי $\tau \subseteq P(X)$.

נאמר τ -טופולוגיה על X אם:

(1) $\emptyset, X \in \tau$

הערה: (טופולוגיה של קבוצה)

יהי X קב' ויהי $\tau \subseteq P(X)$.

נאמר τ -טופולוגיה על X אם:

(1) $\emptyset, X \in \tau$

$\bigcup_{i=1}^n U_i \in \tau$

$\bigcap_{i=1}^n U_i \in \tau$

הערה: (טופולוגיה של קבוצה)

יהי X קב' ויהי $\tau \subseteq P(X)$.

נאמר τ -טופולוגיה על X אם:

(1) $\emptyset, X \in \tau$

(2)

$\bigcap_{i=1}^n U_i \in \tau$ $\forall U_1, \dots, U_n \in \tau$

(3)

$\bigcup_{\alpha \in I} U_\alpha \in \tau$ $\forall \{U_\alpha\}_{\alpha \in I} \subseteq \tau$

הערה: (טופולוגיה של קבוצה)

יהי X קב' ויהי $\tau \subseteq \mathcal{P}(X)$.

נאמר τ -טופולוגיה על X אם:

(1)

$$\emptyset, X \in \tau$$

(2)

$$\forall U_1, \dots, U_n \in \tau \quad \bigcup_{i=1}^n U_i \in \tau$$

(3)

$$\forall \{U_\alpha\}_{\alpha \in I} \subseteq \tau \quad \bigcup_{\alpha \in I} U_\alpha \in \tau$$

(4)

עם קבוצה $U \in \tau$ קבוצה קטנה יותר שמה

אז (X, τ) קבוצה טופולוגית.

רמז:

כדי קב' x קבוצה המציקה של $P(x)$ מהווה אופרטור
של x בעצמה.

רמז:

כך קב' x קבוצה המציקה של $P(x)$ מהווה סופרמטיב

של x בעצמה.

מהם $P(x)$ של x גורם x מהווה הסופרמטיב

רמז:

כִּי קָבַלְתָּ אֶת הַמַּלְאָכִים אֵלֶיךָ בַּלַּיְלָה הַזֶּה וְשָׁמַרְתָּ אֹתָם

עַד בֹּקֶרֶת.

וְעַתָּה יֵשׁ אֵלֶיךָ וְעַתָּה יֵשׁ אֵלֶיךָ הַמַּלְאָכִים הַזֵּה

וְעַתָּה יֵשׁ אֵלֶיךָ הַמַּלְאָכִים הַזֵּה וְעַתָּה יֵשׁ אֵלֶיךָ

הקבוצה נוספת:

כאשר X היא קבוצה, $T = \{\phi, X\}$ היא תורת הקבוצות, X היא קבוצה.

דוגמה זוספא:

עכס קב' א, א, הקבוצה, $T = \{x, \phi\}$, איהווה טאפ' עס א
טאפ' טו, קואימ, טאפ' טכיוויאל'.

דוגמה נוספת:

על קב' X , הקבוצה $\mathcal{T} = \{\emptyset, X\}$ מהווה טופ' על X .

על טופ' \mathcal{T} קואליס טופ' טכניולוגי.

טופ' \mathcal{T} הוא טופ' α , $\alpha \in X$, הטופ' היחיד.

טופ' \mathcal{T} הוא טופ' α .

דוגמה נוספת:

על קב' X , הקבוצה $\{x, \phi\} = T$ מהווה טופ' על X .

על טופ' זו קואסיס טופ' טכניולוגי.

טייטוס על טבאוס' זו: $\forall x \in A$, הסביבה תחילה

טייטוס $\delta = a$ היא הקב' X .

עכס טיט נקודות $a, b \in A$, על נייט ענקים

בסביבה בק טח'רנן יהיה לך כמו במחברים

טכניים.

דוגמה נוספת:

על קב' X , הקבוצה $\{x, \phi\} = T$ מהווה טופ' על X .

על טופ' זו קוראים טופ' טריוויאלי.

טייט' עב' טופ' זו: $\alpha \in X$, הסביבה תחילה

טייט' α היא הקב' X .

עכ' טיט' נקודות $a, b \in X$, על ניהן עק'ים

בסביבתן בק' טיט' יהיה לך כמו בממדים

גמריים. עכ' אם a, b , טופ' זו טיט' גמריים.

ט"ו:
אם רוצים לעזור באגדה נעדי - לעשהו, כדאי לע'ר'ם
ע'מ'ט'אב ע'ל מק'ר'ם ק'צ'נ'י'ם כ'ג'ו'ן ט'אפ' ד'י'ס'ק'ר'י'
א'ו' ט'אפ' ט'כ'י'ו'ו'א'ל'י'

ט"ם:

אם הוציב לגזור דוגמה נגדו — למטה, כדלי לע' אר"ם

למשל ע"י מקרים קיצוניים כגון טופ' דיסקרטי

אלו טופ' סטיוואלי

דוגמה נוספת:

$$T = \{\emptyset, \{1, 2, 3\}, \{1, 2\}, \{3\}\}$$

הקבוצה

לכולן טופ' ע"י הקב' $\{1, 2, 3\}$

ט"ם:

אם הוציב לגדול דוגמה נקדי - למטה, כדאי לעצמך

למשל על מקרה קיצוני כגון טופ' דיסקרטי

אלו טופ' סבויאלים

דוגמה נוספת:

$$\mathcal{T} = \{\emptyset, \{1, 2, 3\}, \{1, 2\}, \{3\}\}$$

הקבוצה

גדולה טופ' על הקב' $\{1, 2, 3\}$

בקב' זו היחידון $\{3\}$ הוא קב' פתוח ובנוסף

על ימין עוסק בין האיברים 1 ו-2 ע"י סביבה

עם היחידן כל

למסקנה:

זאב במרחבים גאנטיים האופיינית יחסי גאולוגי.

במרחבים טופולוגיים ניתן אינטואיטיבית לזהות עצמים אובייקטים

באופן גאולוגי, אך כאן האופיינית יותר בטבע של

תורת הקבוצות.

לסקנה:

זאב במרחבים גאומטריים האנליינציה יחסי גאומטרי

במרחבים טופולוגיים ניתן אינפיניט'ם עזמין עזימים אובייקטים

באופן גאומטרי, אך כאן האנליינציה יורג בטכנולוגיה של תורת הקבוצות.

דוגמה נוספת:

אם הקב' \mathbb{R} $T_1 = \{U \subseteq \mathbb{R} : \infty < U \}$ אינה טופ' של \mathbb{R} .

לסקנה:

זאב במרחבים טכניים האופיינית יחסי גאלטרי -

במרחבים טופולוגיים ניתן אינסואלטיב - עצמין עצמים אובייקטים

באופן גאלטרי, אך כאן האופיינית יותר בטכני של

תורת הקבוצות.

דוגמה נוספת:

(א) הקב' $T_1 = \{U \subseteq \mathbb{R} : \infty < \text{או } \infty\} \cup \{\mathbb{R}\}$ אינה טופ' של \mathbb{R} .

(ב) הקב' $T_2 = \{U \subseteq \mathbb{R} : \mathbb{R} \setminus U \subseteq \mathbb{Q}\} \cup \{\emptyset\}$ מהווה טופ' של \mathbb{R} .

הצגה פשוטה:

\mathbb{R} תהי אג'ה $T_1 = \{U \subseteq \mathbb{R} : |U| < \infty\} \cup \{\mathbb{R}\}$ אג'ה τ_1

\mathbb{R} תהי אג'ה $T_2 = \{U \subseteq \mathbb{R} : \mathbb{R} \setminus U \subseteq \mathbb{Q}\} \cup \{\emptyset\}$ אג'ה τ_2

האגדה נכונה:

הקב' (א) $T_1 = \{U \subseteq \mathbb{R} : |U| < \infty\} \cup \{\mathbb{R}\}$ היא פילטרציה על \mathbb{R} .

הקב' (ב) $T_2 = \{U \subseteq \mathbb{R} : \mathbb{R} \setminus U \subseteq \mathbb{Q}\} \cup \{\emptyset\}$ היא פילטרציה על \mathbb{R} .

האגדה:

הקב' (א) $\{x\} \in T_1$ אם ורק אם $|x| < \infty$ $x \in \mathbb{R}$ נכונה.

האגדה נוספת:

אגדה (א) $T_1 = \{U \subseteq \mathbb{R} : |U| < \infty\} \cup \{\mathbb{R}\}$ היא אגדה על \mathbb{R} .

אגדה (ב) $T_2 = \{U \subseteq \mathbb{R} : \mathbb{R} \setminus U \subseteq \mathbb{Q}\} \cup \{\emptyset\}$ היא אגדה על \mathbb{R} .

הוכחה:

(א) נניח $\{r\} \in T_1$. אז $| \{r\} | < \infty$ וכן $r \in \mathbb{R}$ ולכן $\{r\} \in T_1$.

(ב) נניח $\mathbb{R} \setminus \{r\} \in T_2$. אז $\mathbb{R} \setminus \{r\} \subseteq \mathbb{Q}$ וכן $r \in \mathbb{R}$ ולכן $\{r\} \in T_2$.

ראשונה ננסה:

א) הקב' \mathbb{R} על $T_1 = \{U \subseteq \mathbb{R} : |U| < \infty\} \cup \{\mathbb{R}\}$ היא סגורה

ב) הקב' \mathbb{R} על $T_2 = \{U \subseteq \mathbb{R} : \mathbb{R} \setminus U \subseteq \mathbb{Q}\} \cup \{\emptyset\}$ היא סגורה

הוכחה:

א) נניח $\{r\} \in T_1$ אז $|r| < \infty$ וכן $r \in \mathbb{R}$ אז $\{r\} \in T_1$

ב) נניח $\mathbb{R} \setminus \{r\} \in T_2$ אז $|\mathbb{R} \setminus \{r\}| = \infty$

אם $\bigcup_{r \neq 1} \{r\} \notin T_1$ אז $|\bigcup_{r \neq 1} \{r\}| = \infty$

$\phi \in T_2$

T_2

→ ۱۲۲۱

۱۲

① ②

$$\phi \in T_2$$

$$T_2 \xrightarrow{\text{isom}} \text{is } \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$$

$$\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z} = \emptyset \subseteq \mathbb{Q} \quad (2)$$

$$\phi \in T_2$$

$$T_2 \rightarrow \text{مجموعه } \mathbb{Q} \text{ و } \mathbb{R}$$

$$\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} = \phi \subseteq \mathbb{Q} \quad (2)$$

$$\mathbb{R} \in T_2 \quad \text{مجموعه}$$

$$\phi \in \mathcal{T}_2$$

$$\mathcal{T}_2 \text{ --- } \mathbb{R} \text{ ו } \mathbb{Q} \text{ (1)}$$

$$\mathbb{R} \setminus \mathbb{R} = \emptyset \subseteq \mathbb{Q} \quad (2)$$

$$\mathbb{R} \in \mathcal{T}_2 \quad \text{כאשר}$$

$$\exists k, u_1, \dots, u_n \in \mathcal{T}_2 \quad \text{כאשר (3)}$$

$$\mathbb{R} \setminus \left(\bigcap_{i=1}^n U_i \right) = \bigcup_{i=1}^n (\mathbb{R} \setminus U_i) \subseteq \mathbb{Q} \Rightarrow \bigcap_{i=1}^n U_i \in \mathcal{T}_2$$

$$\phi \in \mathcal{T}_2$$

\mathcal{T}_2 — פתוחים בסביבה (1) (2)

$$\mathbb{R} \setminus \mathbb{R} = \emptyset \subseteq \mathcal{Q} \quad (2)$$

$$\mathbb{R} \in \mathcal{T}_2 \quad \text{כאשר}$$

כל $U_1, \dots, U_n \in \mathcal{T}_2$

התחלה (3)

$$\mathbb{R} \setminus \left(\bigcap_{i=1}^n U_i \right) = \bigcup_{i=1}^n (\mathbb{R} \setminus U_i) \subseteq \mathcal{Q} \Rightarrow \bigcap_{i=1}^n U_i \in \mathcal{T}_2$$

כל $\{U_\alpha\}_{\alpha \in I} \subseteq \mathcal{T}_2$ קבוצה סגורה (4)

$$\mathbb{R} \setminus \left(\bigcup_{\alpha \in I} U_\alpha \right) = \bigcap_{\alpha \in I} (\mathbb{R} \setminus U_\alpha) \subseteq \mathcal{Q} \Rightarrow$$

$$\phi \in T_2$$

T_2 — פתוח בסביבה (1)

$$\mathbb{R} \setminus \mathbb{R} = \emptyset \subseteq \mathbb{Q} \quad (2)$$

$$\mathbb{R} \in T_2 \quad \text{כאן}$$

יש, $U_1, \dots, U_n \in T_2$

התוצאה (3)

$$\mathbb{R} \setminus \left(\bigcap_{i=1}^n U_i \right) = \bigcup_{i=1}^n (\mathbb{R} \setminus U_i) \subseteq \mathbb{Q} \Rightarrow \bigcap_{i=1}^n U_i \in T_2$$

יש, $\{U_\alpha\}_{\alpha \in I} \subseteq T_2$ קבוצה סגורה (4)

$$\mathbb{R} \setminus \left(\bigcup_{\alpha \in I} U_\alpha \right) = \bigcap_{\alpha \in I} (\mathbb{R} \setminus U_\alpha) \subseteq \mathbb{Q} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bigcup_{\alpha \in I} U_\alpha \in T_2$$

יש/כ, $\{U_\alpha\}_{\alpha \in I} \subseteq \mathcal{T}_2$ 'מקביל' סולל, 'ה' (4)

$$() \quad \mathbb{R} \setminus \left(\bigcup_{\alpha \in I} U_\alpha \right) = \bigcap_{\alpha \in I} (\mathbb{R} \setminus U_\alpha) \subseteq \mathbb{Q} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bigcup_{\alpha \in I} U_\alpha \in \mathcal{T}_2$$

יש/כ, $\{U_\alpha\}_{\alpha \in I} \subseteq \mathcal{T}_2$ סדרה סגורה (4)

$$() \quad \mathbb{R} \setminus \left(\bigcup_{\alpha \in I} U_\alpha \right) = \bigcap_{\alpha \in I} (\mathbb{R} \setminus U_\alpha) \subseteq \mathbb{Q} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bigcup_{\alpha \in I} U_\alpha \in \mathcal{T}_2$$

למר ול"ש"י"י המכונה "הקני" → במילוי, \mathbb{R} סגור תחת \mathcal{T}_2

תרגיל 87:

מה מבין

\mathbb{R}

האוספים הבאים מהווה סופ' \mathbb{R} ?

$$T_1 = \{(-q, q) : q \in \mathbb{Q} \cup \{\infty\}\} \cup \{\emptyset\}$$

תרגיל 87:

מה לבין האוספים הבאים מהנוה טופ' \mathcal{T} ו \mathbb{R} ?

$$T_1 = \{(-q, q) : q \in \mathbb{Q} \cup \{\infty\}\} \cup \{\emptyset\} \quad \text{ב}$$

$$T_2 = \{(-r, r) : r \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}\} \cup \{\emptyset\} \quad \text{ב}$$

5/28

5/28

מגדף 88:

מגדף $x \neq \emptyset$

$$\hat{T}_{\text{cof}} := \{A \subseteq X : |X \setminus A| < \infty\} \cup \{\emptyset\}$$

X \mathcal{P} \mathcal{C} \mathcal{A}

המבנה

המבנה

מגדל 88:

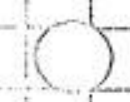
תהי $x \neq \emptyset$.

$$\mathbb{T}_{\text{conf}} := \{A \subseteq X : |X \setminus A| < \infty\} \cup \{\emptyset\}$$

הוכיחו ש \mathbb{T}_{conf} סגור

למהווה σ -אלג' X

סגור σ ו-קולומב' קולומב' האם' הקו-סגור



תרגיל 88:

תהי $\phi \neq \chi$.

$T_{\text{cof}} := \{A \subseteq X : |X \setminus A| < \infty\} \cup \{\emptyset\}$

הוכיחו שהקב' σ

מהווה אלמנט χ

אלמנט σ קובלים האלמנט הקו-סופי

הוכיחו שהקב' σ הוא אלמנט σ T_{cof} הנה

האלמנט הקובלים σ

תרגיל 88:

תהי $\phi \neq \chi$.

$T_{\text{cof}} := \{A \subseteq X : |A| < \infty\} \cup \{\emptyset\}$ סוגי הוכחה

מהווה סוף X

סופי או קבוצה חסומה

הוכחה הכוללת $|A| < \infty$ הוכחה

הסוף הדיסקרטי.

הוכחה:

יהי (T, χ) מרחב סופי ויהי $A \subseteq X$.

תרגיל 88:

תהי $\phi \neq \emptyset$.

$\tau_{\text{cof}} := \{A \subseteq X : |X \setminus A| < \infty\} \cup \{\emptyset\}$

הוכיחו ש τ_{cof} סגור

למהווה סגור τ על X .

נסגור τ_{cof} על X הוא הקו-סגור

הוכיחו ש τ_{cof} הוא סגור τ על X הניתן

הוא סגור τ על X .

הצגה:

יהי (τ, X) סגור τ על X .

נראה ש $A \in \tau$ אם ורק אם $X \setminus A \in \tau$.

תרגיל 56:

יהי (T, X) מרחב טופולוגי.

תרגיל 56:

יהי $(\mathcal{D}, \mathcal{A})$ מרחב ג'ורדן, \mathcal{G} סופי.

הוכיחו: $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{G}$ — האנלין — הכלילי:

$\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{G}$, ϕ , χ — קבוצה — סגורה.

תרגיל 56:

יהי $(\mathcal{D}, \mathcal{A})$ מרחב סופי.

הוכיחו כי \mathcal{A} — האנלי — הכלול:

\mathcal{A} , ϕ , χ — קבוצה סגורה.

\mathcal{A} חזק — שכיחה של קבוצה סגורה, סגור.

תרגיל 56:

יהי $(\mathcal{H}, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ מרחב סופי.

הופיטו \mathcal{H} — האננו — הזכאל:

\mathcal{H} , ϕ , χ — קבוצו — סגורו.

\mathcal{H} חזוק — שריוו' של קבוצו — סגורו, סגור.

\mathcal{H} חזוק — סופי של קב' — סגורו, סגור.

יהי (ד,א) מרחב סופי.

הוכיחו את הטענות הבאות:

א, ב, ג, ד קבוצות סגורות.

ה חיבור של קבוצות סגורות, סגור.

ו מייחוד סופי של קב' סגורות, סגור.

הקצרה:

א. יהי \mathcal{C} משפחה של קבוצות סגורות וסגורה ביחס ל- \cup .

ב. יהי \mathcal{C} משפחה של קבוצות סגורות וסגורה ביחס ל- \cap .

ג. יהי \mathcal{C} משפחה של קבוצות סגורות וסגורה ביחס ל- \cup ו- \cap .

הצגה:

יהי (X, τ) מרחב טופולוגי, Y מרחב טופולוגי, $f: X \rightarrow Y$ פונקציה.

$$\tau_Y := \{ \cup \mathcal{U} : \mathcal{U} \in \tau \}$$

טענה:

יהי (X, τ) למקב סופ' , תהי $X \ni \alpha$ נק' ונגזיר:

$$\tau_\alpha := \{ \cup \gamma : \alpha \in \gamma \}$$

כל' , τ_α לתווה סופ' על α .

טענה:

יהי (X, τ) גרעם טופ', תהי $X \neq \emptyset$ קב' ונגזיר:

$$\tau_Y = \{ \cup \tau : \tau \in \tau \}$$

אלו, τ_Y גרעם טופ' על Y .

על טופ' קב' (X, τ) גרעם, ואלו (Y, τ_Y)

קב' גרעם טופ' גרעם.

טענה:

יהי (T, α) גרף סופי, תהי $X \subseteq V$ קב' אנג'יר:

$$T_X = \{v \in T : v \text{ חת} \}$$

אלו, T_X גרף סופי על X .

על סופי בו קובלים סופי גרף, וכל (X, T_X)

קובלים גרף סופי.

הוכחה:

תהי n .

הערות:

נשים לב שמאפולוגיה זה המרחב שחוקרה עולם מתנהג
באופן דומה לאופן של זה המרחב גמלי.

הערות:

נשים לב שסופריות - הרחב שחזרה עליה מנהג -
באופן דומה עסוף של הרחב גמרי.
כעיקרון, אלו נראה בהמשך לקיים נוספים שבהם חזק
סוף שניה דומה בליטתו אלן עסופותיה של
גמריים גמריים.

תרגיל 1, 100:

יהי X

של X .

אנקה אופ' ויהי Y תת אנקה אופ'

○

תרגיל 1, 100:

יהי X

של X .

תהי $Y \sim N(0, 1)$.

אנחנו רוצים לראות כי X ו- Y הם

בלתי תלויים.

○

תרגיל 1, 100 :

יהי X גורם סופ' ויהי Y גורם סופ' (X, Y)

ש X

תהי $A \subseteq Y$

הוא A - סגור סגור Y - סגור קיים קב' B שסגורה

$A = B \cap Y$, סגור , X - סגור

התנאי :101

ה' (X, T_{cop}) מרכז קו-סל' , אילן סופ' .

המשפט 10.1:

יהי (X, T_{cof}) מרחב טופולוגי קומפקטי, $f: X \rightarrow Y$ פונקציה רציפה.

אם X הוא מרחב טופולוגי קומפקטי, אז $f(X)$ הוא מרחב טופולוגי קומפקטי.

המשפט 10.1:

יהי (X, T_{cof}) מרחב קו-טופ' אינסופי.

הוכחה: נניח $x, y \in X$ על פניו $\text{cl}\{x\}$ אינו סגור. אז קיימת נקודה $z \in X$ ששייכת ל $\text{cl}\{x\}$ אך אינה שייכת ל $\{x\}$. כלומר $x \neq z$ ו $z \in \text{cl}\{x\}$. מכאן נובע שיש סדרה $\{x_n\}$ של נקודות שמתכנסת ל z . מכיוון ש $z \in \text{cl}\{x\}$ ו $x \neq z$, נובע ש $x_n \neq x$ לכל n . מכיוון ש $x_n \rightarrow z$ ו $x_n \neq x$, נובע ש $x_n \rightarrow z$ ו $x_n \neq x$. מכיוון ש $x_n \rightarrow z$ ו $x_n \neq x$, נובע ש $x_n \rightarrow z$ ו $x_n \neq x$.

המשפט 10.2:

יהי (X, T_{cof}) מרחב קו-טופ'.

תורת קוסט:

יהי (X, T_{cost}) מרחב קוסט-קו-סופי, אינסופי.

הוכיחו שכל $x, y \in X$ על inf קולקטור בעזרת סגירות-
שיתרון קו.

פתרון:

יהי (X, T_{cost}) מרחב קוסט-קו-סופי.

כל $x, y \in X$ יהיו inf קוסט-קו-סופי גם כן.

הערה:

יש (x, T_{cof}) נמדד קו-סוף.

כלומר, יש (x, T_{cof}) נמדד קו-סוף, יש (x, T_{cof}) נמדד קו-סוף.

מסומן:

יהי (x, T_{cof}) נמרב קו-סופי.

כלי, כס תת נמרב נסו וסו ח'יו קו-סופי למ כן.

קובעה:

(1) יהי γ תת נמרב סופי נס X .

סעיף:

יהי (X, T_{cof}) מרחב קו-טופי.

כלי, τ מרחב טופולוגיה קו-טופי גם כן.

הוכחה:

(1) יהי Y מרחב טופי X .

על ידי הקבוצה הטופולוגיה קו-טופי τ על Y תהא

הקבוצה $T'_{\text{cof}} := \{W \subset Y : \{ \emptyset, W \} \text{ טופולוגיה קו-טופי}\}$

מסוקה:

יהי (x, T_{cof}) נקודה

ב- X , T_{cof} תהיה נקודה סגורה

הנקודה:

(1) יהי x נקודה סגורה ב- X

אם T_{cof} היא נקודה סגורה

הקב"ל $T_{\text{cof}} = \{ \phi \cup \{ \omega \} : \omega \in W \}$

אין צורך להוכיח $T_{\text{cof}} = T_{\text{cof}}$

קובץ:

(1) יהי γ תת-מרחב סופי של X .
עם הקרה, האופרטור הקו-סופי של γ הוא
הקב' $T'_{\text{cof}} := \{W \subseteq \gamma : |\gamma \setminus W| < \infty\} \cup \{\emptyset\}$
אין צרכים להראות ש- $T_{\text{cof}, \gamma} = T'_{\text{cof}} - \emptyset$.

קוביות:

(1) יהי γ תת-מרחב סופי של X .

נסתכל בקבוצת הקבוצות הסופיות הקו-סופיות של γ הנחשבות

הקבוצה $T'_{\text{cof}} := \{W \subseteq \gamma : |W| < \infty \text{ ו-} |\gamma \setminus W| < \infty\}$

אלו זכוכים סדורים. $T_{\text{cof}, \gamma} = T'_{\text{cof}} - \emptyset$

(2) יהי $\phi \neq \gamma \in T_{\text{cof}, \gamma}$ כלשהו.

$\exists U \in T_{\text{cof}} : V = U \cap \gamma \Rightarrow$

(1) יהי γ תת-מרחב סופי של X .

נסתכל בקבוצת החזרות האופרטורית הקו-סופית של γ הנל.

הקבוצה $T'_{\text{cof}} := \{W \subseteq \gamma : |\gamma \setminus W| < \infty\} \cup \{\emptyset\}$

היא זכייכת וחסומה. $T_{\text{cof}, \gamma} = T'_{\text{cof}} - \emptyset$

(2) יהי $\phi \neq \emptyset \in T_{\text{cof}, \gamma}$, כל

$\exists U \in T_{\text{cof}} : V = U \cap \gamma \Rightarrow$

$\Rightarrow |\gamma \setminus V| = |\gamma \setminus (U \cap \gamma)| = |\gamma \setminus U| \leq |X \setminus U| < \infty \Rightarrow$

(1) יהי Y תת-מרחב סופי של X

נסתכל בקבוצת הקבוצות הסופיות הקו-סופיות של Y הנחשבות

$$T'_{\text{cof}} := \{W \subseteq Y : |Y \setminus W| < \infty\} \cup \{\emptyset\}$$

כלומר $T_{\text{cof}, Y} = T'_{\text{cof}} - \emptyset$

(2) יהי $\emptyset \neq V \in T_{\text{cof}, Y}$, כל

$$\exists U \in T_{\text{cof}} : V = U \cap Y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |Y \setminus V| = |Y \setminus (U \cap Y)| = |Y \setminus U| \leq |X \setminus U| < \infty \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V \in T'_{\text{cof}}$$

is, $\phi \neq \forall V \in \mathcal{T}_{\text{cof}, Y}$ is (2)

$$\exists U \in \mathcal{T}_{\text{cof}} : V = U \cap Y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |Y \setminus V| = |Y \setminus (U \cap Y)| = |Y \setminus U| \leq |X \setminus U| < \infty \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V \in \mathcal{T}'_{\text{cof}}$$

∃! $\phi \neq \emptyset \in \mathcal{T}'_{\text{cof}, Y}$ ist (2)

$$\exists U \in \mathcal{T}'_{\text{cof}} : V = U \cap Y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |Y \setminus V| = |Y \setminus (U \cap Y)| = |Y \setminus U| \leq |X \setminus U| < \infty \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V \in \mathcal{T}'_{\text{cof}}$$

∴ $\phi \neq \emptyset \in \mathcal{T}'_{\text{cof}}$ ist (3)

∃k, φ ≠ V ∈ T_{cof, Y} ∩ (2)

$$\exists U \in T_{\text{cof}} : V = U \cap Y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |Y \setminus V| = |Y \setminus (U \cap Y)| = |Y \setminus U| \leq |X \setminus U| < \infty \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V \in T'_{\text{cof}}$$

φ ≠ W ∈ T'_{\text{cof}} ∩ (3)

∃k, |X \setminus Y| < ∞ ∃k, Y ∈ T_{\text{cof}} ∩ (1)

$$|X \setminus W| = |(X \setminus Y) \cup (Y \setminus W)| < \infty \Rightarrow W \in T_{\text{cof}} \Rightarrow$$

$\exists k, \emptyset \neq V \in \mathcal{T}_{\text{cof}, Y}$ in (2)

$$\exists U \in \mathcal{T}_{\text{cof}} : V = U \cap Y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |Y \setminus V| = |Y \setminus (U \cap Y)| = |Y \setminus U| \leq |X \setminus U| < \infty \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V \in \mathcal{T}'_{\text{cof}}$$

$\emptyset \neq W \in \mathcal{T}'_{\text{cof}}$ in (3)

$|X \setminus Y| < \infty \exists k, Y \in \mathcal{T}_{\text{cof}}$ in (1)

$$|X \setminus W| = |(X \setminus Y) \cup (Y \setminus W)| < \infty \Rightarrow W \in \mathcal{T}_{\text{cof}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W = W \cap Y \in \mathcal{T}_{\text{cof}, Y}$$

$x_0 \in X \setminus Y$, $y \in Y$, $|x - y| = \infty$ $\forall x \in X$, $Y \neq T_{\text{col}}$ ρ_k (3.1)

$x_0 \in X \setminus Y$, $y \in Y$, $|x \setminus y| = \infty$, $U \in \mathcal{T}_{\text{col}}$, $\mu \in \mathcal{P}(X)$ (3.1)

$$U = W U (X \setminus (Y \cup \{x_0\})) \quad \mu \in \mathcal{P}(X) \quad (3.2)$$

$x_0 \in X \setminus Y$, $y \in Y$, $|X \setminus Y| = \infty$, $W \subseteq X$, $Y \notin T_{\text{col}}$ (3.1)

$$U = W \cup (X \setminus (Y \cup \{x_0\})) \quad \text{مثال (3.2)}$$

- ل δ ϵ γ ρ μ

$$|X \setminus U| = |(X \setminus W) \cap (Y \cup \{x_0\})| =$$

$x_0 \in X \setminus Y$ $y \in W$ $|X \setminus Y| = \infty$ $W \subset X$, $Y \notin T_{\text{col}}$ μ (3.1)

$$U = W \cup (X \setminus (Y \cup \{x_0\})) \quad \mu \text{ on } U \quad (3.2)$$

- U δ μ μ μ

$$|X \setminus U| = |(X \setminus W) \cap (Y \cup \{x_0\})| =$$

$$= |(Y \setminus W) \cup \{x_0\}| < \infty$$

$x_0 \in X \setminus Y$ $y \in Y$ $|X \setminus Y| = \infty$ $W \subset X$, $Y \notin T_{\text{col}}$ μ (3.1)

$$U = W \cup (X \setminus (Y \cup \{x_0\})) \quad \mu \text{ (3.2)}$$

- e δ μ μ μ

$$|X \setminus U| = |(X \setminus W) \cap (Y \cup \{x_0\})| =$$

$$= |(Y \setminus W) \cup \{x_0\}| < \infty$$

$$W = U \cap Y$$

- e δ μ μ

$x_0 \in X \setminus Y$ יהי $|X \setminus Y| = \infty$ כל $Y \notin T_{\text{cop}}$ (3.1)

$$U = W \cup (X \setminus (Y \cup \{x_0\})) \quad (3.2)$$

הוא נקרא - ∞

$$|X \setminus U| = |(X \setminus W) \cap (Y \cup \{x_0\})| =$$

$$= |(Y \setminus W) \cup \{x_0\}| < \infty$$

$$W = U \cap Y$$

הוא נקרא - ∞

$$W \in T_{\text{cop}, Y}$$

כל W בנקודה Y ∞



מרחב 102 :

ה' (x, T_{cot}) נמדדו בקו-101.

תרגיל 102 :

יהי (X, τ_{cof}) מרחב קומפקט-קאונט.

הוכיחו: $U \subseteq X$ קבוצה סגורה ב- X היא קומפקט אם ורק אם $|A| < \infty$.

תרגיל 102 :

יהי (X, τ_{cof}) מרחב קו-סופי.

הוכיחו ש- $A \subseteq X$ קבוצה סגורה ב- X אם ורק אם $|A| < \infty$.

תרגיל 103 :

יהי (X, τ_{cof}) מרחב קו-סופי, יהי $a \in X$ והיה $V \subseteq X$

קבוצה המכילה את a .

תרגיל 102 :

יהי (X, τ_{cof}) מרחב קו-סופי.

הוכיחו ש- $A \subseteq X$ קבוצה סגורה ב- X אם ורק אם $|A| < \infty$.

תרגיל 103 :

יהי (X, τ_{cof}) מרחב קו-סופי, יהי $a \in X$ והיה $V \subseteq X$

קבוצה המכילה את a .

הוכיחו ש- V היא סביבה של a אם ורק אם V סגורה.

$$US := \bigcup_{x \in S} X$$

הסדר

S

קבוצה

של

קבוצה

הצורה:
היא

$$US := \bigcup_{x \in S} X$$
$$US = \{1, 2, 3\}$$

אל,

$$S = \{\{1, 2\}, \{3\}\}$$

אל,

אם

אולי

S

קבוצות

של

קבוצה

היא

הקבוצה:

ההצגה:

תהי קבוצה של קבוצות ונסמן S

$$US := \bigcup_{x \in S} X$$

$$US = \{1, 2, 3\}$$

למשל, אם $S = \{\{1, 2\}, \{3\}\}$ אז

ההצגה:

תהי קב' X ותהי $S \subseteq P(X)$ (סגור תהי

כיסוי של X אם $US = X$.

מאז שהכניתי את האוכלים הנחשבים
למאכלים טובים - האוכלים הטובים
הם קבוצה:

לאחר שהבנו את האופרטור האינברסיבי
גופולוגיה של גופולוגיה
אנחנו נחזיר את גופולוגיה: \mathcal{G}
נראה

הגדרה (בסיס) לאופרטור

תהי $X \neq \emptyset$ ויהי $\mathcal{B} \subseteq P(X)$ כיוון של X .



האם שהכינו את האישים האופורטונית והמה אופורטונית, נלמד
 מספר כלים לבנין אופורטונית של קבוצה:

הקבוצה (בסיס אופורטונית)

תהי $X \neq \emptyset$ ויהי $B \subseteq P(X)$ כיוון של X .
 נאמר כי B - בסיס אופורטונית של X אם

$$((\forall u, v \in B : x \in u \cap v) \Rightarrow (\exists u \in B : x \in u)) \wedge (\exists u \in B : x \in u) \wedge (\exists u \in B : x \in u)$$

האם שהכינו או האוסף האופרטור והמשקל האופרטור, נלמד
 מספר כלים לבנין האופרטור על קבוצה:

הקבוצה (בסיס האופרטור)

תהי $X \neq \emptyset$ ויהי $B \subseteq P(X)$ כיוון של X .
 נאמר B - תהי B בסיס אופרטור על X אם

$$\forall x \in X \forall W, V \in B (x \in W \cap V \Rightarrow (\exists U_x \in B : x \in U_x \subseteq W \cap V))$$

כל $B \in B$ נקרא קב' בסיס.

תרגיל 103:

תתי X

קב

ש/

פיקה

וילן

ב

בסיס

למאפ'

ר

X

תרגיל 103:

תהי X

תהי

קב' \mathcal{B} של פיקה ויז'ו

$B_1, \dots, B_n \in \mathcal{B}$

קב' בס'ו' -

\mathcal{B} בס'ו

לס'ו

או

X

תרגיל 103:

תהי X קבוצה של נקודות ויהי \mathcal{B} מסגרת סיגמא של X .

תהיו $B_1, \dots, B_n \in \mathcal{B}$ קבוצות מסגרת סיגמא.

הוכיחו: \cup

$$\forall x \in \bigcap_{i=1}^n B_i, \exists \gamma_x \in \mathcal{B} : x \in \gamma_x \subseteq \bigcup_{i=1}^n B_i$$

הקבוצה \mathcal{B} מכילה את כל הקבוצות
המתחתיות של X שאינן ריקות.

$$\tau_{\mathcal{B}} := \{ U \subseteq X : U \in \mathcal{B} \}$$

הקבוצה \mathcal{B} מכונה **סיסטם סיגמא**, אם היא מקיימת את התכונות הבאות:

$$\mathcal{T}_{\mathcal{B}} := \{ U \subseteq X : U \in \mathcal{B} \}$$

$$\forall B_1, \dots, B_n \in \mathcal{B} \quad \bigcap_{i=1}^n B_i \in \mathcal{T}_{\mathcal{B}}$$

תרגיל 106 :

תהי X קבוצה, \mathcal{B} תהי קבוצת תת-קבוצות של X הכוללת את X ואת \emptyset .

$$\mathcal{T}_{\mathcal{B}} := \{ U \subseteq X : U \in \mathcal{B} \}$$

הוכיח

$$\forall B_1, \dots, B_n \in \mathcal{B} \quad \bigcap_{i=1}^n B_i \in \mathcal{T}_{\mathcal{B}}$$

תרגיל 106.1 :

היה \mathcal{B} קבוצת תת-קבוצות של X הכוללת את X ואת \emptyset .

לשם:

ר"מ X ק"ב פ"ג ח"א ו"ה ב' ב"ס, א"ג
T_B אה"ת אה"ת הקורא אה"ת א"ג X

משפט:

יהי X קב' עם מיקוד ויהי B בסיס, e_i '
 T_B מתחילת הקואסי-מתלה X .

הוכחה:

(1) אם T_B תלוי, יהיו אינדיקס i ו- j כאלה
שם קב' בסיס e_i, e_j תלוי.

משפט:

יהי X קב"ק עם תיקי ויהי \mathcal{B} בסיס, אז
 $T_{\mathcal{B}}$ מתחמקת הקורס מתולה סופ' \mathcal{B} על X .

הוכחה:

(1) אם $T_{\mathcal{B}}$ חסר, אז \mathcal{B} אינו איחוד סמינרלי.
כל קב"ק בסיס \mathcal{B} חסר.
אם \mathcal{B} אינו איחוד סמינרלי, אז $T_{\mathcal{B}}$ חסר.
אם \mathcal{B} אינו איחוד סמינרלי, אז $T_{\mathcal{B}}$ חסר.

הינן אלו הן U_B שרירותיות

(1) T_B — קבוצת
 כל $x \in T_B$ —
 $U_B = x \in T_B$

(1) אם T_B היא תצורה, UB היא תצורה שמימנה

של קב' בס'ים' בלתי

$$UB = X \in T_B$$

(2) אם S היא תצורה "מימנה", אז S היא תצורה

של S היא תצורה קב' של B , אז

US היא תצורה של S היא תצורה



(1) אם T_B היא תצורה, U_B היא תצורה שמימנה

יש קב' בס' T_B בלבד.

$$U_B = X \in T_B$$

(2) אם S היא תצורה "מימנה", U_B היא תצורה שמימנה

יש קב' S היא תצורה U_B , S היא

תצורה U_B היא תצורה S היא

תצורה "מימנה" S היא תצורה U_B היא

תצורה U_B היא תצורה S היא

(1) אם T_B היא תצורה, U_B היא אוסף של

של קב' בס'ס' - גלגל.

$$U_B = X \in T_B$$

(2) אם S היא אוסף של "אוסף של" , מתבוננים לכך

שם S היא ת-קב' של B , אם

U_S היא אוסף של S אל"ה S

ב"ש" "מתבוננים" לכך S יכולה להיות

של ת-קב' של B

מתבוננים שם ϕ היא ת-קב' של B גם

$$U_\phi = \phi \in T_B$$

$\{U_\alpha\}_{\alpha \in I} \subseteq T_B$ is the base in (3)

$\{U_\alpha\}_{\alpha \in I} \subseteq T_B$ איז א סאט פון ווארטן (3)

און U_α $\alpha \in I$ איז א ווארט, T_B איז א טראנס פארמאלע ווארטן.

און ווארטן איז א ווארטן פון ווארטן.

$\{U_\alpha\}_{\alpha \in I} \subseteq \mathcal{T}_B$ - חבורה פתוחה (3)

יהי $U_\alpha \in \mathcal{T}_B$ - חבורה פתוחה

... חבורה פתוחה

$$\forall \alpha \in I \exists S_\alpha \subseteq B : U_\alpha = \cup S_\alpha \Rightarrow$$

$\{U_\alpha\}_{\alpha \in I} \subseteq \mathcal{T}_B$ איז פאמיליע פון טאפאליען אין B (3)

און U_α $\alpha \in I$ זענען טאפאליען אין B און זיי זענען פאמיליע פון טאפאליען אין B .

$$\forall \alpha \in I \exists S_\alpha \subseteq B : U_\alpha = \bigcup S_\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bigcup_{\alpha \in I} U_\alpha = \bigcup_{\alpha \in I} \left(\bigcup S_\alpha \right)$$

$\{U_\alpha\}_{\alpha \in I} \subseteq T_B$ - חבורה של T_B (3)

יהי U_α $\alpha \in I$ בסדר T_B - חבורה של T_B
... חבורה של T_B - חבורה של T_B
... חבורה של T_B

$$\forall \alpha \in I \exists S_\alpha \subseteq B : U_\alpha = U S_\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bigcup_{\alpha \in I} U_\alpha = U \left(\bigcup_{\alpha \in I} S_\alpha \right)$$

... חבורה של T_B - חבורה של T_B

$\forall i \in \{1, \dots, n\} \quad \exists \underline{S}_i \subset \mathcal{B} : U_i = \cup \underline{S}_i \Rightarrow$ ב/כ , $U_1, \dots, U_n \in \mathcal{T}_{\mathcal{B}}$ הוכחה (4)

$\forall i \in \{1, \dots, n\} \quad \exists S_i \subseteq B \quad : \quad U_i = \bigcup S_i \Rightarrow$

$\exists U_1, \dots, U_n \in T_B$

הוכחה (4)

$$\Rightarrow \bigcap_{i=1}^n U_i = \bigcap_{i=1}^n (\bigcup S_i)$$

$$\forall i \in \{1, \dots, n\} \quad \exists S_i \subseteq \mathcal{B} : U_i = \bigcup S_i \Rightarrow$$

$$\exists U_1, \dots, U_n \in \mathcal{T}_{\mathcal{B}}$$

הוכחה (4)

$$\Rightarrow \bigcap_{i=1}^n U_i = \bigcap_{i=1}^n \left(\bigcup S_i \right)$$

$$W = \bigcap_{i=1}^n S_i$$

הוכחה (5)

$\forall i \in \{1, \dots, n\} \exists S_i \subseteq \mathcal{B} : U_i = \bigcup S_i \Rightarrow$

$\forall i, U_1, \dots, U_n \in \mathcal{T}_{\mathcal{B}}$

תהייה (4)

$$\Rightarrow \bigcap_{i=1}^n U_i = \bigcap_{i=1}^n (\bigcup S_i)$$

$$W = \prod_{i=1}^n S_i$$

תהייה (5)

תהייה $\bar{B} = (B_1, \dots, B_n) \in W$

כל B_i

$B_i \in S_i$ i כלשהו \Rightarrow $B_i \in S_i$ $\forall i$ $\Rightarrow \bar{B} \in W$

כל $U_1, \dots, U_n \in T_B$

ההינתן (4)

$$\forall i \in \{1, \dots, n\} \exists S_i \subseteq B : U_i = \bigcup S_i \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bigcap_{i=1}^n U_i = \bigcap_{i=1}^n (\bigcup S_i)$$

$$W = \prod_{i=1}^n S_i$$

הוא (5)

היה $\bar{B} = (B_1, \dots, B_n) \in W$

כל B_i

$B_i \in S_i$ i לכל i כך $\bar{B} \in W$ $\Rightarrow \bigcap_{i=1}^n B_i \in \bigcap_{i=1}^n S_i = U_i$

כל $B_i \in S_i$ i לכל i כך $\bar{B} \in W$ $\Rightarrow \bigcap_{i=1}^n B_i \in \bigcap_{i=1}^n S_i = U_i$

$$\bigcap_{i=1}^n U_i = \bigcap_{i=1}^n (\bigcup S_i) = \bigcup_{\bar{B} \in W} (\bigcap_{i=1}^n B_i)$$



$$\forall B \in \mathcal{W} \quad \bigcap_{i=1}^n B_i \in \mathcal{T}_B$$

, 106

§ 2.1

⑥

$$\forall \bar{B} \in W \quad \bigcap_{i=1}^n B_i \in T_B$$

$$\bigcup_{\bar{B} \in W} \left(\bigcap_{i=1}^n B_i \right) \in T_B$$

106

ساز

دسته (6)

(3)

دسته 106

$\forall B \in W$

$$\bigcap_{i=1}^n B_i \in T_B$$

$$\bigcup_{B \in W} \left(\bigcap_{i=1}^n B_i \right) \in T_B \quad (3)$$

\times δ δ δ δ δ T_B δ δ

106 δ δ δ (6)

δ δ δ

()

שאלה 107:

ה' (x, d) \approx \mathbb{C}^n

תרגיל 707:

יהי (λ, x) מקב אטרי

התלו	שאלות	כל	הכרזות	הפתומים	$B_r(x, \lambda)$
מהות	בסיס	ענפ	λ	המשורר	מהאנליזה

תרגיל 108 :

נתון $S = \{[a, b) : a < b \in \mathbb{R}\}$

האם \mathbb{R} הוא האיחוד

של S ?

תרגיל 108:

\mathbb{T}_S הוא פוליט

נתון $S = \{[a, b) : a < b \in \mathbb{R}\}$

בסיס \mathbb{R} הוא \mathbb{R}

פוליט T_S הוא S -נ

אופרטור Sorgenfrey



תרגיל 108:

(\mathbb{R}, τ_S) הוא שהאוסף

הוא $S = \{[a, b) : a < b \in \mathbb{R}\}$

בסיס τ_S על \mathbb{R}

האוסף τ_S הנוצר S -נ קובלים

אופורגיה Sorgenfrey

(\mathbb{R}, τ_S) הוא טכס קצ

פתוח (a, b) תינו קב' פתוח

(\mathbb{R}, τ_S) - ב



תרגיל 109:

תהי X קב' על S ויהי σ כיסוי X .

תרגיל 109 :

יהי X קב' של חק' ויהי S כ"סו" $X \cdot S$

פצ'ל:

$$\mathcal{B}_S := \left\{ \bigcap_{i=1}^n S_i : n \in \mathbb{N}, \forall i \in \{1, \dots, n\} S_i \in S \right\}$$

תרגיל 109:

יהי X קב' של חק' ויהי S כ"סו" X - δ

תצ"ר:

$$\mathcal{B}_S := \left\{ \bigcap_{i=1}^n S_i : n \in \mathbb{N}, \forall i \in \{1, \dots, n\} S_i \in S \right\}$$

תלכ"ו \mathcal{B}_S - σ חלוקה כ"סו" X - δ

סוף:

ר' י

קב' X

לד

פיקו .

מסוקני:

ת"י X

קב' על פיקו

מאר

אליין

עיצור

בסיס

עסאפ'

על

X

למזק

פל

כיסוי

על

X

קוראלי

עכיסוי

על

X

מ

בסיס

עסאפ'

מספר:

ת"י X

קב' על פיקו

מאמר ווייזן עיצור בסיס עטאפ' על X למק כל
כיסוי של X קוטלם עכיסוי של X ית בסיס

עטאפ'

עכפ ית בסיס י, למשלים ב- פ' אל האפ'

הנורה - להבסיס שנוצר ע"י י

משפט: (קריטיקון לבסיס של אופרטור נייטר)

יהי (T, X) מרחב אופרטור ויהי \mathcal{B} בסיס של X .

משפט: (קרייטצ'ון לבסיס של אופרטור נמינה)

יהי (X, T) מרחב אופרטור ויהי \mathcal{B} בסיס "טל" X .

אלו, \mathcal{B} מהווה בסיס לעמוד T אם "טל"

$$\forall U \in T \quad \forall x \in U \quad \exists B_x \in \mathcal{B} : x \in B_x \subseteq U$$

משפט: (קריטריון לבסיס של אופרטור נמינה)

יהי (X, T) מרחב אופרטור ויהי \mathcal{B} בסיס של X .

אז, \mathcal{B} מהווה בסיס לבסיס T אם ורק אם

$$\forall U \in T \quad \forall x \in U \quad \exists B_x \in \mathcal{B} : x \in B_x \subseteq U$$

קובנה:

תרגיל 110.

משפט: (קריטיבון לבסיס של אופרטור נרמול)

יהי (T, X) מרחב אופרטור ויהי \mathcal{B} בסיס של X .

אלו, \mathcal{B} מהווה בסיס לבסיס T אם ורק אם

$$\forall T \in \mathcal{B} \quad \forall x \in U \quad \exists B_x \in \mathcal{B} : x \in B_x \subseteq U$$

הוכחה:

תרגיל 110.

הצגה:

יהי X קבוצה של אופרטורים על X והיא אולימיטרית אם ורק אם $\langle Tx, x \rangle = 0$ לכל $x \in X$.

א"ס:

בהנחת בסיס אפוא, כג"ל, לבדוק אם אולם
כל החיזויים מוכח ב-ב.

ט"ו:

בהיותן בסיסם עמא' ע , כג'וי לעבדוק יא' אלול
כל התיקונים מוכ' ב-ב .
בכך נקב' ע-ב ה'יו בסיס עמא' זיסק'י-

ט"ו:

בהינתן בסיס \mathcal{B} של V , כגון $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$,
כל הומומורפיזם ליניארי מ- V ל- V נקרא
בבק \mathcal{B} על-ידי מטריצה $M_{\mathcal{B}}$ של $n \times n$ איברים
מ- \mathbb{R} .

תרגיל 11:

אילו מטריצות נוצרות על ידי הבסיס \mathcal{B} ?

$$\mathcal{S} = \{ [a, b] : a < b \in \mathbb{R} \}$$

מטריצה \mathbb{R} ?



אנחנו נגדיר את המסלול $(x_1, T_1), \dots, (x_n, T_n)$

הוא

$$B_{\prod_{i=1}^n x_i} := \left\{ \prod_{i=1}^n U_i : \forall i \in \{1, \dots, n\} U_i \in \mathcal{T}_i \right\}$$



○ : נתון זוגות $(x_1, T_1), \dots, (x_n, T_n)$

הוכח
כי

$$\mathcal{B}_{\prod_{i=1}^n X_i} := \left\{ \prod_{i=1}^n U_i : \forall i \in \{1, \dots, n\} U_i \in \mathcal{T}_i \right\}$$

$\prod_{i=1}^n X_i$ הוא זוגות סגור תחת $\mathcal{B}_{\prod_{i=1}^n X_i}$, כל

תוצאה

יבוא

נתונים: $(x_1, T_1), \dots, (x_n, T_n)$

$$B_{\prod_{i=1}^n x_i} := \left\{ \prod_{i=1}^n u_i : \forall i \in \{1, \dots, n\} u_i \in T_i \right\}$$

כל $B_{\prod_{i=1}^n x_i}$ מתחברת בסוסים של $\prod_{i=1}^n x_i$

לפיכך קבוצת האירועים היא



טענה

יהיו

נקודות $(x_1, T_1), \dots, (x_n, T_n)$ גמלים טאָפּ אונטער:

$$B_{\prod_{i=1}^n x_i}^n := \left\{ \prod_{i=1}^n U_i : \forall i \in \{1, \dots, n\} U_i \in T_i \right\}$$

אז' $B_{\prod_{i=1}^n x_i}^n$ גענוג בסיס פאר σ פון $\prod_{i=1}^n X_i$.

טאָפּ פון קאָלום טאָפּאָלאָג'ע

האכער:

תרגיל 2.1

תרגיל 13:

יגו

$(x_1, d_1), \dots, (x_n, d_n)$

לפרטים

לשאלות



תרגיל 13:

יהיו $(x_1, d_1), \dots, (x_n, d_n)$ נקודות

הנקודות

$$B := \left\{ \prod_{i=1}^n U_i : \forall i \in \{1, \dots, n\} U_i \in \mathcal{T}_i \right\}$$

האם $\prod_{i=1}^n x_i$ היא נקודה ב-B
האם $\prod_{i=1}^n x_i$ היא נקודה ב-B

תרגיל 13:

יהיו $(x_1, d_1), \dots, (x_n, d_n)$ נקודות

קצרות

$$\mathcal{B} := \left\{ \prod_{i=1}^n v_i : v_i \in \{1, \dots, d_i\} \right\}$$

מחלקת של $\prod_{i=1}^n x_i$ הנגזרת

היא \mathcal{B} הנכונה

מסוימת:

מבחינת אורח חייהם של האנשים הנכונים

תרגיל 13:

יהיו $(x_1, d_1), \dots, (x_n, d_n)$ נקודות גאומטריות

היחידות

$$\mathcal{B} = \left\{ \prod_{i=1}^n v_i : v_i \in \{1, \dots, d_i\} \right\}$$

מחפשים את מספר הנקודות $\prod_{i=1}^n x_i$ הנמצאות

בתוך המלבט

המסוקה:

אם x_i הוא מספר שלם ו- d_i הוא מספר שלם אז

מספר הנקודות הנמצאות בתוך המלבט הוא

$\prod_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{d_i} + 1 \right)$

הקרה: (התכנסות סדרת באמב טופ)

יהי X מרחב טופ' ותהי סדרת $\bar{a} \in X^{\mathbb{N}}$.

הקדמה: (התכנסות סדרה במרחב טופולוגי)

יהי X מרחב טופולוגי והיה $\{x_n\}$ סדרה.

נקרא x גבול של $\{x_n\}$ אם $x \in \overline{\{x_n\}}$ ויש סדרה $\{n_k\}$ כך ש- $x_{n_k} \rightarrow x$.

$\exists n_k \in \mathbb{N} : \forall n > n_k, a_n \in V$

תרגיל 114:

האם \mathbb{R} הוא שדה? \mathbb{R} הוא שדה

$\{\emptyset, \mathbb{R}\}$

תרגיל 114:

נסמן $\mathbb{R}_+ = \mathbb{R}$ ונניח \mathcal{F} הוא פילטר על \mathbb{R}_+ המכיל את \mathbb{R}_+ ואת \mathbb{R}_+ .
הוכיחו כי \mathbb{R}_+ הוא פילטר.

$\{\emptyset, \mathbb{R}_+\}$

הוכיחו כי \mathbb{R}_+ הוא פילטר. $\left(\frac{1}{n}\right)_{n \in \mathbb{N}}$ איננו פילטר. \mathbb{R}_+ הוא פילטר.



תרגיל 114:

נסמן ב- \mathbb{R}_t את המרחב האנטי-סימטרי של המטריצות $n \times n$ מעל \mathbb{R} .
המרחב האנטי-סימטרי \mathbb{R}_t הוא

$$\{\phi, \mathbb{R}\}$$

א) הומומורפיזם של המרחב האנטי-סימטרי \mathbb{R}_t על-פני \mathbb{R} נתון על-ידי:

ב) הומומורפיזם של המרחב האנטי-סימטרי \mathbb{R}_t על-פני \mathbb{R} נתון על-ידי:



מסקנה:

האלו

טבאומים

מטכיים

אל

סדרה

מרכיבים

עבור

אל

עבור

טי

הינו

יחיד.

מסקנה:

האלו שבמחברים, אטכיים, אב סדרה גרנס - אבול

אל אבול טר הינו יחיד.

אולם מתוך התחילת האופן ניתן להסיק שתכולה זו

כבר אליה נכונה בעל ארוב אום.

מסקנה:

האלו שבמחבים מטכיים, אב סדרה מבוסס עלבול.

אל עלבול בר הנו יחיד.

אולם מתוך התחילת האופן ניתן להסיק שתכונה זו

כבר אליה נכונה בכל ארוב אופ'.

לכן על נוסף אתר כאן סיומן גיורג עלבול.

שכן, סיומן על יהיה גורג הילב.

סדרה נתונה, אופן

למציאת

$(x_1, T_1), \dots, (x_n, T_n)$

הצגה:

$$\bar{L} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\bar{L} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \rightarrow$$

$$(\bar{a}_n)_{n=1}^{\infty}$$

נתונה

סדרה:

נתון $(x_1, T_1), \dots, (x_n, T_n)$ נמנים כלפי, ותי סדרה
 $\bar{L} \in \prod_{i=1}^n x_i$ ותי $\prod_{i=1}^n x_i$ - \bar{a}_n ∞

כלי, תי, כלפי, הנכפלה סדרה \bar{L} - δ כלפי
כלי $\{x_1, \dots, x_n\}$ הסדרה $(a_{in})_{n=1}^{\infty}$ נמנים δ - L .

סדרה:

$(x_1, T_1), \dots, (x_n, T_n)$ נחמדים אופי, ות' סדרה
 $\bar{a}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ויהי $\bar{a}_n \rightarrow L$

אלו, ת' אופי האבליה סדרה זו אבליה $\delta - L$ אבליה
 אבליה $\{x_n\}$ הסדרה (a_n) אבליה $\delta - L$

נחמדי ת' אופי האבליה, אבליה סדרה אבליה
 אבליה אבליה אבליה אבליה

תוצאה:

$$(L - \delta) \sim (a_n)_{n=1}^{\infty} + c \quad (1)$$



תוצאה:

$$(L - \delta) \sim \sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^{\delta} \cdot (1) \Leftrightarrow (1)$$

(1.1) וזו $i \in \{1, \dots, n\}$ וזו סביבה V_i של L_i .

תוצאה:

$$(1) \Leftrightarrow \left(\prod_{n=1}^{\infty} \bar{a}_n \right) < \infty \text{ וגם } \delta - \bar{L} > 0$$

(1.1) יהי $\{n, \dots, 1\}$ ויהי סביבה V_i של L_i .

אזי, $Z_i := \left(\prod_{j=1}^{i-1} x_j \right) \times V_i \times \left(\prod_{j=i+1}^n x_j \right)$ סביבה של \bar{L} , ולכן

$$\Rightarrow \exists \epsilon_n \in Z_i : \forall \epsilon_n > \epsilon_n$$

תוצאה:

$$(1) \Leftrightarrow \left(\prod_{n=1}^{\infty} \bar{a}_n > 0 \text{ וגם } \delta - \bar{L} \right)$$

(1.1) ותייחס $i \in \{1, \dots, n\}$ ונתן סביבה V_i של L_i .

אז $Z_i := \left(\prod_{j=1}^{i-1} x_j \right) \times V_i \times \left(\prod_{j=i+1}^n x_j \right)$ סביבה של \bar{L} , ולכן

$$\Rightarrow \exists n > n_i : \forall n > n_i \quad \bar{a}_n \in Z_i$$

$$\Rightarrow \exists n > n_i \quad \bar{a}_n \in V_i$$

תוצאה:

$$(1) \Leftrightarrow \left(\prod_{n=1}^{\infty} \bar{a}_n = 0 \text{ או } \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{a}_n = \delta \right)$$

(1.1) ויהי $i \in \{1, \dots, n\}$ ואז סביבה V_i של L_i

אלו, $Z_i := \left(\prod_{j=1}^{i-1} x_j \right) \times V_i \times \left(\prod_{j=i+1}^n x_j \right)$ סביבה של \bar{L} , ולכן

$$\Rightarrow \exists n \in \mathbb{N} : \forall n > n : \bar{a}_n \in Z_i$$

$$\Rightarrow \forall n > n : \bar{a}_n \in V_i$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{a}_n = \delta$$

()

($L_i - \delta$ - סגור) $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ הסדרה $i \in \{1, \dots, n\}$ סדרה ט"ו) \Rightarrow (2)

(2) \Rightarrow (נניח) שיש סדרה $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ המסדרה (L, δ) איננה

(2.1) סגורה $\forall \epsilon > 0$ L

(2) \Rightarrow (נניח) שכל $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ מתכנס ל- L

(2.1) יהי סביבה V של L

אזי, לפי הקדמה, אפ"כ המכלול $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$

קיים סביבה V_i של L_i , כך ש-

$$\bar{L} \in \bigcap_{i=1}^n V_i \subseteq V$$

$\epsilon > 0$ - נתון $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ הסדרה i של ϵ (2.2)

$$\exists n_{\epsilon} : \forall n > n_{\epsilon} \quad a_n \in V_{\epsilon}$$

כל

2.2) $\exists n \in \mathbb{N}$ such that $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ is bounded

$\exists n \in \mathbb{N} : \forall n > n, a_n \in V.$

2.3) $n_v := \max \{n_{v_i}\}_{i=1}^n$

$\forall n > n_v \forall i \in \{1, \dots, n\} a_{in} \in V_i \Rightarrow$

2.2) $\exists n_{v_i} : \forall n > n_{v_i} \quad a_{in} \in V_i$

$\exists n_{v_i} : \forall n > n_{v_i} \quad a_{in} \in V_i$

2.3) $n_v := \max \{ n_{v_i} \}_{i=1}^n$

$\forall n > n_v \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \quad a_{in} \in V_i \Rightarrow$

$\Rightarrow \forall n > n_v \quad \tilde{a}_n \in \prod_{i=1}^n V_i \subseteq V$

(2.2) $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ is a sequence in V and $\epsilon > 0$

$\exists n_{\epsilon} : \forall n > n_{\epsilon} \quad a_n \in V_{\epsilon}$

(2.3) $n_{\epsilon} := \max\{n_{\epsilon_i}\}_{i=1}^n$

$\forall n > n_{\epsilon} \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \quad a_n \in V_{\epsilon} \Rightarrow$

$\Rightarrow \forall n > n_{\epsilon} \quad \bar{a}_n \in \bigcap_{i=1}^n V_{\epsilon_i} \subseteq V$

$(\bar{a}_n)_{n=1}^{\infty}$ is a sequence in V

הערה:

יג'

(x, τ)

אנח

סופ'

ויג'

ב

סופ'

$\tau - \delta$

הצגה:

$\tau - \delta$ ס'סג B ויהי (x, τ) נקודה

אלו $L \in X - \delta$ נקודה $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ נקודה

L נקודה $B \in B$ נקודה

$\exists n \in \mathbb{N} : \forall n > n_B \quad a_n \in B$

→ 18/10/16

→ 0-8

→ 0-8

→ 0-8

$$\left(\frac{1}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$$

? Sorgenfrey

→ 0-8

SIL: 115

→ 0-8

→ 0-8

תרגיל 115

הקלה

הקלה

? Sorgenfrey

$$\left(\frac{1}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$$

מכונה

סדר

של

המספרים

הקלה

הקלה

$$\left(-\frac{1}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$$

מכונה

סדר

של

המספרים

ב

הקלה?

תרגיל 115

האם $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}\right)^{\alpha}$ מתכנס? $\alpha > 0$ \rightarrow $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$ \rightarrow $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$

? Sorgenfrey

האם $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{n}\right)^{\alpha}$ מתכנס? $\alpha > 0$ \rightarrow $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$ \rightarrow $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$

האם $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$ מתכנס? $\alpha > 0$ \rightarrow $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$ \rightarrow $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$

תרגיל 15:

א) האם הסדרה $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}\right)^{\infty}$ מתכנסת? $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ או $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$?

ב) האם הסדרה $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{n}\right)^{\infty}$ מתכנסת? $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ או $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$?

ג) אפיון סדרה \mathbb{R} - המתכנסת? האם $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ או $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$?
ד) האם סדרה של $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ או $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ יחיד?

תרגיל 115:

בא האם הסדרה $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}\right)^{\infty}$ מתכנסת? $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ או $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$

? Sorgenfrey

בא האם הסדרה $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{n}\right)^{\infty}$ מתכנסת? $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ או $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$

אם אפיון סדרה $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^6}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^7}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^8}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^9}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{10}}$

תרגיל 116:

יהי X מרחב טופולוגי

תרגיל 115:

א) האם הסדרה $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}\right)^{\alpha}$ מתכנסת? $\alpha > 0$ \rightarrow אובולט

Sorgentrey?

ב) האם הסדרה $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{n}\right)^{\alpha}$ מתכנסת? $\alpha > 0$ באט' בו. גם כן?

ג) אפיון סדרה \rightarrow ב-IR התכנסות באט' בו.
ד) האם באט' בו $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ מתכנסת? יחיד?

תרגיל 116:

יהי X מרחב סופי

האם לכל סדרה מתכנסת ב-X מתכנסת.

תרגיל 115:

א) האם הסדרה $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}\right)^{\infty}$ מתכנסת? ∞ -סדרה
אולי? ∞ -סדרה

ב) האם הסדרה $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{n}\right)^{\infty}$ מתכנסת? ∞ -סדרה
כן? ∞ -סדרה

ג) אפיון סדרה \mathbb{R} -המתכנסת ∞ -סדרה
אם האם ∞ -סדרה ∞ -סדרה ∞ -סדרה ∞ -סדרה

תרגיל 116:

יהי X מרחב סדרה ∞ -סדרה
האם לכל סדרה מתכנסת ∞ -סדרה
(ט"ו) אם לכל סדרה מתכנסת ∞ -סדרה

הערה:

ה'

X

מרחב

קו-טור

מרחב

$(a_n)_{n=1}^{\infty}$

מרחב

X-ר

הוכחה:

יהי X מרחב l^p -נורמה ו- $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ סדרה
של אלמנטים ב- l^p כגון $X \ni a_n$
נסתעורר על L^p ו- X ונראה ש- $X \subseteq L^p$
כלומר כל סדרה ב- X היא גם סדרה ב- L^p
כלומר $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^p < \infty$

הוכחה:

$$(L-\delta) \text{ אינו גבול של } (a_n)_{n=1}^{\infty} \Leftrightarrow \text{①}$$

הוכחה:

(1) \Leftrightarrow (נניח) $\exists \epsilon > 0$ $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ אינו δ -קרוב ל- L .

(1.1) $x \notin L \in X$ יהי (1.1)

הוכחה:

$$\textcircled{1} \Leftrightarrow (\forall \epsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N} \forall n > N |a_n| < \epsilon)$$

(1.1) יהי $x \notin L \in X$.

כלי, $\forall \epsilon > 0$ קיימת $N \in \mathbb{N}$ כזו שכל $n > N$ מתקיים $|a_n| < \epsilon$.

נסתכן $\epsilon = \frac{1}{2}$ ונצטרף N מתאים.

$$\exists n_0 > N : \forall n > n_0 \quad a_n \in V$$



הוכחה:

$$\textcircled{1} \Leftrightarrow (\forall \epsilon > 0) \exists N \in \mathbb{N} \text{ s.t. } \forall n > N, |a_n - L| < \epsilon$$

(1.1) יהי $x \notin L \in X$

נניח, לפי משפט 1.1, $\exists \delta > 0$ כזה ש-

כל $x \in X$ המקיים $|x - L| < \delta$ הוא נמצא ב- V

$$\exists n_0 \in \mathbb{N} \text{ s.t. } \forall n > n_0, a_n \in V$$

(1.2) נניח $|x - L| < \delta$ ונניח $x \notin V$. אז $|x - L| \geq \delta$.
אבל $|x - L| < \delta$ וזה סתירה. לכן $x \in V$.



הוכחה:

$$\textcircled{1} \Leftrightarrow (\forall \epsilon > 0) \exists N \text{ s.t. } \forall n > N, |a_n - L| < \epsilon$$

(1.1) יהי $x \notin L$

כלי, מכיוון $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ מתכנסת ל- L , כל $\epsilon > 0$

יש N כזה שכל $n > N$ מתקיים $|a_n - L| < \epsilon$

$$\forall n > N : |a_n - L| < \epsilon$$

(2.1) נניח $x \in V$ ונניח $|x - L| < \epsilon$ אז $|x - L| < \epsilon$

$$|x - L| < \epsilon < \frac{\epsilon}{2} < \frac{\epsilon}{2} < \frac{\epsilon}{2}$$

$$|x - L| < \frac{\epsilon}{2} \Rightarrow |x - L| < \frac{\epsilon}{2} < \frac{\epsilon}{2} < \frac{\epsilon}{2}$$

כל $x \in V$ מתקיים $|x - L| < \epsilon$

(1.2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$

Proof: $\epsilon > 0$ $\frac{1}{x} < \epsilon$

Let $\delta = \frac{1}{\epsilon}$ $|x| > \delta \Rightarrow \frac{1}{|x|} < \epsilon$

Let $\delta = \frac{1}{\epsilon}$ $|x| > \delta \Rightarrow \frac{1}{|x|} < \epsilon$

(1.2) $\forall \epsilon > 0$ $\exists \delta > 0$ $\forall x \in V \setminus \{x\}$ $|x - V| < \delta \implies |x - V| < \epsilon$

נניח $|x - V| < \delta$

אז $|x - V| < \delta \implies |x - V| < \epsilon$

אז $|x - V| < \delta \implies |x - V| < \epsilon$

(1.3) $\forall \epsilon > 0$ $\exists \delta > 0$ $\forall x \in V \setminus \{x\}$ $|x - V| < \delta \implies |x - V| < \epsilon$

$\exists \epsilon > 0$ $\forall \delta > 0$ $\exists x \in V \setminus \{x\}$ $|x - V| < \delta$ \wedge $|x - V| \geq \epsilon$

(1.2) $\forall \epsilon > 0$ $\exists \delta > 0$ $\forall x \in V$ $|x| < \delta \implies |f(x) - f(0)| < \epsilon$

נניח $\epsilon > 0$ נתון.

נבחר $\delta > 0$ כך ש $|x| < \delta \implies |f(x) - f(0)| < \epsilon$

נבחר $\delta > 0$ כזה ש $|x| < \delta \implies |f(x) - f(0)| < \epsilon$

(1.3) $\forall \epsilon > 0$ $\exists \delta > 0$ $\forall x \in V$ $|x| < \delta \implies |f(x) - f(0)| < \epsilon$

$\exists n_0 \in \mathbb{N}$: $\forall n \geq n_0$ $a_n \in V$ $|a_n| < \delta$

() $\forall n \geq n_0$ $|a_n| < \delta$ $\implies |f(a_n) - f(0)| < \epsilon$

נניח $\epsilon > 0$ נתון.

(1.2) $\forall \epsilon > 0$ יהיה סביבה δ של x הכוללת את x ו- δ כזו ש- $|f(x) - f(x_0)| < \epsilon$

נניח $\epsilon > 0$ ו- $\delta > 0$

אם $|x - x_0| < \delta$ אז $|f(x) - f(x_0)| < \epsilon$

אם $|x - x_0| < \delta$ אז $|f(x) - f(x_0)| < \epsilon$

(1.3) $\forall \epsilon > 0$ יהיה $\delta > 0$ כזה ש- $|f(x) - f(x_0)| < \epsilon$ עבור $|x - x_0| < \delta$

$\exists \delta > 0$: $\forall x \in V \setminus \{x_0\}$ אם $|x - x_0| < \delta$ אז $|f(x) - f(x_0)| < \epsilon$

() אם $|x - x_0| < \delta$ אז $|f(x) - f(x_0)| < \epsilon$

נניח $\epsilon > 0$ ו- $\delta > 0$

אם $|x - x_0| < \delta$ אז $|f(x) - f(x_0)| < \epsilon$

אם $|x - x_0| < \delta$ אז $|f(x) - f(x_0)| < \epsilon$

(2) \Rightarrow (צניח שלם) $x \neq 1, x$ אופיז במדרג מספר סופי של פעמים
(הוא זוגי)

(2) \Rightarrow (צניח שלם $x \neq 1$, x אופיז במדרג מספר סופי של פעמים

על היותו)

(2.1) תהי V סביבה של \perp

(2) \Rightarrow (צניח שלם $x \neq 1$, x אופיז בסדר מסדר סופי של פוליג

סדר היותו)

(2.1) תהי V סביבה של ∞

כזו, $|x/v| < \infty$

(2) \Rightarrow (צד שמאל): נניח שיש $x \in X$, $x \neq 0$, x הוא וקטור במרחב סופי ממדים V של F .

נסתדבק

(2.1) יהי V סבוגה של F .

כל $x \in V$, $|x| < \infty$.

(2.2) נניח שיש $x \in V$ כך ש-

$$\forall j \in \{1, \dots, k\} \exists n_j : \forall n > n_j \quad a_n \neq x_j$$

(2) \Rightarrow (צד שמאל): $x \neq 0$, x איננו נמצא ב- V וכן x איננו נמצא ב- V

(צד ימני)

(2.1) V סגורה ב- V

$|x|_V < \infty$, k

(2.2) $X|_V := \{x_1, \dots, x_k\}$ בלתי תלוי

$\exists n_j : \forall n > n_j, a_n \notin X_j$

(2.3) $n_j := \max_{j=1, \dots, k} \{n_j\}$ בלתי תלוי

$\Rightarrow \forall n > n_j, \forall j \in \{1, \dots, k\}, a_n \notin X_j$

(2) \Rightarrow (צד שמאל): $x \neq 0$, x איננו כולל את עצמו

סדר (הימני)

(2.1) \hookrightarrow V סגורה על

כל $|x|_V < \infty$

(2.2) (צד שמאל) $X|_V := \{x_1, \dots, x_k\}$ כל קבוצה

$\exists n_j : \forall n > n_j \quad a_n \neq x_j \quad \forall j \in \{1, \dots, k\}$

(2.3) (צד שמאל) $n_j := \max_{j=1}^k \{n_j\}$ כל קבוצה

$\Rightarrow \forall n > n_j \quad a_n \neq x_j \quad \forall j \in \{1, \dots, k\}$

$\Rightarrow \forall n > n_j \quad a_n \in V$

(2) \Rightarrow (צד שמאל) $x \neq 0$, x איננו כולל את עצמו

לפי (2.1)

(2.1) \forall סביבה V של 0

יש $|x|_V < \infty$

(2.2) לפי (2.2) $x|_V = \{x_1, \dots, x_k\}$ כל קבוצה

$\exists n_j : \forall n > n_j, a_n \notin x_j$

(2.3) לפי (2.3) $n_j := \max_{j=1}^k n_j$ כל קבוצה

$\Rightarrow \forall n > n_j, \forall j \in \{1, \dots, k\} a_n \notin x_j$

$\Rightarrow \forall n > n_j, a_n \in V$

לפי (2.1) \square

מסלול:

10

X

אנדר

קונסול

אנדר

$(a_n)_{n=1}^{\infty}$

אנדר

X-2

מסונן:

יהי X גרמה קואסופ' ורת' $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ סדרה ב- X .

(א) אק כל $x \in X$ מופיע מס' סופי של פעמים לכל היותר

בסדרה, אז סדרה זו גרמס - לכל איבר ב- X

(ב) אק קיים $L \in X$ טאופיע אינסוף פעמים בסדרה, אז

כל שאר האיברים מופיעים בסדרה מספר סופי של

פעמים לכל היותר, אז L הינו האיבר היחיד

של הסדרה.

מסקנה:

יהי X גרמה קואסופ' ורת' $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ סדרה ב- X .

(א) אם $x \in X$ מופיע מס' סופי של פעמים לכל היותר

בסדרה, אז סדרה זו גרמס - לכל איבר ב- X

(ב) אם קיים LEX טאופ' אינסוף פעמים בסדרה, אז

כל שאר האברים מופיעים בסדרה מספר סופי של

פעמים לכל היותר, אז L הנו האב' היחיד

של הסדרה.

(ג) אם קיימים $x \in L_1 \setminus L_2$ טאופ'ים בסדרה אינסוף פעמים,

אז הסדרה אינה גרמס - עם איבר.

האמה :

שאלה

117