

Решение заданий В10 ЕГЭ (теория вероятностей)





Теорема

Два события называются **несовместными**, если они не могут появиться одновременно в одном и том же испытании.

Вероятность появления хотя бы одного из двух несовместных событий, **равна сумме вероятностей** этих событий.

$$P = P(A) + P(B)$$

На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, относящихся одновременно к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что школьнику на экзамене достанется вопрос по одной из этих тем.

- **События «вопрос о вписанной окружности» и «вопрос о параллелограмме» - несовместные, поэтому вероятность выбрать один из них равна сумме вероятностей:**
- **$P = 0,2 + 0,15 = 0,35$**

Теорема

- События называются **независимыми**, если наступление одного из них не влияет на вероятность наступления другого события.
- Если событие C означает совместное наступление двух независимых событий A и B , то вероятность события C **равна произведению вероятностей событий A и B**
- $P(C) = P(A) \cdot P(B)$

- Биатлонист стреляет по мишеням. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист поразит все пять мишеней.



- Всего 5 выстрелов, вероятность попадания при одном выстреле равна 0,8, поэтому вероятность попадания всех пяти равна $0,8 * 0,8 * 0,8 * 0,8 * 0,8$
- $=0,32768$.



В одной вазе 12 конфет, 4 из которых шоколадные, а в другой вазе 8 конфет, 6 из которых шоколадные. Из каждой вазы взяли по одной конфете. Какова вероятность того, что обе конфеты шоколадные?

- 1) $4/12$ вероятность того, что взята шоколадная конфета из первой вазы;
- 2) $6/8$ вероятность того, что взята шоколадная конфета из второй вазы;
- 3) $P = 4/12 \cdot 6/8 = 1/4 = 0,25$
- Ответ: 0,25

Задачи на сложение и умножение вероятностей

27. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что биатлонист первые четыре раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.

Ответ:



Решение

Вероятность попадания в мишень равна 0,7; вероятность промаха равна $1 - 0,7 = 0,3$.

Т. к. результаты выстрелов – независимые события, вероятность того, что биатлонист четыре раза попал в мишень, а один раз промахнулся, равна:

$$P = 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,3 \approx 0,07$$

Ответ: 0,07



28. В магазине стоят три платежных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,1. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Ответ:



Решение

Событие A – хотя бы один автомат исправен.

Найдем вероятность противоположного ему события \bar{A} , когда все три автомата неисправны, по формуле умножения вероятностей независимых событий.



$$P(\bar{A}) = 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,001$$

$$\text{Тогда } P(A) = 1 - 0,001 = 0,999$$

Ответ: 0,999



29. В интернет-магазине три телефонных оператора. В случайный момент оператор занят разговором с клиентом с вероятностью 0,7 независимо от других. Клиент звонит в магазин. Найдите вероятность того, что в этот момент хотя бы один оператор не занят.

Ответ:



Решение



Событие A – не занят хотя бы один оператор.

Событие \bar{A} - заняты все три оператора.

Событие A – не занят хотя бы один оператор.

Событие \bar{A} - заняты все три оператора.



Ответ: 0,657



30. В классе 21 ученик, среди них 2 друга – Тоша и Гоша. На уроке физкультуры класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Тоша и Гоша попали в одну группу.

Ответ:



Решение

$21 : 3 = 7$ – количество учеников (мест) в одной группе;

$\frac{7}{21}$ - вероятность того, что Тоша попадет в первую группу;

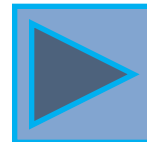
$\frac{7-1}{21-1} = \frac{6}{20}$ - вероятность того, что Гоша попадет в ту же группу;

$\frac{7}{21} \cdot \frac{6}{20} = 0,1$ - вероятность того, что Тоша и Гоша попадут в первую группу;

Всего групп три. Поэтому

$$P = 0,1 + 0,1 + 0,1 = 0,1 \cdot 3 = 0,3$$

Ответ: 0,3



31. В классе 28 учащихся, среди них Наташа и Владик - брат и сестра. Для проведения медосмотра класс случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найти вероятность того, что Владик и Наташа попали в разные группы.

Ответ:



Решение

$28 : 2 = 14$ – количество учеников (мест) в одной группе;

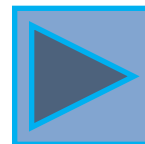
$\frac{14}{28} = \frac{1}{2}$ - вероятность того, что Наташа попадет в I группу;

$\frac{14}{28-1} = \frac{14}{27}$ - вероятность того, что Владик попадет во II группу (в ней тоже 14 мест);

$\frac{1}{2} \cdot \frac{14}{27} = \frac{7}{27}$ - вероятность того, что

Наташа попадет в I группу, а Владик - во II;
Второй случай: Владик в I группе, Наташа – во II.

Поэтому $P = \frac{7}{27} \cdot 2 = \frac{14}{27}$. **Ответ:** $\frac{14}{27}$



**Стрелок 4 раза стреляет по мишеням.
Вероятность попадания в мишень при
одном выстреле равна 0,7. Найдите
вероятность того, что стрелок первый раз
попал в мишень, а последние 3 раза
промахнулся.**

Решение.

- Так как вероятность попасть в мишень при одном выстреле равна 0,7, то вероятность попадания при первом выстреле равна $P_1(A) = 0,7$, тогда вероятность того, что, стреляя, стрелок промахнулся, равна $P_2 = 1 - 0,7 = 0,3$.
- Вероятность того, что стрелок первый раз попал в мишень, а последние 3 раза промахнулся. $P(B) = P_1(A) \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot P_4 = 0,7 \cdot 0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,3 = 0,0189$
- Ответ: 0,0189.

15. В первой корзине лежат 2 яблока и 3 груши, а во второй – 3 яблока и 1 груша. Из каждой корзины вынимают наугад по одному фрукту. Какова вероятность того, что это будут два яблока?

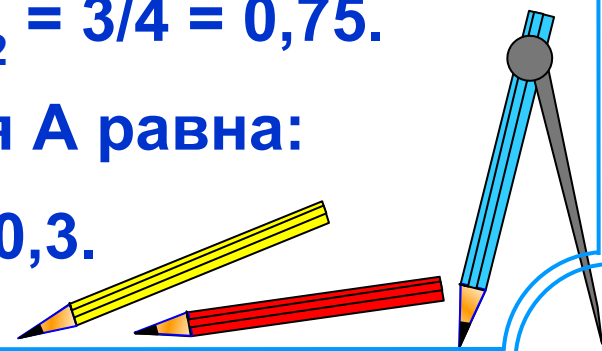
Решение:

Событие А: яблоко из первой корзины И
яблоко из второй корзины.

Тогда вероятность достать яблоко из первой корзины $p_1 = 2/5 = 0,4$; из второй корзины $p_2 = 3/4 = 0,75$.

А значит вероятность события А равна:

$$P(A) = 0,4 \cdot 0,75; \quad P(A) = 0,3.$$





16. Стрелок стреляет по мишени один раз. В случае промаха стрелок делает второй выстрел по той же мишени. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что мишень будет поражена (либо первым, либо вторым выстрелом).

Решение:

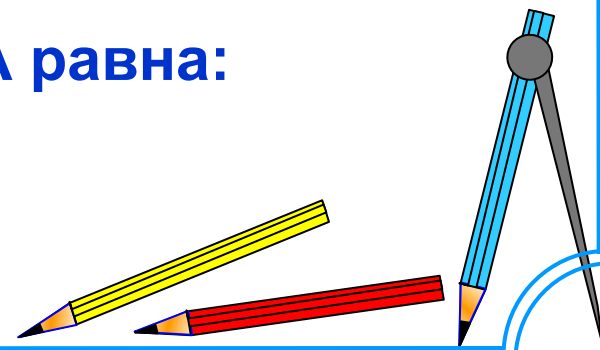
Событие А: попал ИЛИ не попал И попал.

Вероятность того, что стрелок не попадет, равна $1 - 0,7 = 0,3$

Тогда вероятность события А равна:

$$P(A) = 0,7 + 0,3 \cdot 0,7;$$

$$P(A) = 0,91.$$



17. В реке водятся пескари и караси. Утром после дождя при однократном закидывании удочки с вероятностью 0,2 попадаетея пескарь, и с вероятностью 0,1 — карась. Какова вероятность, что один раз забросив удочку, рыбак ничего не поймает?

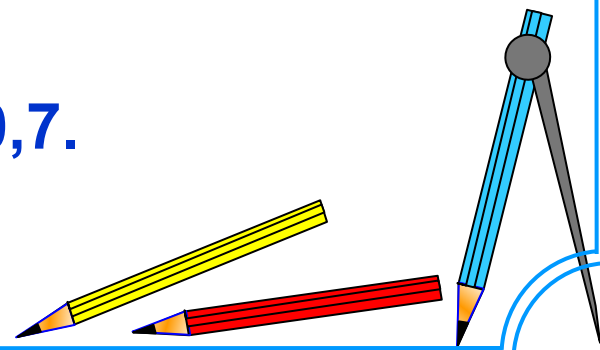
Решение:

Событие А: поймает карася ИЛИ пескаря.

$$\text{Значит } P(A) = 0,2 + 0,1 = 0,3.$$

Событие В: ничего не поймает.

$$\text{Значит, } P(B) = 1 - 0,3 = 0,7.$$



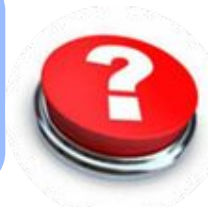
Задачи на сложение и умножение вероятностей

27. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням.

Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что биатлонист первые четыре раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.



28. В магазине стоят три платежных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,1. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.



29. В интернет-магазине три телефонных оператора. В случайный момент оператор занят разговором с клиентом с вероятностью 0,7 независимо от других. Клиент звонит в магазин. Найдите вероятность того, что хотя бы один оператор не занят.



30. В классе 21 ученик, среди них 2 друга – Тоша и Гоша. На уроке физкультуры класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Тоша и Гоша попали в одну В классе 21 ученик, среди них 2 друга – Тоша и Гоша. На уроке физкультуры класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Тоша и Гоша попали



31. В классе 28 учащихся, среди них Наташа и Владик - брат и сестра. Для проведения медосмотра класс случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Владик и Наташа попали в разные группы



32. В группе иностранных туристов 51 человек. Среди них два испанца. Для посещения музея группу делят на две подгруппы – 25 и 26 человек – случайным образом. Найдите вероятность того, что оба испанца окажутся в одной подгруппе.

