Булевы функции

История булевых функция

Булевы функции получили своё название по имени английского математика Дж. Буля (02.11.1815–08.12.1864). С давних времён эти функции играют важную роль в вопросах оснований математики и математической логике. С середины 20-го века булевы функции широко используются в различных теоретических и прикладных задачах дискретной математики и математической кибернетики.

Основные понятия

Переменные, которые могут принимать значения только 0 или 1 называются <u>**логическими или булевыми переменными**</u> Сами значения 0 и 1 называются <u>**булевыми константами**</u>.

Функции аргументами которой являются булевы переменные называется <u>**булевыми функциями**</u>.

Множества всех булевых функции **n** переменных обозначается $\boldsymbol{P_n}$

Количество всех булевых функции **n** переменных находится по формуле:

$$|P_n| = 2^{2n}$$

Например, булевых функции 1 переменной $|P_1| = 2^2 = 4$

Основные понятия

x	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
0	0	0	1	1
1	1	0	1	0

f_1 – переменная x

f_2 – константа 0

f_3 – константа 1

f_4 – инверсия x

Основные понятия

x	y	g_0	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}	g_{12}	g_{13}	g_{14}	g_{15}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

Элементарные функции

К элементарным функциям обычно относят: **функцию инверсии (отрицания), конъюнкцию, дизъюнкцию, импликацию, эквиваленцию**.

Новые функции можно получить из известных функций либо путем перенумерации аргументов, либо путем подстановки в функцию новых функций вместо аргументов.

Функция, полученная с помощью этих правил, называется **<u>суперпозицией функций</u>**.

Формулы

Так же, как составные высказывания строятся из более простых, с помощью логических операций, можно комбинировать булевы переменные с помощью булевых операций, получая булевы выражения, которые называются формулами.

Всякой формуле однозначно соответствует некоторая функция, при этом говорят, что формула реализует функцию.

Основные определения

Формулы называются **равносильными**, если реализуют одну и ту же функцию.

Формула называется **тождественно истинной или тавтологией**, если она реализует тождественную единицу при любых значениях булевых переменных.

Формула называется **тождественно ложной**, если она реализует тождественный ноль при любых значениях булевых переменных.

Все, изученные ранее логические законы, являются законами булевых функций