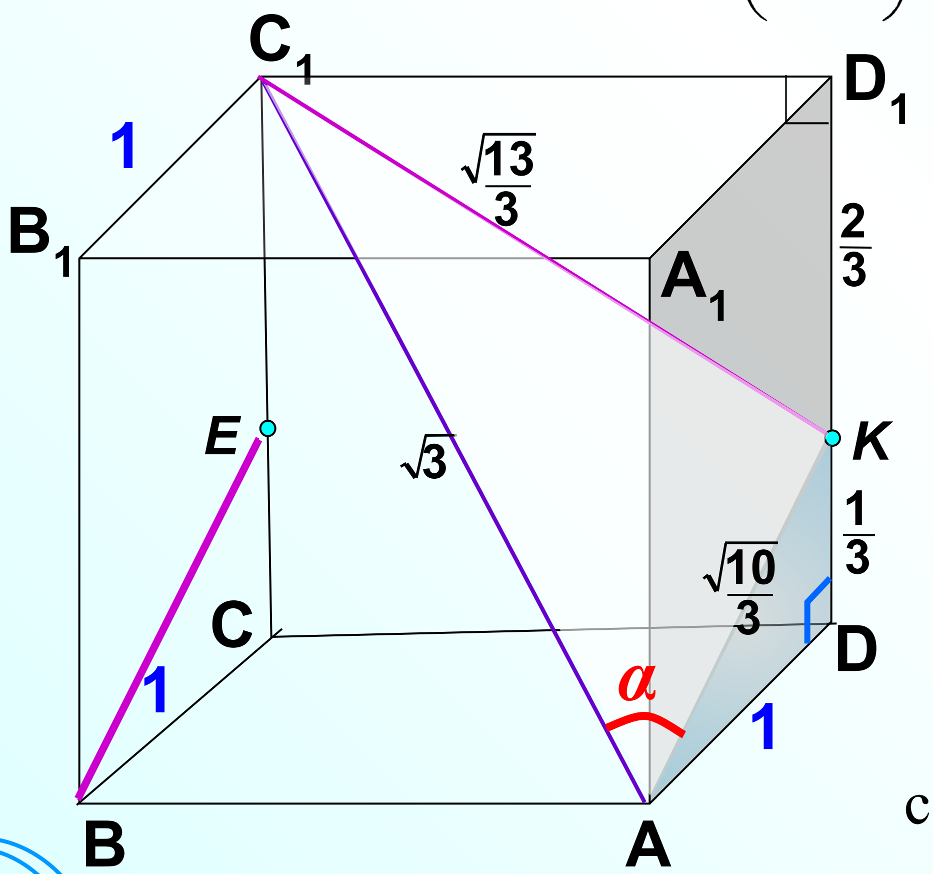
На ребре CC_1 куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ отмечена точка E так, что $CE : EC_1 = 1 : 2$. Найдите угол между прямыми BE и AC_1.

Чтобы найти угол α составим теорему косинусов для стороны KC_1



В кубе $d^2 = 3k^2$

$C_1A^2 = 3;$

$C_1A = \pm\sqrt{3};$

$C_1A = \sqrt{3}$

Из ΔADK

$AK^2 = AD^2 + DK^2;$

$AK^2 = 1^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2;$

$AK^2 = 1\frac{1}{9};$

$AK = \pm\sqrt{\frac{10}{9}};$

$AK = \frac{\sqrt{10}}{3}$

Из ΔKC_1D_1

$C_1K^2 = C_1D_1^2 + D_1K^2;$

$C_1K^2 = 1^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2;$

$C_1K^2 = 1\frac{4}{9};$

$C_1K = \pm\sqrt{\frac{13}{9}};$

$C_1K = \frac{\sqrt{13}}{3}.$

в ΔAKC_1:

$C_1K^2 = AK^2 + C_1A^2 - 2AK \cdot C_1A \cdot \cos\alpha$

$\left(\frac{\sqrt{13}}{3}\right)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{10}}{3}\right)^2 - 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{10}}{3}\cos\alpha;$

$\frac{13}{9} = 3 + \frac{10}{9} - \frac{2\sqrt{30}}{3} \cdot \cos\alpha;$

$\frac{2\sqrt{30}}{3} \cdot \cos\alpha = \frac{24}{9};$

$\cos\alpha = \frac{24}{9} : \frac{2\sqrt{30}}{3};$

$\cos\alpha = \frac{\cancel{24}^{\,12\;4}}{\cancel{9}_{\,3}} \cdot \frac{\cancel{3}}{\cancel{2}\sqrt{30}};$

$\cos\alpha = \frac{4}{\sqrt{30}} \cdot \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{30}};$

$\cos\alpha = \frac{4\sqrt{30}}{30}$

$\cos\alpha = \frac{2\sqrt{30}}{15}$

Ответ: $\alpha = \arccos\frac{2\sqrt{30}}{15}$

Если в кубе не дано ребро, то можно обозначить его буквой или взять за «1»