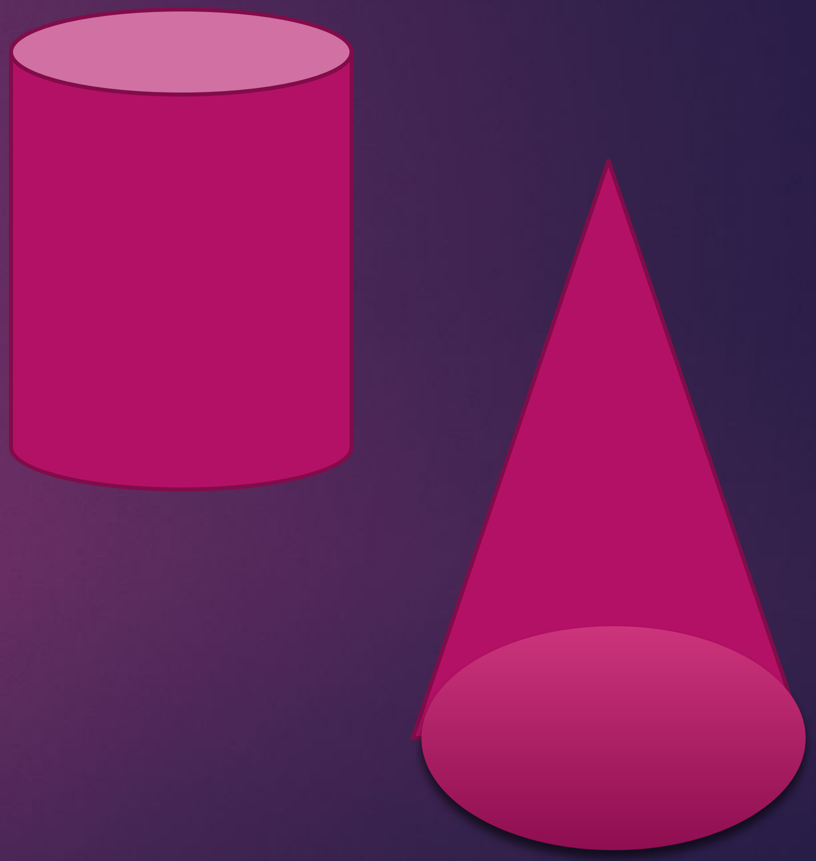
Цилиндр и конус

- **ЦИЛИНДР** - ЭТО ТЕЛО, ОГРАНИЧЕННОЕ ДВУМЯ РАВНЫМИ КРУГАМИ И ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ.
- **КОНУС** - ЭТО ОБЪЕМНОЕ ТЕЛО, КОТОРОЕ ПОЛУЧАЕТСЯ ПРИ ВРАЩЕНИИ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА ВОКРУГ ОДНОЙ ИЗ СТОРОН, ОБРАЗУЮЩИХ ПРЯМОЙ УГОЛ.



Виды цилиндров

- **Прямой цилиндр** – имеет одинаковые симметричные основания (круг или эллипс), параллельные друг другу. Отрезок между точками симметрии оснований перпендикулярен им, является осью симметрии и высотой фигуры.
- **Косой (скошенный) цилиндр** – основания фигуры не взаимно параллельны.
- **Равносторонний цилиндр** – прямой круговой цилиндр, диаметр основания которого равен его высоте
- **Наклонный цилиндр** – имеет одинаковые симметричные и параллельные друг другу основания. Но отрезок между точками симметрии не перпендикулярен этим основаниям.
- **Круговой цилиндр** – основаниями является круг. Также выделяют эллиптические, параболические и гиперболические цилиндры.

Цилиндр

- **Осевое сечение цилиндра** – прямоугольник, образованный в результате пересечения фигуры плоскостью, проходящей через ее ось. В нашем случае – это *ABCD* (см. первый рисунок публикации). Площадь такого сечения равна произведению высоты цилиндра на диаметр его основания.
- Если секущая плоскость проходит не по оси цилиндра, но при этом перпендикулярна его основаниям, то сечением, также, является прямоугольник.
- Если секущая плоскость параллельна основаниям фигуры, то сечение – это идентичный основаниям круг.
- Если цилиндр пересекается плоскостью, не параллельной его основаниям и, при этом, не касающейся ни одной из них, то сечением является эллипс.
- Если секущая плоскость пересекает одно из оснований цилиндра, сечением будет парабола/гипербола.

Формулы

Объем цилиндра

- $V = \pi R^2 h$

R - радиус основы

h - высота цилиндра

d - диаметр основы

Площадь боковой поверхности цилиндра

- $S_\delta = 2\pi Rh$

Полная площадь поверхности

- $S = 2\pi R(h + R)$

К о н у с

- **Осевое сечение** конуса - это сечение конуса плоскостью, проходящей через ось конуса. Такое сечение образует равнобедренный треугольник, у которого стороны образованы образующими, а основание треугольника - это диаметр основания конуса.
- **Поверхность конуса** – состоит из его боковой поверхности и основания. Формулы для расчета площади поверхности, а также объема прямого кругового конуса представлены в отдельных публикациях.
- **Развёртка конуса** – боковая поверхность конуса, развернутая в плоскость; является круговым сектором.
- **Боковая поверхность** конуса - это совокупность всех образующих конуса. То есть, поверхность, которая образуется движением образующей по направляющей конуса.
- **Основание конуса** - это плоскость, образованная в результате пересечения плоской поверхности и всех лучей, исходящих из вершины конуса. У конуса могут быть такие основы, как круг, эллипс, гипербола и парабола.

Виды конусов

- **Прямой конус** – имеет симметричное основание. Ортогональная проекция вершины данной фигуры на плоскость основания совпадает с центром этого основания.
- **Косой (наклонный) конус** – ортогональная проекция вершины фигуры на ее основание не совпадает с центром этого основания.
- **Усеченный конус (конический слой)** – часть конуса, которая остается между его основанием и секущей плоскостью, параллельной данному основанию.
- **Круговой конус** – основанием фигуры является круг. Также бывают: эллиптический, параболический и гиперболический конусы.
- **Равносторонний конус** – прямой конус, образующая которого равняется диаметру его основания.

Формулы

Объем конуса

- $V = \frac{1}{3}\pi h R^2$

h – высота конуса

R – радиус основания

Площадь боковой поверхности конуса

- $s_{\delta} = \pi Rl$

l – длина образующей

Площадь поверхности конуса

- $S = \pi Rl + \pi R^2$

Контрольная работа

- Задача 1

Объем цилиндра равен 100π, а площадь боковой поверхности равна 25π. Найдите высоту цилиндра.

- Задача 2

Объем цилиндра V = $\frac{200}{\sqrt{\pi}}$, а отношение радиуса его основания к его высоте равно 5. Найдите площадь полной поверхности этого цилиндра.

- Задача 3

Конус получается при вращении равнобедренного треугольника вокруг катета равного 6. Найдите его объем, деленный на π.

- Задача 4

Длина окружности основания равна 5, образующая 8. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

- Задача 5

Найдите объем конуса, деленного на π, образующая которого равна 3 и наклонена к плоскости основания под углом 30°.

Решение контрольной работы

- Задача 1

Решение:

$V = \pi r^2$h, S_δ = 2πrh. Зная величину объема и боковой поверхности, можно выразить радиус цилиндра:
$\frac{V}{s_\delta} = \frac{\pi R^2 h}{2\pi R h} = \frac{R}{2} = \frac{100\pi}{25\pi}$ = 4, R = 8. Подставим значение радиуса в формулу объема и найдем из этой формулы искомую высоту: V = πR^2h = 64πh =100π
h = $\frac{100}{64} \approx$ 1,6.

- Ответ : 1,6.

- Задача 2

Решение:

V = πR^2h = $\frac{200}{\sqrt{\pi}}$, $\frac{R}{h}$ = 5, тогда R = 5h,
следовательно $\pi * 25h^3 = \frac{200}{\sqrt{\pi}}$, отсюда $h^3 = \frac{8}{\pi\sqrt{\pi}}$,
h = $\frac{2}{\sqrt{5}}$, R = $\frac{10}{\sqrt{\pi}}$.

S = 2πR(h + R)= $2\pi * \frac{10}{\sqrt{\pi}} * \frac{12}{\sqrt{\pi}}$ = 240.

- Ответ : 240.

Решение контрольной работы

Задача 3

Решение:

В качестве высоты конуса выступает катет треугольника, равный 6. В качестве радиуса основания конуса – второй катет треугольника, равны также 6.

$V = \frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{\pi * 6^2 * 6}{3} = 72\pi$

$\frac{V}{\pi} = 72.$

- Ответ: 72.

Задача 4

Решение:

$s_\delta = \pi Rl$

А поскольку длина окружности основания конуса равна $2\pi R$ и равна 5 по условию, то

$5 = 2\pi R$

$\pi R = 2{,}5.$

Тогда, $s_\delta = 2{,}5 * 8 = 20$

- Ответ: 20.

Задача 5

Решение:

$V = \frac{1}{3}\pi h R^2$

Высота конуса как катет напротив угла в 30° равен половине гипотенузы длиной 3, то есть равен $\frac{3}{2}$. По теореме Пифагора:

$R^2 = 3^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{27}{4}.$

$V = \frac{\pi \cdot \frac{27}{4} \cdot \frac{3}{2}}{3} = \frac{27}{8} \approx 3{,}4.$

- Ответ: 3,4.