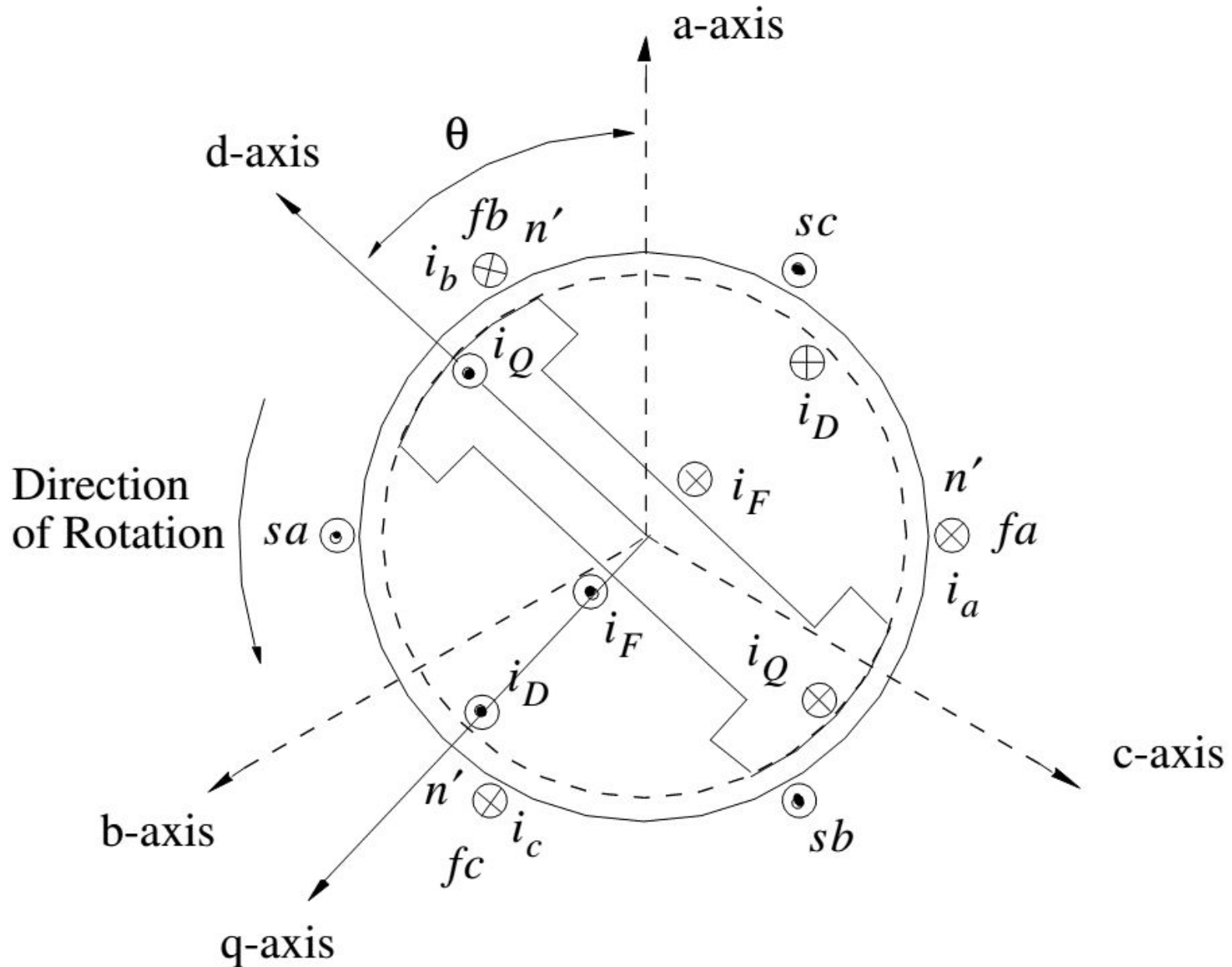


Математическое описание ЭЭС при исследовании электромеханических переходных процессов

Уравнения синхронной машины



Уравнения синхронной машины. Индуктивности обмоток.

- Для всех имеющихся обмоток в матричном виде запишем уравнения потокосцепления:

$$\begin{pmatrix} \Psi_{abc} \\ \Psi_{FDQ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{abc,abc} & L_{abc,FDQ} \\ L_{FDQ,abc} & L_{FDQ,FDQ} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{abc} \\ i_{FDQ} \end{pmatrix}$$

- Статорные обмотки:
- $L_{abc,abc}$:
$$\left\{ \begin{array}{l} L_{aa} = L_s + L_m \cos 2\theta \quad , \\ L_{bb} = L_s + L_m \cos(2\theta - \frac{4\pi}{3}) \quad , \\ L_{cc} = L_s + L_m \cos(2\theta + \frac{4\pi}{3}) \quad , \\ L_{ab} = L_{ba} = -M_s - L_m \cos(2\theta + \frac{\pi}{3}) \quad , \\ L_{bc} = L_{cb} = -M_s - L_m \cos(2\theta + \pi) \quad , \\ L_{ac} = L_{ca} = -M_s - L_m \cos(2\theta + \frac{5\pi}{3}) \quad . \end{array} \right.$$

Уравнения синхронной машины. Индуктивности обмоток.

- Статор – ротор – демпферные обмотки:
- $L_{abc,FDQ}$ and $L_{FDQ,abc}$:
$$\left\{ \begin{array}{l} L_{aF} = L_{Fa} = M_F \cos \theta \quad , \\ L_{bF} = L_{Fb} = M_F \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \quad , \\ L_{cF} = L_{Fc} = M_F \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \quad , \\ \\ L_{aD} = L_{Da} = M_D \cos \theta \quad , \\ L_{bD} = L_{Db} = M_D \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \quad , \\ L_{cD} = L_{Dc} = M_D \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \quad , \\ \\ L_{aQ} = L_{Qa} = -M_Q \sin \theta \quad , \\ L_{bQ} = L_{Qb} = -M_Q \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \quad , \\ L_{cQ} = L_{Qc} = -M_Q \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \quad . \end{array} \right.$$

Уравнения синхронной машины. Индуктивности обмоток.

- Ротор – демпферные обмотки:

- $L_{FDQ,FDQ}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{FF} = L_F \text{ ,} \\ L_{DD} = L_D \text{ ,} \\ L_{QQ} = L_Q \text{ ,} \\ \\ L_{FD} = L_{DF} = M_R \text{ ,} \\ L_{FQ} = L_{QF} = 0 \text{ ,} \\ L_{DQ} = L_{QD} = 0 \text{ .} \end{array} \right.$$

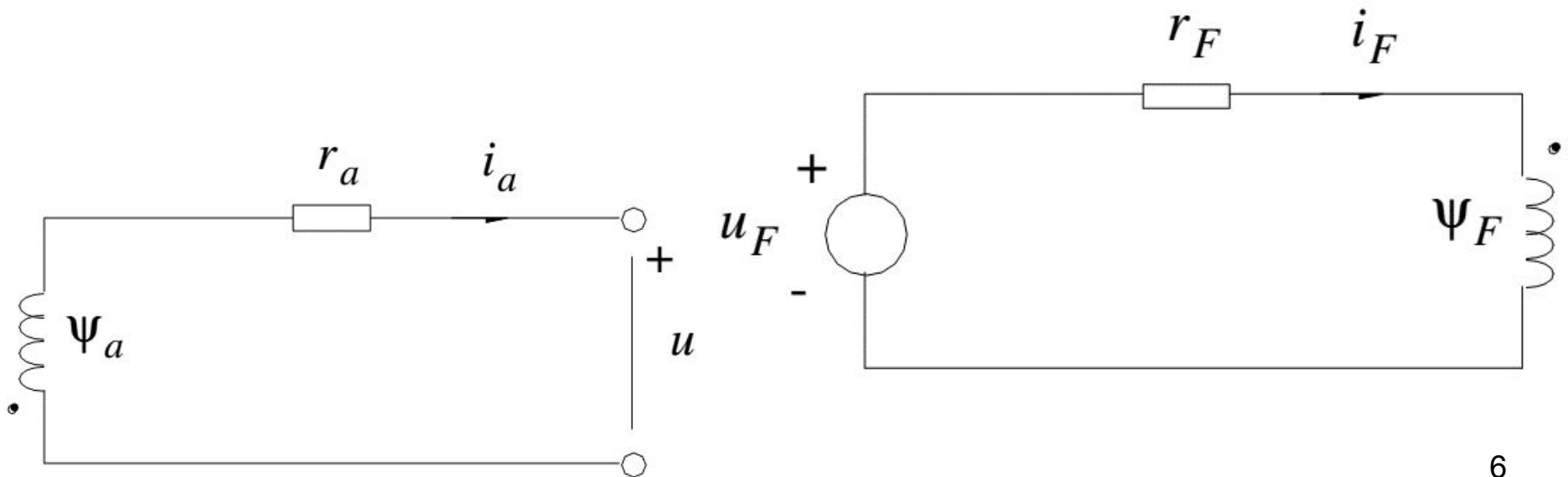
- Почти все вышеприведенные индуктивности изменяются во времени, поскольку зависят от угла между статором и ротором.

Уравнения напряжений СМ

- Уравнения напряжения для статорных и роторных цепей могут быть записаны в следующем общем виде:

$$\begin{cases} u_a = -r_a i_a - \dot{\Psi}_a , \\ u_b = -r_b i_b - \dot{\Psi}_b , \\ u_c = -r_c i_c - \dot{\Psi}_c , \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_F = r_F i_F + \dot{\Psi}_F , \\ 0 = r_D i_D + \dot{\Psi}_D , \\ 0 = r_Q i_Q + \dot{\Psi}_Q . \end{cases}$$



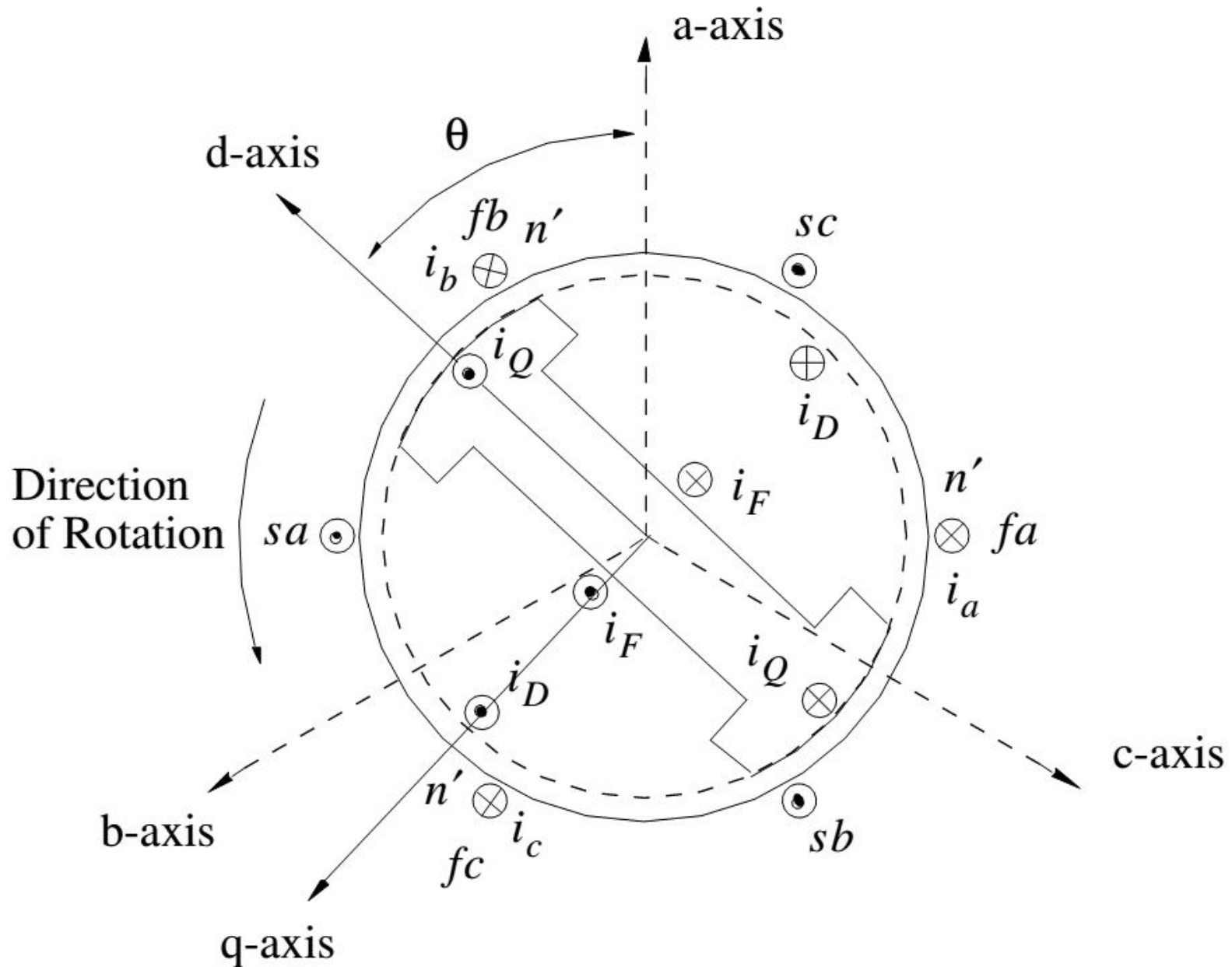
Уравнения СМ. Производная потокосцепления.

- Вследствие того, что, как было отмечено выше, почти все индуктивности СМ изменяются во времени, то производная потокосцепления должна определяться исходя из следующей формулы:

$$\frac{d\Psi(t)}{dt} = \frac{dL(t)}{dt} i(t) + \frac{di(t)}{dt} L(t)$$

- **Описание может быть существенно упрощено, если перейти к системе координат, связанной с ротором!!! В этом и состоит суть преобразования Парка-Горева.**

Уравнения Парка - Горева



Уравнения Парка - Горева

- Матрица преобразования:

$$P = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ \cos \theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix}$$

- Прямое и обратное преобразования:

$$x_{0dq} = P x_{abc} \quad x_{abc} = P^{-1} x_{0dq} \quad P^{-1} = P^T$$

Уравнения Парка - Горева.

- Уравнения потокосцепления СМ в общем виде:

$$\begin{pmatrix} \Psi_{abc} \\ \Psi_{FDQ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{abc,abc} & L_{abc,FDQ} \\ L_{FDQ,abc} & L_{FDQ,FDQ} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{abc} \\ i_{FDQ} \end{pmatrix}$$

- Уравнения потокосцепления для dq0:

$$\begin{pmatrix} \Psi_{0dq} \\ \Psi_{FDQ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{0dq,0dq} & L_{0dq,FDQ} \\ L_{FDQ,0dq} & L_{FDQ,FDQ} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{0dq} \\ i_{FDQ} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} L_{0dq,0dq} & L_{0dq,FDQ} \\ L_{FDQ,0dq} & L_{FDQ,FDQ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_{abc,abc} & L_{abc,FDQ} \\ L_{FDQ,abc} & L_{FDQ,FDQ} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P^{-1} & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}$$

Уравнения Парка - Горева

- $L_{abc,abc}$:
$$\left\{ \begin{array}{l} L_{aa} = L_s + L_m \cos 2\theta \quad , \\ L_{bb} = L_s + L_m \cos(2\theta - \frac{4\pi}{3}) \quad , \\ L_{cc} = L_s + L_m \cos(2\theta + \frac{4\pi}{3}) \quad , \\ L_{ab} = L_{ba} = -M_s - L_m \cos(2\theta + \frac{\pi}{3}) \quad , \\ L_{bc} = L_{cb} = -M_s - L_m \cos(2\theta + \pi) \quad , \\ L_{ac} = L_{ca} = -M_s - L_m \cos(2\theta + \frac{5\pi}{3}) \quad . \end{array} \right.$$



$$L_{0dq,0dq} = \begin{pmatrix} L_0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & 0 \\ 0 & 0 & L_q \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} L_0 = L_s - 2M_s \quad , \\ L_d = L_s + M_s + \frac{3}{2}L_m \\ L_q = L_s + M_s - \frac{3}{2}L_m \end{array} \right.$$

Уравнения Парка - Горева

- $L_{abc,FDQ}$ and $L_{FDQ,abc}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{aF} = L_{Fa} = M_F \cos \theta , \\ L_{bF} = L_{Fb} = M_F \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) , \\ L_{cF} = L_{Fc} = M_F \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) , \\ \\ L_{aD} = L_{Da} = M_D \cos \theta , \\ L_{bD} = L_{Db} = M_D \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) , \\ L_{cD} = L_{Dc} = M_D \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) , \\ \\ L_{aQ} = L_{Qa} = -M_Q \sin \theta , \\ L_{bQ} = L_{Qb} = -M_Q \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) , \\ L_{cQ} = L_{Qc} = -M_Q \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) . \end{array} \right.$$

$$L_{0dq,FDQ} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ kM_F & kM_D & 0 \\ 0 & 0 & kM_Q \end{pmatrix}$$

$$k = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$L_{FDQ,0dq} = L_{0dq,FDQ}^T$$

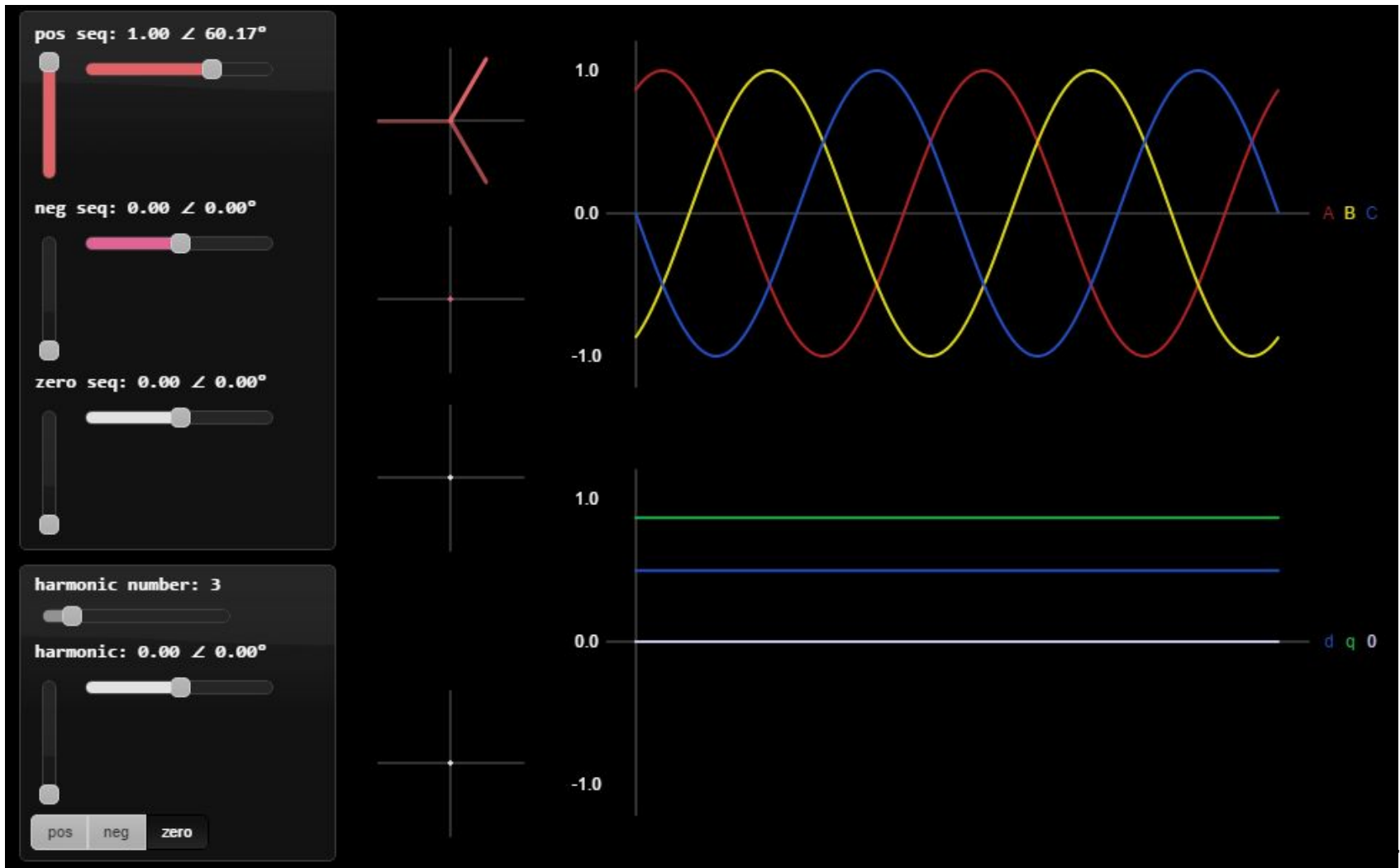
$$L_{FDQ,FDQ} = \begin{pmatrix} L_F & M_R & 0 \\ M_R & L_D & 0 \\ 0 & 0 & L_Q \end{pmatrix}$$

Уравнения Парка – Горева. Плюшки.

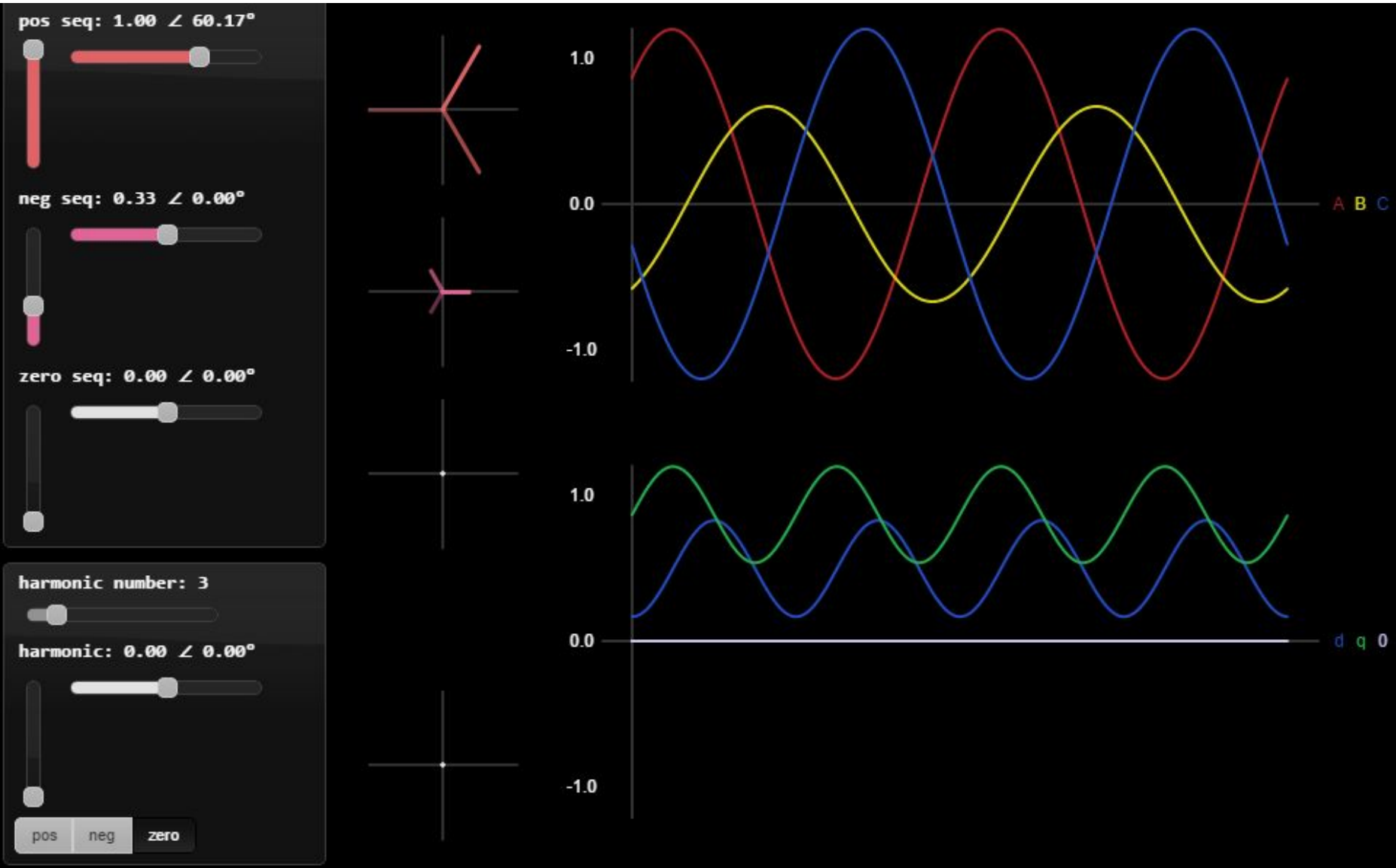
- Индуктивности перестали зависеть от времени. $\frac{d\Psi(t)}{dt} = L \frac{di(t)}{dt}$ $\frac{d\Psi(t)}{dt} = \frac{dL(t)}{dt} i(t) + \frac{di(t)}{dt} L(t)$
- Удалось выполнить разделение переменных по осям d и q . Матрица индуктивностей – диагональная матрица!
- В установившемся симметричном режиме работы СМ анализ переменных величин заменился на анализ величин постоянных!

Уравнения Парка – Горева. dq0 Визуализация.

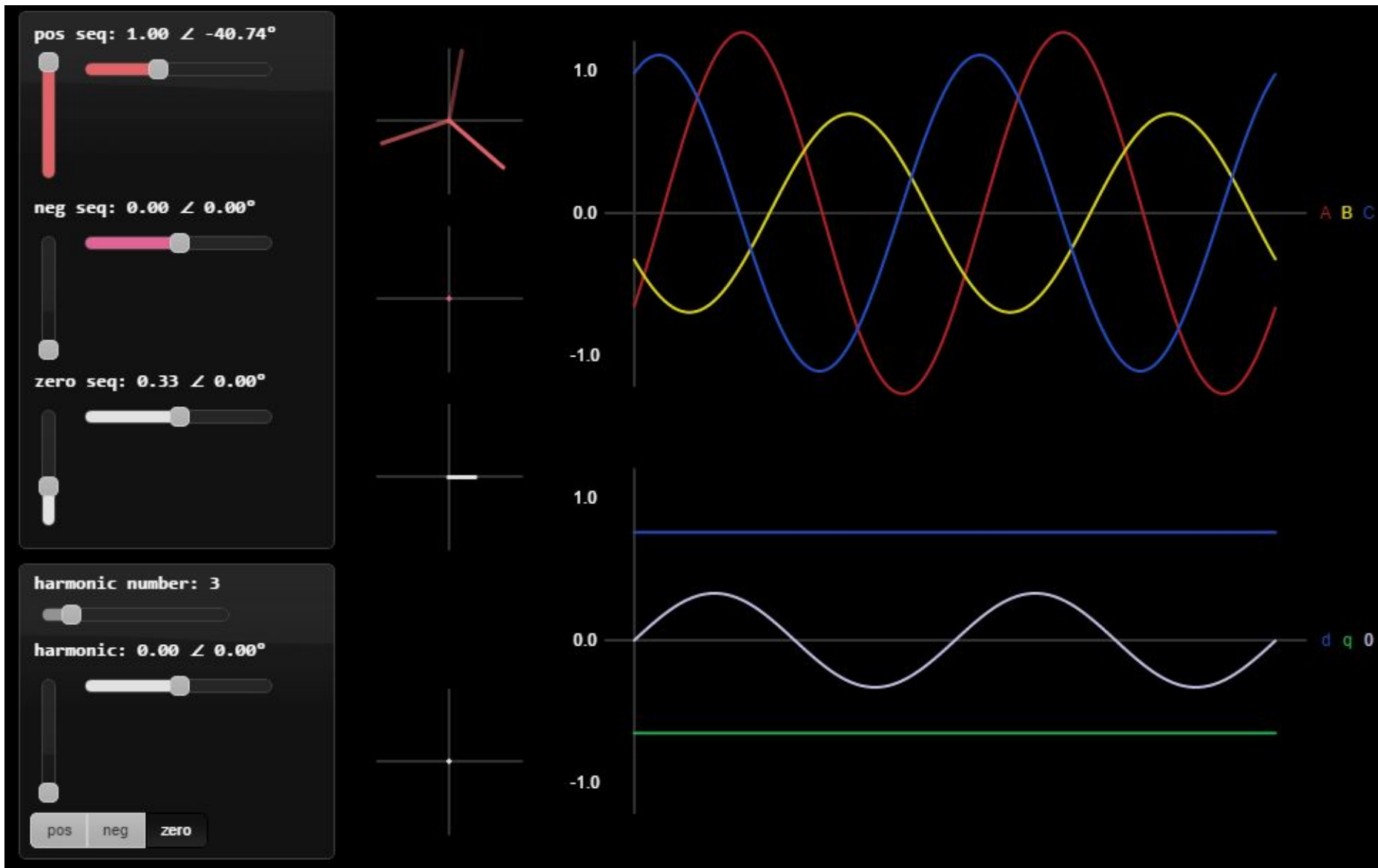
- Визуализация dq0 преобразования:
<http://personal.strath.ac.uk/steven.m.blair/dq0/>



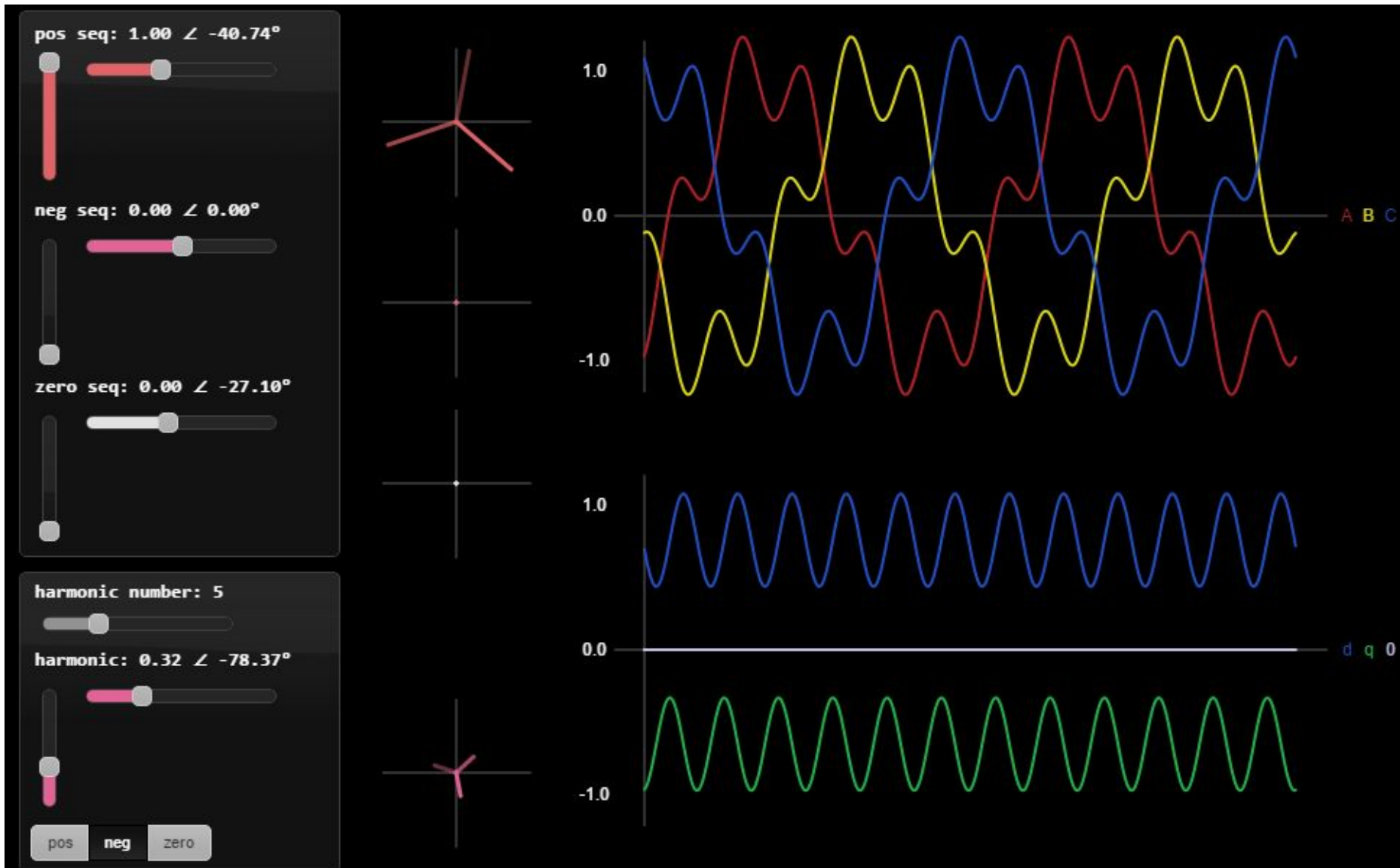
Уравнения Парка – Горева. dq0 Визуализация.



Уравнения Парка – Горева. dq0 Визуализация.



Уравнения Парка – Горева. dq0 Визуализация.



Уравнения напряжений СМ

$$\begin{cases} u_a = -r_a i_a - \dot{\Psi}_a , \\ u_b = -r_b i_b - \dot{\Psi}_b , \\ u_c = -r_c i_c - \dot{\Psi}_c , \end{cases} \quad \begin{cases} u_F = r_F i_F + \dot{\Psi}_F , \\ 0 = r_D i_D + \dot{\Psi}_D , \\ 0 = r_Q i_Q + \dot{\Psi}_Q . \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_0 = -r i_0 - \dot{\Psi}_0 , \\ u_d = -r i_d - \dot{\Psi}_d + \omega \Psi_q , \\ u_q = -r i_q - \dot{\Psi}_q - \omega \Psi_d , \end{cases} \quad \begin{cases} u_F = -r_F i_F - \dot{\Psi}_F , \\ 0 = -r_D i_D - \dot{\Psi}_D , \\ 0 = -r_Q i_Q - \dot{\Psi}_Q . \end{cases}$$

- Дальнейшая работа с уравнениями – это введение различных допущений и упрощений, с целью обеспечить баланс между сложностью модели и точностью описания.

Например...

- Рассмотрим уравнение динамики статора:

$$\dot{\psi}_d = \omega_n(r_a i_d + \omega \psi_q + v_d)$$

$$\dot{\psi}_q = \omega_n(r_a i_q - \omega \psi_d + v_q)$$

- Предполагаем быстрое изменение динамики потока $d\psi_d/dt = d\psi_q/dt = 0$. Также предполагаем малое изменение угловой скорости относительно номинальной $\omega \approx 1$ о.е.

$$0 = r_a i_d + \omega \psi_q + v_d$$

$$0 = r_a i_q - \omega \psi_d + v_q$$

$$0 = r_a i_d + \psi_q + v_d$$

$$0 = r_a i_q - \psi_d + v_q$$

Уравнения Парка-Горева в потокосцеплениях

$$\Psi_q + rI_d = -U_d; \quad (2.1)$$

$$\Psi_d - rI_q = U_q; \quad (2.2)$$

$$\frac{d\Psi_r}{dt} + r_r I_r = U_r; \quad (2.3)$$

$$\frac{d\Psi_{rd}}{dt} + r_{rd} I_{rd} = 0; \quad (2.4)$$

$$\frac{d\Psi_{rq}}{dt} + r_{rq} I_{rq} = 0; \quad (2.5)$$

$$\Psi_d = x_d I_d + x_{ad} I_r + x_{ad} I_{rd}; \quad (2.6)$$

$$\Psi_q = x_q I_q + x_{aq} I_{rq}; \quad (2.7)$$

$$\Psi_r = x_{ad} I_d + x_r I_r + x_{ad} I_{rd} \quad (2.8)$$

$$\Psi_{rd} = x_{ad} I_d + x_{rd} I_{rd} + x_{ad} I_r; \quad (2.9)$$

$$\Psi_{rq} = x_{aq} I_q + x_{rq} I_{rq}; \quad (2.10)$$

$$\omega_o J \frac{ds}{dt} = M_\tau + \Psi_q I_d - \Psi_d I_q; \quad (2.11)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = s. \quad (2.12)$$

Уравнения Парка-Горева в форме ЭДС

$$\frac{dE'_q}{dt} = \frac{1}{T_{do}} \left(E_{qe} - \frac{x_d - x'_d}{x_q - x'_d} E_Q + \frac{x_d - x_q}{x_q - x'_d} E'_q \right); \quad (2.13)$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{T_J} (P_T - P); \quad (2.14)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = s; \quad (2.15)$$

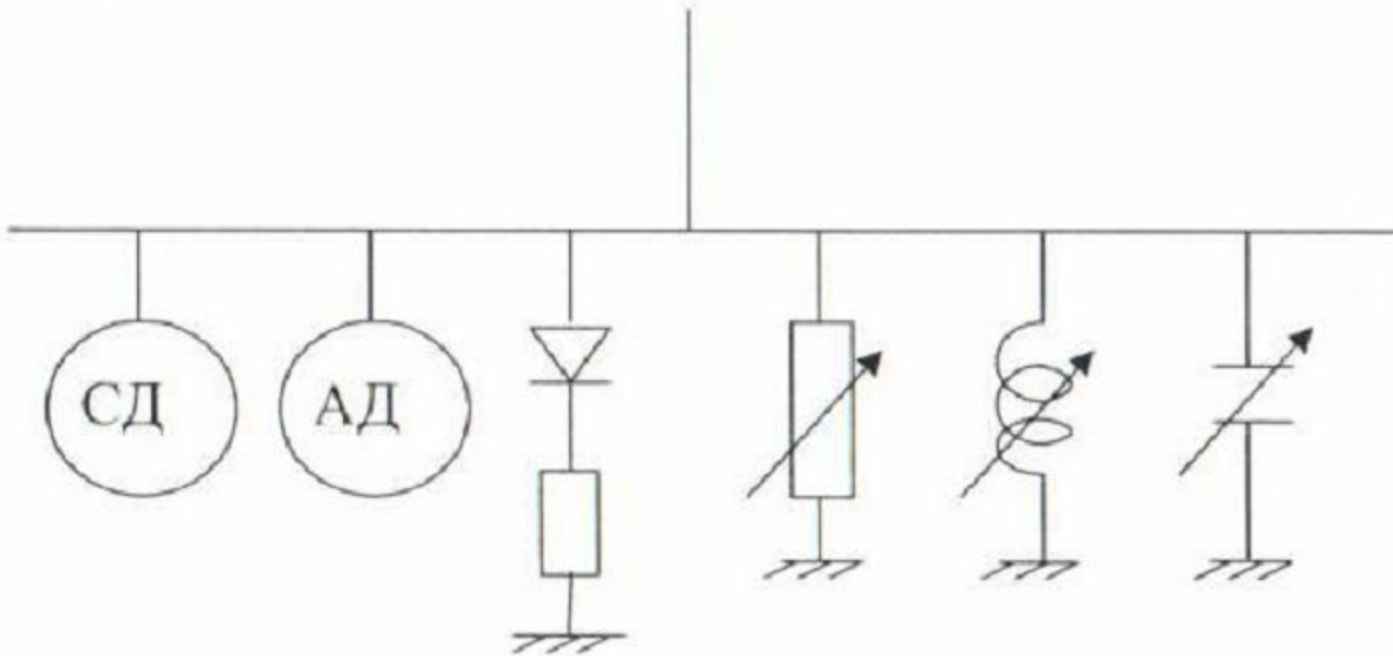
$$P = \operatorname{Re}(\dot{E}_Q \hat{I}); \quad (2.16)$$

$$E_Q = E'_q + I_d (x_q - x'_d). \quad (2.17)$$

и т.д. и т.п.

ПОСМОТРЕТЬ ВЕКТОРНЫЕ ДИАГРАММЫ СМ!

Математическое описание комплексной нагрузки



Математическое описание динамики ЭЭС

$$\left. \begin{aligned} \dot{Y}_{\Gamma\Gamma} \dot{E}_{\Gamma} + \dot{Y}_{\Gamma c} \dot{U}_c &= \dot{I}_{\Gamma} \\ \dot{Y}_{c\Gamma} \dot{E}_{\Gamma} + \dot{Y}_{cc} \dot{U}_c &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} \dot{Y}_{\Gamma} \dot{E}_{\Gamma} &= \dot{I}_{\Gamma}, \\ \dot{Y}_{\Gamma} &= \dot{Y}_{\Gamma\Gamma} + \dot{Y}_{\Gamma c} \dot{Y}_{cc}^{-1} \dot{Y}_{c\Gamma} \end{aligned}$$