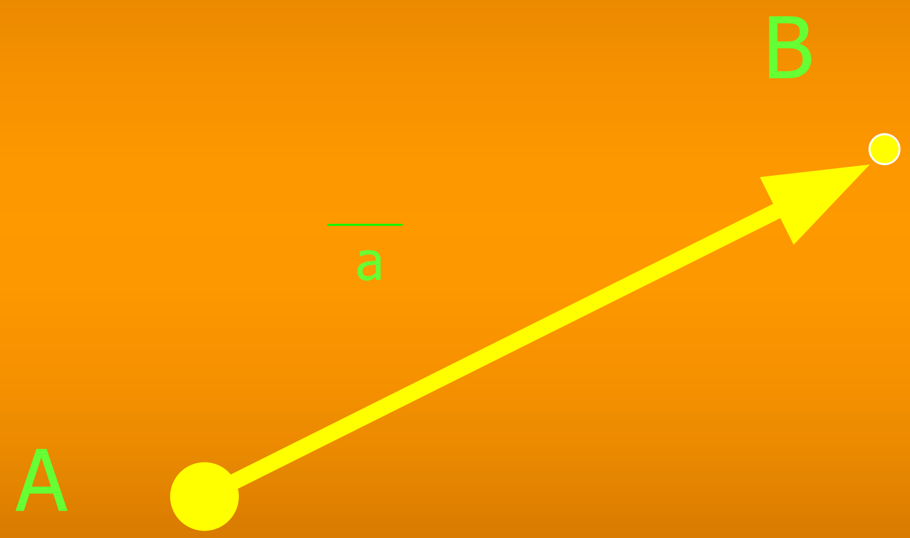
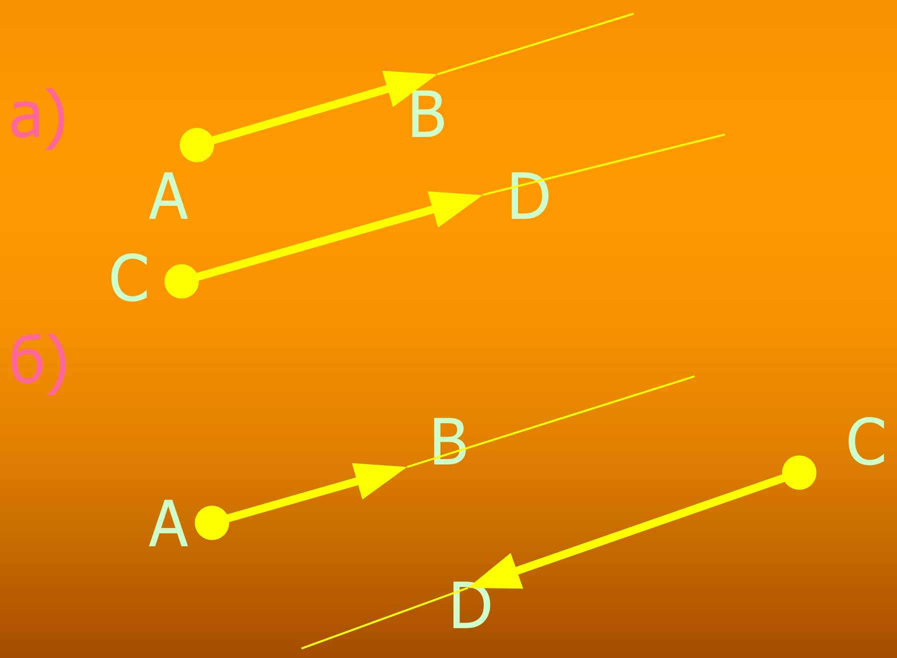
ВЕКТОРЫ

Вектором называется направленный отрезок.



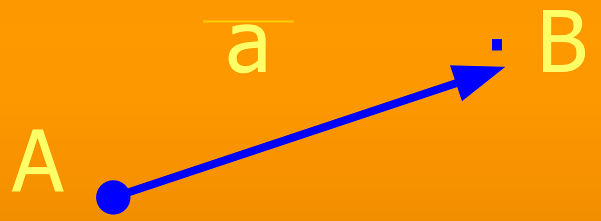
Векторы $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$ называются <u>одинаково направленными</u>, если одинаково направлены и полупрямые AB и CD.

Векторы $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$ называются <u>противоположно направленными</u>, если противоположно направлены и полупрямые AB и CD.



<u>Абсолютной величиной</u> (или модулем) вектора называется длина отрезка, задающего вектор.

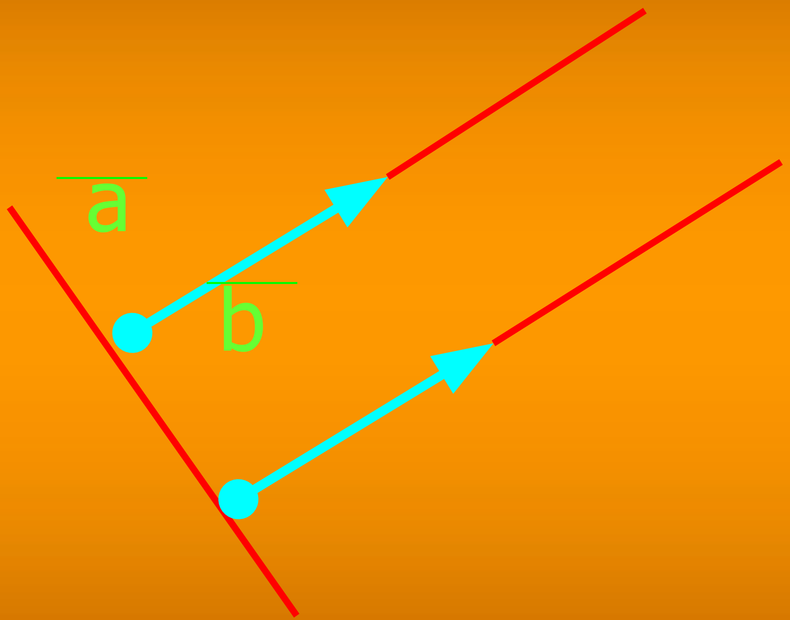
Абсолютная величина нуль – вектора равна нулю.



$$|\overline{a}| = AB$$

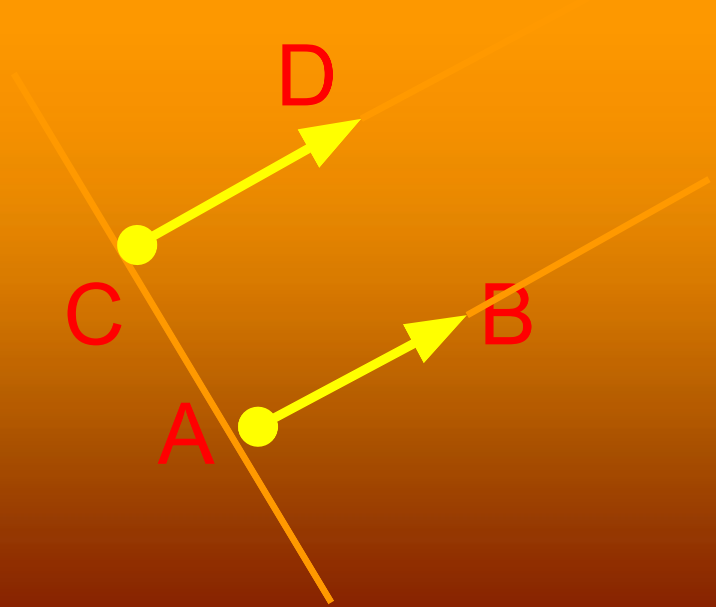
$$|\overline{0}| = 0$$

Два вектора называются <u>равными</u>, если они совмещаются параллельным переносом.



Равные векторы одинаково направлены и равны по абсолютной величине. И наоборот, если векторы одинаково направлены и равны по абсолютной величине, то они равны.

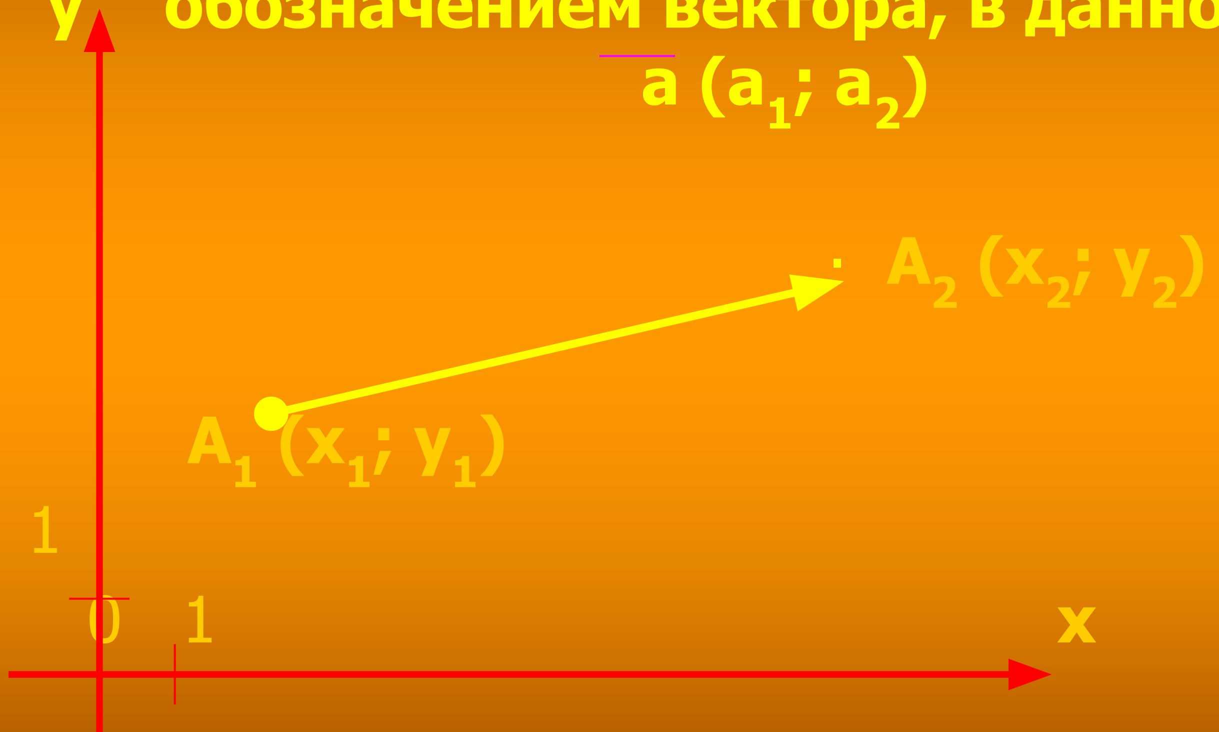
$\overline{CD}\,(x_1; y_1) = \overline{AB}\,(x_2; y_2) \Rightarrow x_1 = x_2;\ y_1 = y_2$



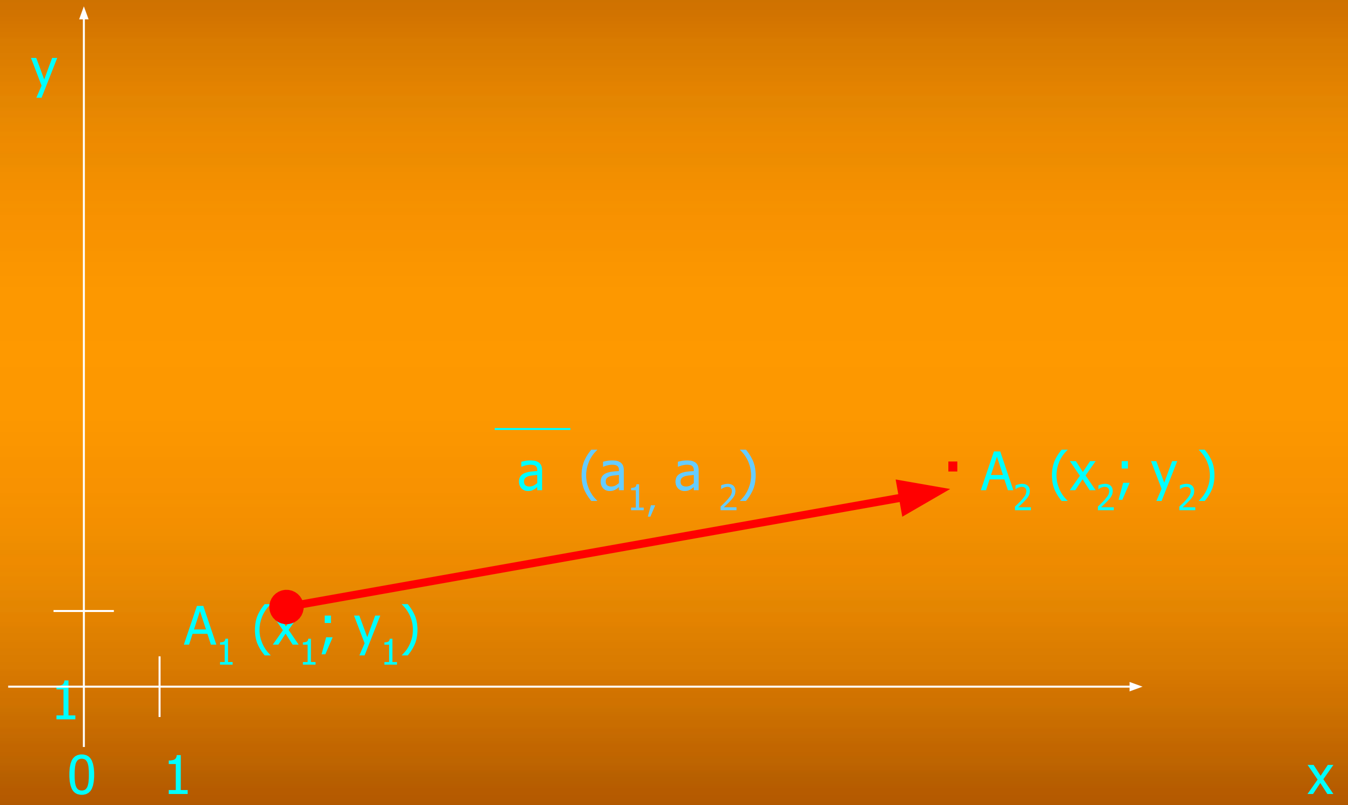
$\overline{CD} = \overline{AB}$

Пусть вектор $\overline{a}$ имеет началом точку $A_1(x_1;\ y_1)$, а концом – точку $A_2(x_2;\ y_2)$. <u>Координатами вектора</u> $\overline{a}$ называются числа $a_1 = x_2 - x_1$, $a_2 = y_2 - y_1$. Координаты вектора ставятся рядом с буквенным обозначением вектора, в данном случае

$\overline{a}\ (a_1;\ a_2)$



<u>Абсолютная величина</u> вектора с координатами (a_1, a_2) равна арифметическому квадратному корню из суммы квадратов его координат.

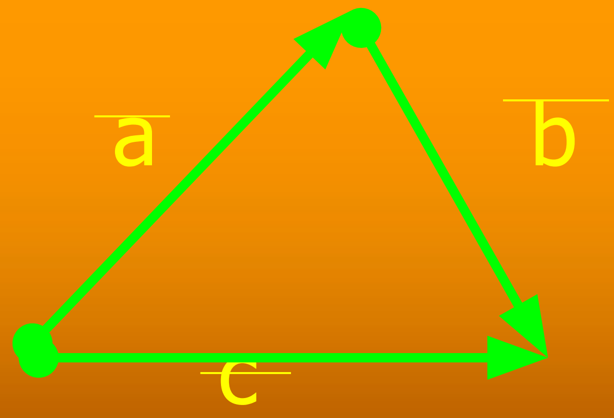


$$|\overline{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

ДЕЙСТВИЯ НАД ВЕКТОРАМИ

Суммой векторов $\overline{a}$ **и** $\overline{b}$ **с координатами** (a_1, a_2) **и** (b_1, b_2) **называется вектор** $\overline{c}$ **с координатами** $(a_1 + b_1, a_2 + b_2)$**, то есть**

$$\overline{a}\,(a_1; a_2) + \overline{b}\,(b_1; b_2) = \overline{c}\,(a_1 + b_1; a_2 + b_2).$$



$\overline{c} = \overline{a} + \overline{b}$

ЗАКОНЫ СЛОЖЕНИЯ ВЕКТОРОВ

$$\overline{a} + \overline{0} = \overline{a}$$

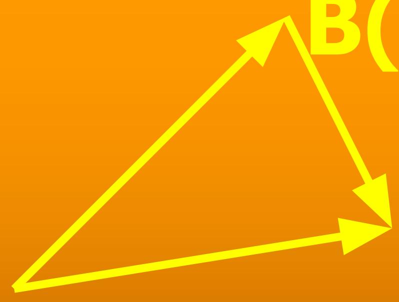
$$\overline{a} + \overline{b} = \overline{b} + \overline{a}$$

$$\overline{a} + (\overline{b} + \overline{c}) = (\overline{a} + \overline{b}) + \overline{c}$$

ПРАВИЛО ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Какими бы ни были точки А, В, С, подтверждается векторное равенство:

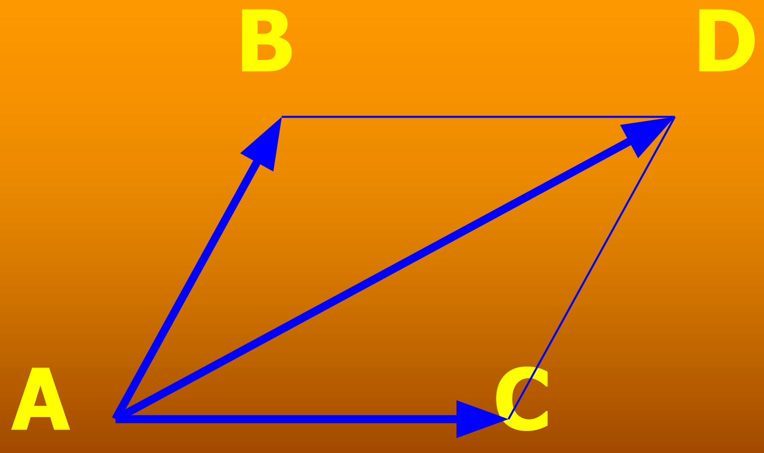
$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}.$$



$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$$

ПРАВИЛО ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

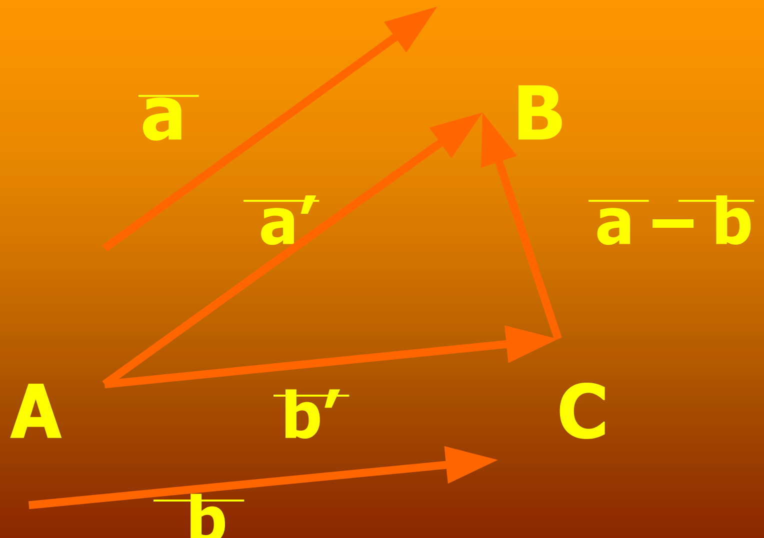
Для векторов с общим началом их сумма изображается диагональю параллелограмма, который построен на этих векторах, к тому же начало вектора – суммы совпадает с началом этих векторов.



$\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{AD}$

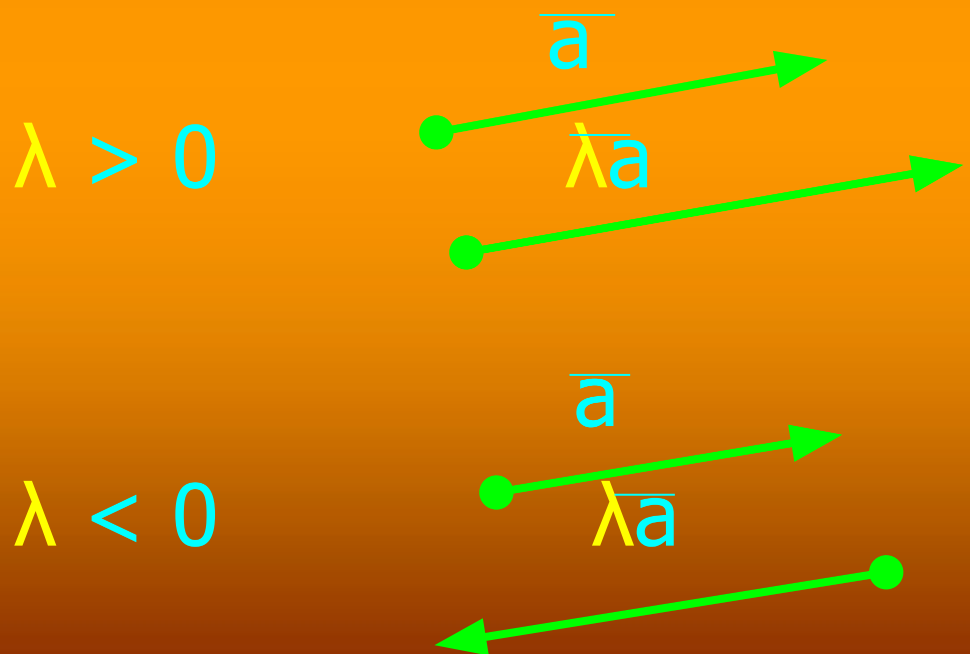
РАЗНОСТЬ ДВУХ ВЕКТОРОВ

Чтобы построить вектор, который равен разности векторов $\overline{a}$ и $\overline{b}$, нужно от одной точки отложить векторы $\overline{a}'$ и $\overline{b}'$, которые равны им. Тогда вектор, начало которого совпадает с концом вектора b', а конец – с концом вектора a' будет разностью векторов $\overline{a}$ и $\overline{b}$: $\overline{a}\,(a_1; a_2) - \overline{b}\,(b_1; b_2) = c\,(a_1 - b_1; a_2 - b_2)$



$\overline{AB} - \overline{AC} = \overline{CB}$

Произведением вектора $\overline{(a_1; a_2)}$ **на число** λ называется вектор $\overline{(\lambda a_1; \lambda a_2)}$, то есть $\overline{(a_1; a_2)}\lambda = \overline{(\lambda a_1; \lambda a_2)}$.



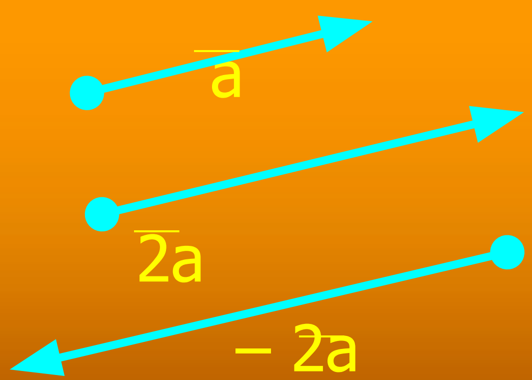
ЗАКОНЫ УМНОЖЕНИЯ ВЕКТОРА НА ЧИСЛО

Для любого вектора $\overline{a}$ и чисел λ, μ $(\lambda + \mu)\overline{a} = \lambda\overline{a} + \mu\overline{a}$.

Для любых двух векторов $\overline{a}$ и $\overline{b}$ и числа λ $\lambda(\overline{a} + \overline{b}) = \lambda\overline{a} + \lambda\overline{b}$.

СВОЙСТВА УМНОЖЕНИЯ ВЕКТОРА НА ЧИСЛО

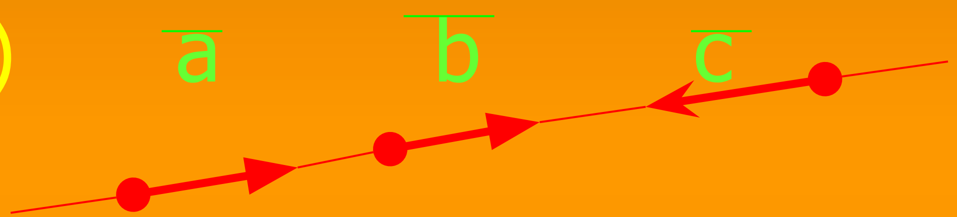
Абсолютная величина вектора $\lambda\overline{a}$ равна $|\lambda|\times|\overline{a}|$. Направление вектора $\lambda\overline{a}$ при $a \neq 0$ совпадает с направлением вектора $\overline{a}$, если $\lambda > 0$, и противоположное направлению вектора $\overline{a}$, если $\lambda < 0$.



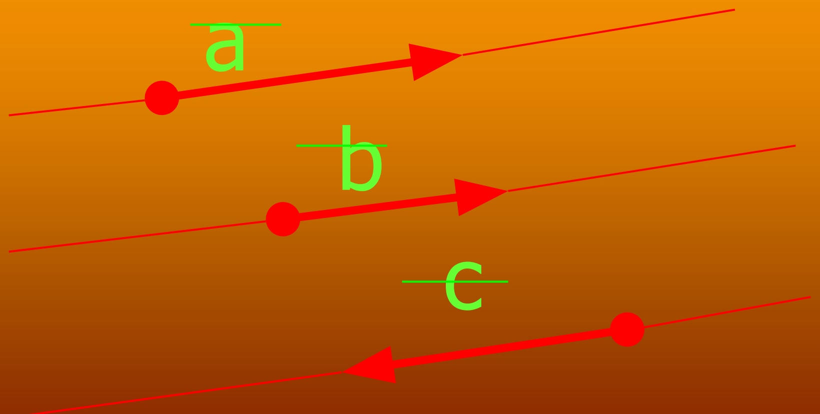
1. $|\lambda\overline{a}| = |\lambda|\times|\overline{a}|$
2. $\lambda\overline{a} \uparrow\uparrow \overline{a}$, если $\lambda > 0$
3. $\lambda a \uparrow\downarrow a$, если $\lambda < 0$

Два вектора называются коллинеарными, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

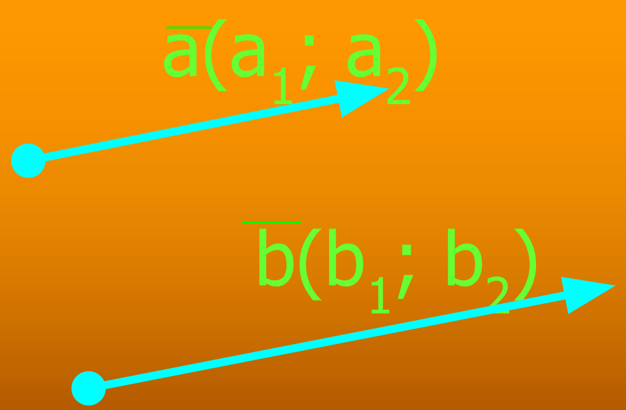
а)



б)



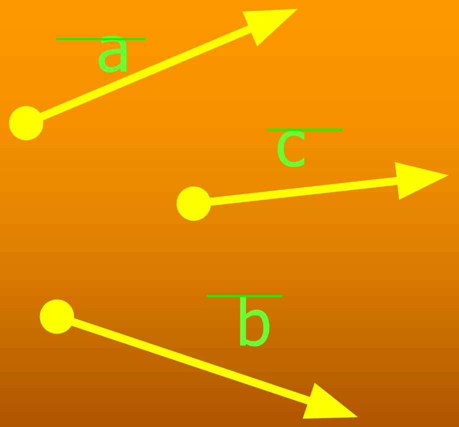
Если векторы коллинеарны, то их соответствующие координаты пропорциональны, и наоборот, если соответствующие координаты двух векторов пропорциональны, то эти два вектора коллинеарны.



$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}; \quad \overline{a} \parallel \overline{b}$$

РАЗЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРА ПО ДВУМ НЕКОЛЛИНЕАРНЫМ ВЕКТОРАМ

Любой вектор $\overline{c}$ можно разложить по двум неколлинеарным векторам $\overline{a}$ и $\overline{b}$ в виде $\overline{c} = \lambda\overline{a} + \mu\overline{b}$, к тому же это разложение единственное.



$$\overline{c} = \lambda\overline{a} + \mu\overline{b}$$

СКАЛЯРНЫМ ПРОИЗВЕДЕНИЕМ ВЕКТОРОВ

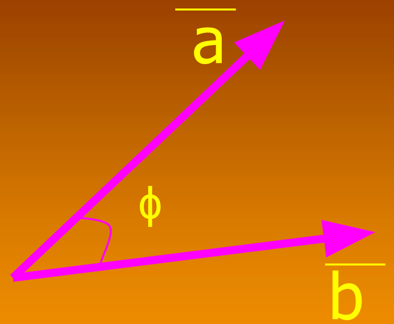
$\overline{a}(a_1; a_2)$ и $\overline{b}(b_1; b_2)$

НАЗЫВАЕТСЯ ЧИСЛО

$a_1b_1 + a_2b_2$.

СВОЙСТВА СКАЛЯРНОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ ВЕКТОРОВ

1. Скалярный квадрат вектора равен квадрату его абсолютной величины, то есть $\overline{a} \times \overline{a} = \overline{a}^2 = |\overline{a}|^2$.



2. Для любых векторов
$\overline{a}(a_1; a_2)$, $\overline{b}(b_1; b_2)$, $\overline{c}(c_1; c_2)$,
$(\overline{a} + \overline{b})\overline{c} = \overline{a}\,\overline{c} + \overline{b}\,\overline{c}$.

3. Скалярное произведение двух векторов равно произведению их абсолютных величин на косинус угла между ними.

$\overline{a} \times \overline{b} = |\overline{a}||\overline{b}|\cos\phi$;

$\cos\phi = \dfrac{\overline{a}\cdot\overline{b}}{|\overline{a}||\overline{b}|}$

4. Если скалярное произведение векторов $\overline{a}$ и $\overline{b}$ равно нулю, то векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$ перпендикулярны.

$\overline{a} \times \overline{b} = 0$, то $\overline{a} \perp \overline{b}$

Задачи:

1)Найдите координаты вектора:

а) $\bar{a} = \overrightarrow{AB}$, А (-2; -2), В (4; 1);

б) $\bar{a} = \overrightarrow{AB}$, А (1; -3), В (4; -5).

2)Даны вектора $\vec{a} = (-2; -3)$,

$\vec{b} = (5; 0)$, $\vec{c} = (3; -5)$.

Найдите координаты векторов:

а) $\vec{a} + \vec{b}$; б) $\vec{a} - \vec{c}$; в) $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$;

г) $2\vec{a}$; д) $3\vec{a} - \vec{c}$; е) $\vec{a} - 2\vec{b} + 2\vec{c}$.