



Раздел 5: Магнитное поле

Тема17. Магнитостатика	4	2		
Тема18. Магнитное поле в веществе			1	1
Тема19. Электромагнитная индукция			2	1
Тема20. Электромагнитные колебания			2	2
Тема21. Уравнения Максвелла			1	1
Тема 22. Электромагнитные волны			1	1

Тема 17. Магнитостатика



1. Магнитное поле и его характеристики
2. Закон Био – Савара – Лапласа и его применение для расчета магнитных полей.
 - 2.1. Поле прямолинейного проводника с током.
 - 2.2. Поле кругового проводника с током.
 - 2.3. Поле движущегося заряда.
3. Действие магнитного поля на проводник с током. Сила Ампера.
4. Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца.
5. Замкнутый контур с током в магнитном поле.
6. Циркуляция вектора магнитной индукции. Закон полного тока.
7. Магнитное поле соленоида.
8. Поток вектора магнитной индукции. Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле.

1 учебный вопрос: Магнитное поле и его характеристики

История

4500 лет тому назад изобретен компас. Он появился в Европе приблизительно в XII веке новой эры.

В XIX веке была обнаружена связь между электричеством и магнетизмом - возникло представление о магнитном поле.



1820 г. - опыты датского физика Х. Эрстеда. На магнитную стрелку, расположенную вблизи проводника с током, действуют силы, которые стремятся повернуть стрелку.

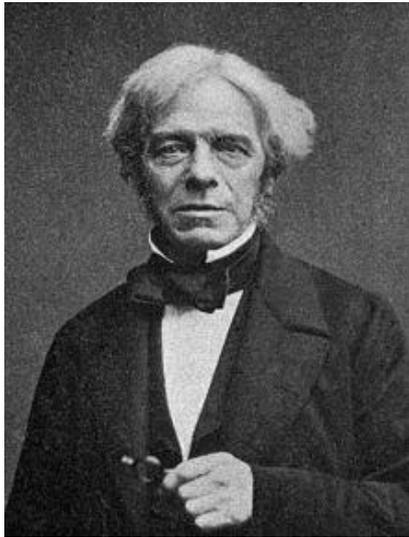
Ханс Христиан Эрстед

История



1820 г. - французский физик А. Ампер наблюдал силовое взаимодействие двух проводников с токами и установил закон взаимодействия токов.

 *Андре-Мари Ампер*



1845 г. - английский физик Фарадей вводит термин магнитное поле.

Майкл Фарадей

Магнитное и электрическое поля

Магнитное поле токов принципиально отличается от электрического поля:

- источники **электростатического поля** – неподвижные заряды;
- источники **магнитного поля** – движущиеся заряды (токи).

Аналогия

напряженность
электрического поля \vec{E}

силовые линии

вектор магнитной
индукции \vec{B}

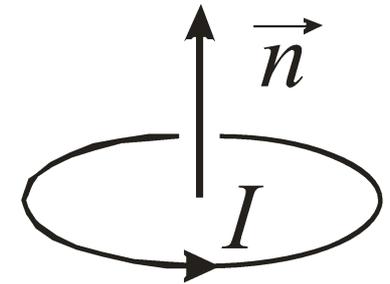
линии магнитной
индукции

Исследуем магнитное поле

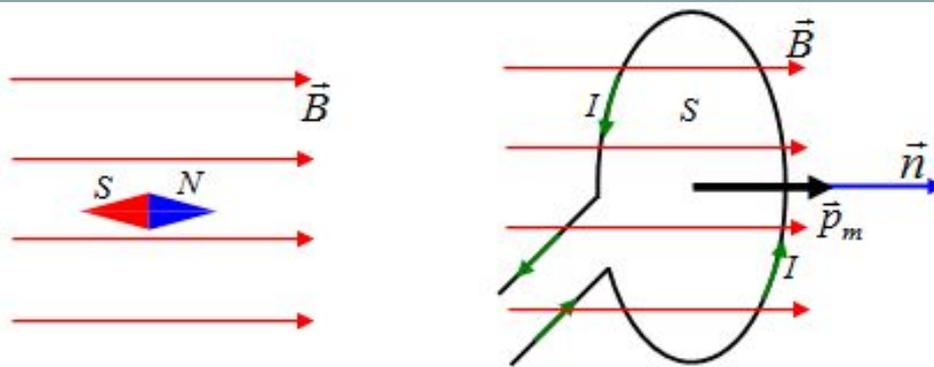
Используем пробный ток, циркулирующий в плоском замкнутом контуре очень малых размеров.

Ориентацию контура в пространстве характеризуют направлением нормали к контуру, связанной с направлением тока правилом правого винта. Такую нормаль мы будем называть положительной.

МП оказывает на контур с током такое же ориентирующее действие, как и на магнитную стрелку: положительная нормаль контура разворачивается в ту же сторону, что и северный полюс магнитной стрелки.



Характеристика рамки с током - магнитный момент: $\vec{p}_m = IS\vec{n}$ (1)



Методы обнаружения магнитного поля:
магнитная стрелка (слева), рамка с током

За направление магнитного поля принято:

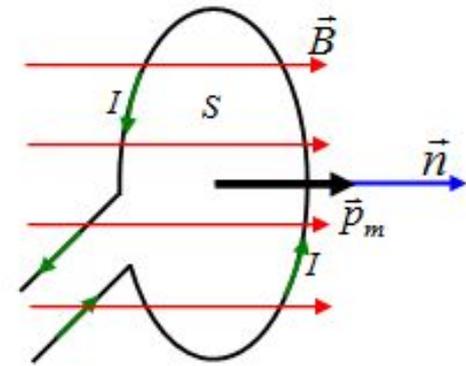
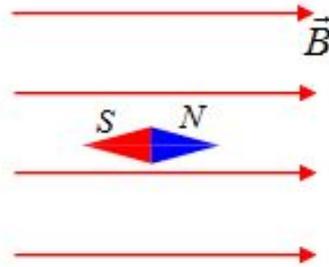
- направление силы, действующей на северный полюс магнитной стрелки;*
- направление нормали (вектора магнитного момента рамки с током).*

На рамку площадью S с током I действует вращающий момент, зависящий как от свойств поля, так и от свойств рамки

$$\overset{\square}{M} = \left[\overset{\square}{p}_m \times \overset{\square}{B} \right]$$

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m}, \text{ Тл (тесла)} \quad (2)$$

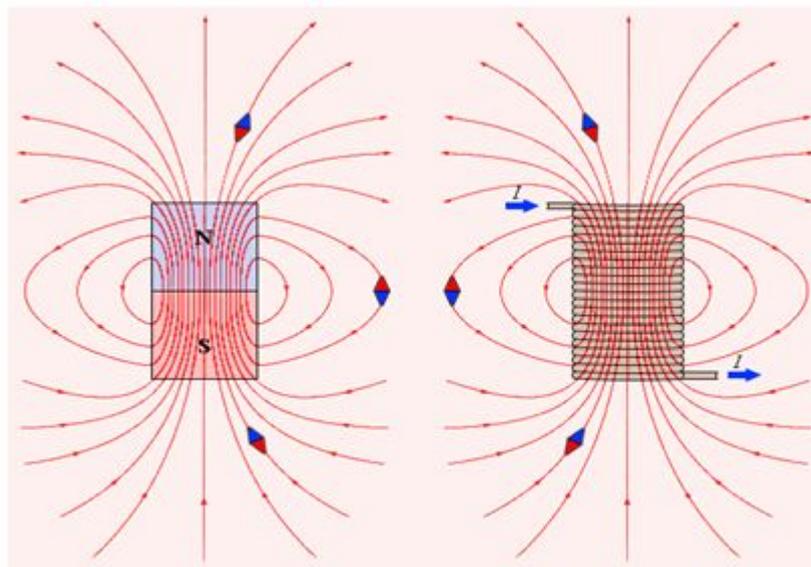
$$B = \frac{M_{\max}}{P_m}$$



Методы обнаружения магнитного поля:
магнитная стрелка (слева), рамка с током

Магнитная индукция в данной точке однородного магнитного поля определяется максимальным вращающим моментом, действующим на рамку с единичным магнитным моментом, когда нормаль к рамке перпендикулярна направлению поля.

Линии магнитной индукции всегда замкнуты, они нигде не обрываются.



Линии магнитной индукции полей постоянного магнита и катушки с током

↔ магнитное поле не имеет источников — магнитных зарядов

Силовые поля, обладающие этим свойством, называются вихревыми в отличие от потенциальных полей (электростатического, гравитационного).

Для электростатического поля $\vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \vec{E}$

напряженность поля \vec{E} зависит от свойств среды, а смещение \vec{D} – не зависит.

По аналогии наряду с магнитной индукцией \vec{B} , характеризующей суммарное поле микро- и макротоков (зависит от свойств среды) вводится понятие напряженности магнитного поля \vec{H} , не зависящего от свойств среды и определяемого только макротоками

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H} \quad (3)$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$ – магнитная постоянная;

μ – магнитная проницаемость среды...

2 учебный вопрос: Закон Био – Савара – Лапласа и его применение для расчета магнитных полей.



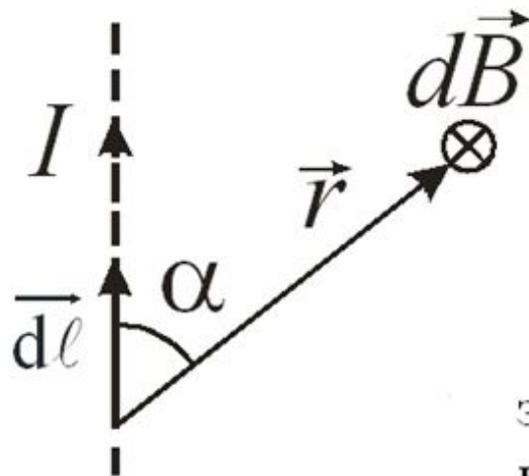
Био и Савар в 1820 г. исследовали магнитные поля, токов, текущих по тонким проводам различной формы. Лаплас на основе экспериментальных данных установил принцип суперпозиции.

Для магнитной индукции поля, создаваемого элементом тока длины $d\vec{\ell}$ имеем:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3}$$

(4)

μ_0 – магнитная постоянная, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м



$d\vec{\ell}$ – вектор, совпадающий с элементарным участком тока и направленный в ту сторону, в какую течет ток.

\vec{r} – вектор, проведенный от элемента тока в ту точку, в которой определяется $d\vec{B}$.

Направление вектора $d\vec{B}$ можно определить по **правилу буравчика**: кратчайший поворот буравчика от $d\vec{\ell}$ к \vec{r} приведёт к поступательному перемещению буравчика в сторону $d\vec{B}$.

Для магнитного поля справедлив принцип суперпозиции:

магнитная индукция результирующего поля, создаваемого несколькими токами, равна векторной сумме магнитных индукций складываемых полей, создаваемых каждым током в отдельности:

$$\vec{B} = \sum_i \Delta \vec{B}_i$$

или, переходя от малого к бесконечно малому элементу тока $\Delta l \rightarrow dl$

$$\vec{B} = \int_i d\vec{B}_i$$

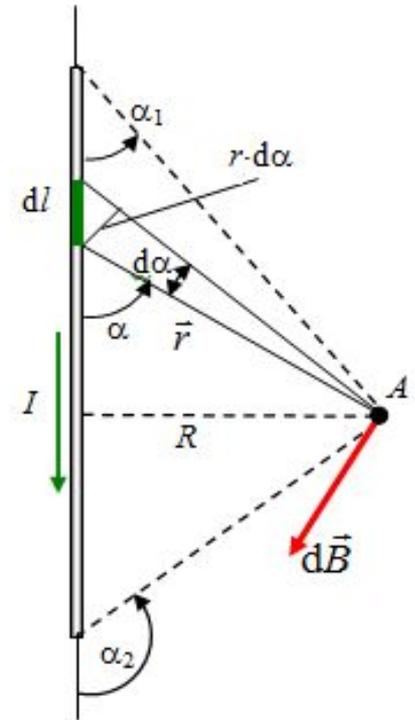
(5)

2.1. Поле прямолинейного проводника с током

$$r = \frac{R}{\sin\alpha} \quad dl = \frac{rd\alpha}{\sin\alpha} = \frac{Rd\alpha}{\sin^2\alpha}$$

Магнитное поле, создаваемое прямолинейным отрезком провода с током I в произвольной точке A

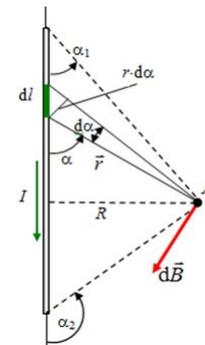
$$\begin{aligned} dB &= \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \frac{I \cdot dl \cdot \sin\alpha}{r^2} = \\ &= \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \frac{I \cdot \frac{Rd\alpha}{\sin^2\alpha} \cdot \sin\alpha}{\left(\frac{R}{\sin\alpha}\right)^2} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \frac{I}{R} \sin\alpha d\alpha \end{aligned}$$



Магнитное поле
прямолинейного проводника
с током

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi R} I \sin \alpha d\alpha$$

С использованием принципа суперпозиции



$$|B| = \int_l dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi R} I \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = -\frac{\mu_0 \mu}{4\pi R} I \cos \alpha \Big|_{\alpha_1}^{\alpha_2} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi R} I (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

$$|B| = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi R} I (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \quad |H| = \frac{I}{4\pi R} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \quad (6)$$

Для бесконечно длинного проводника:

$$\alpha_1 = 0 \quad \alpha_2 = \pi \quad (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) = \cos 0 - \cos \pi = 1 - (-1) = 2$$

$$|B| = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi R} \text{ Тл} \quad |H| = \frac{I}{2\pi R} \text{ , } \left[\frac{\text{А}}{\text{м}} \right] \quad (7)$$

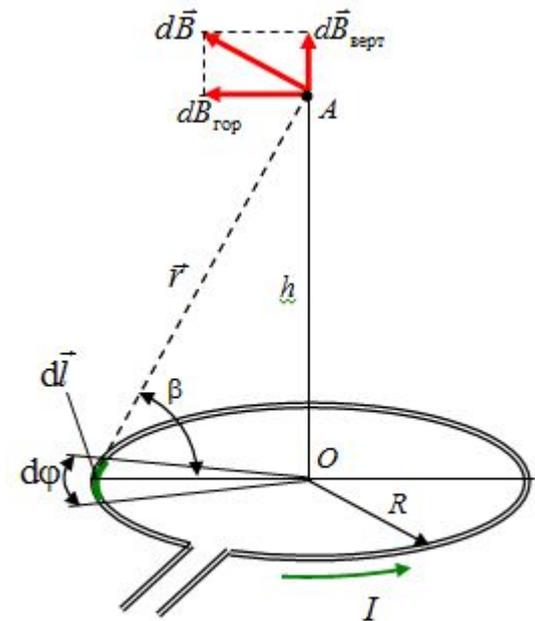
2.2. Поле кругового проводника с током

$$r^2 = R^2 + h^2 \quad \cos \beta = \frac{R}{r} = \frac{R}{(R^2 + h^2)^{1/2}}$$

Магнитное поле, создаваемое прямолинейным отрезком провода с током I в произвольной точке A :

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I \cdot dl \cdot \sin(\overset{\vee}{dl}, \overset{\boxtimes}{r})}{r^2} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I \cdot dl}{(R^2 + h^2)}$$

$$\sin(\overset{\vee}{dl}, \overset{\boxtimes}{r}) = 1$$



Магнитное поле
кругового проводника с током

При использовании принципа суперпозиции горизонтальные составляющие $dB_{гор}$ взаимно уничтожаются, вертикальные составляющие $dB_{вер}$ дают

$$|B| = \int_0^{2\pi R} dB_{верт} = \int_0^{2\pi R} dB \cos \beta = \int_0^{2\pi R} \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I \cdot dl}{R^2 + h^2} \frac{R}{(R^2 + h^2)^{1/2}} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I \cdot R}{(R^2 + h^2)^{3/2}} 2\pi R$$

$S = \pi R^2$ - площадь витка; $p_m = I \cdot S$

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2p_m}{(R^2 + h^2)^{3/2}}$$

$$H = \frac{1}{4\pi} \frac{2p_m}{(R^2 + h^2)^{3/2}}$$

(8)

В центре кругового тока ($h = 0$)

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2R}$$

$$H = \frac{I}{2R}$$

(9)

2.3. Поле движущегося заряда

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I \left[d\vec{l} \times \vec{r} \right]}{r^3}$$

Найдем элемент тока $I d\vec{l}$

$$I = j S$$

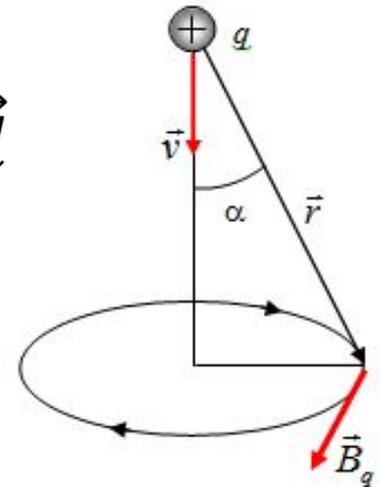
Для зарядов q [Кл], концентрацией n [1/м³], движущихся со скоростью v , плотность тока

$$j = qn \left[\frac{\text{М}}{\text{М}^3} \frac{\text{А}}{\text{с}} \rightarrow, \frac{\text{А}}{\text{М}^2} \right]$$

$$S dl = dV \quad n dV = dn$$

$$I dl = j \cdot S \cdot dl = q \cdot n \cdot \vec{v} \cdot S \cdot dl = q \cdot n \cdot \vec{v} \cdot dV = q \cdot \vec{v} \cdot dn$$

$$d\vec{B}_q = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I \left[d\vec{l} \times \vec{r} \right]}{r^3} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{q dn \left[\vec{v} \times \vec{r} \right]}{r^3}$$



Магнитное поле движущегося заряда

Магнитная индукция одного заряда

$$\vec{B}_q = \frac{d\vec{B}_q}{dn} = \frac{\mu_0 \mu q}{4\pi} \frac{[\vec{v} \times \vec{r}]}{r^3}$$

$$B_q = \frac{\mu_0 \mu q \cdot v \cdot \sin \alpha}{4\pi r^2}$$

(10)

3 учебный вопрос: Действие магнитного поля на проводник с током. Сила Ампера.



Сила, действующая со стороны магнитного поля на проводник с током, называется **силой Ампера**.

$$d\vec{F}_A = I(d\vec{\ell} \times \vec{B}) \quad (11)$$

модуль этой силы:

$$|d\vec{F}_A| = I dl B \sin \alpha$$

$$\alpha = \angle d\vec{\ell} \vec{B}$$

Определить направление Силы Ампера можно по двум правилам:

- правило левой руки;
- правило буравчика.

Направление силы Ампера

Правило левой руки

Если расположить левую руку так, чтобы линии магнитной индукции входили в ладонь, а вытянутые пальцы были направлены вдоль тока, то отведенный большой палец укажет направление силы, действующей на проводник.

Правило буравчика (правого винта)

Воображаемый буравчик располагается перпендикулярно плоскости, содержащей вектор магнитной индукции и проводник с током, затем его рукоятка поворачивается от направления тока к направлению вектора магнитной индукции. Поступательное перемещение буравчика показывает направление силы Ампера

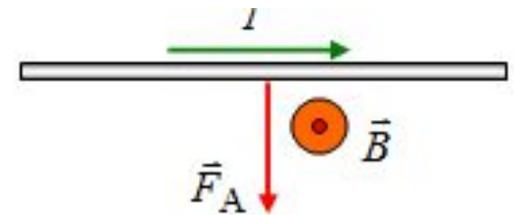
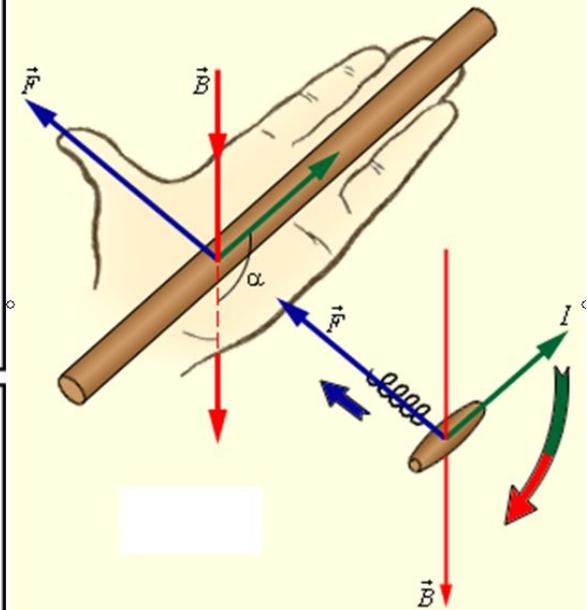


Схема к определению силы Ампера

Сила Ампера – нецентральная сила (в отличие от центральных сил (Кулона, тяжести и др.).

При $\alpha = \pi/2$ $F=I \cdot l \cdot B \Rightarrow$

$$B = \frac{F}{I \cdot l} \quad 1 \text{ Тл} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = 1 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{А} \cdot \text{м}^2} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{А} \cdot \text{м}^2}$$

В системе единиц СИ за единицу магнитной индукции принята индукция такого магнитного поля, в котором на каждый метр длины проводника при силе тока 1 А действует максимальная сила Ампера 1 Н. Эта единица называется тесла (Тл).

Магнитное поле Земли приблизительно равно $0,5 \cdot 10^{-4}$ Тл. Большой лабораторный электромагнит может создать поле не более 5 Тл.

Взаимодействие параллельных проводников с током

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1}{d} \quad F_2 = I_2 B_1 l_2 \sin\alpha = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2 l_2}{d}$$

При $l_1 = l_2 = l$ $F_1 = F_2 = F$

$$F = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2 l}{d} \quad (12)$$

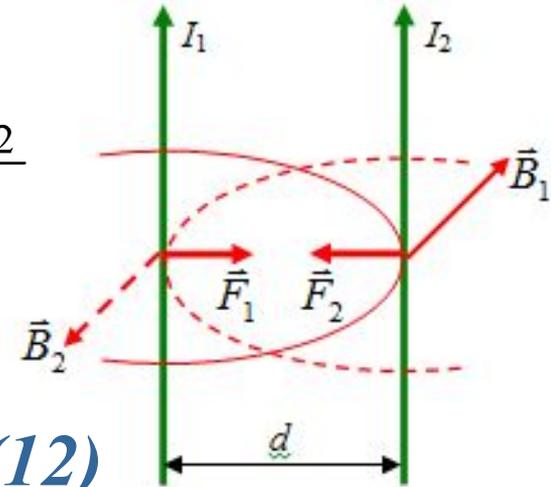


Схема взаимодействия параллельных проводников с током

Эталон единицы силы тока:

Ампер – это сила постоянного тока при длине проводников и расстоянию между ними в 1 м в вакууме, равная $2 \cdot 10^{-7}$ Н.

$$\Rightarrow \mu_0 = \frac{4\pi F d}{2I^2 l} = 4\pi \cdot 10^{-7} \quad \left[\frac{\text{Н}}{\text{А}^2} \rightarrow \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{А}^2 \cdot \text{м}} \rightarrow \frac{\text{Дж}}{\text{А}^2 \cdot \text{м}} \rightarrow \frac{\text{Гн}}{\text{м}} \right]$$

4 учебный вопрос: Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца

$$d\vec{F} = I [d\vec{l}, \vec{B}]$$



$$I d\vec{l} = q \cdot \vec{v} \cdot d\vec{n}$$

Сила, действующую на одну заряженную частицу (сила Лоренца)

$$\vec{F}_L = q [\vec{v} \times \vec{B}] \quad (13)$$

$$F_L = q \cdot v \cdot B \cdot \sin(\vec{v}, \vec{B}) = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha \quad (14)$$

Правило левой руки. Если расположить левую руку так, чтобы линии индукции магнитного поля входили в ладонь, а вытянутые пальцы были направлены вдоль скорости движения частицы, то отведенный большой палец укажет направление силы Лоренца.

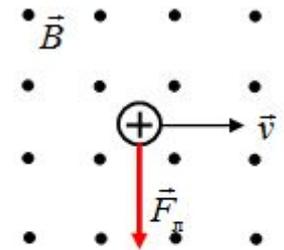


Схема к определению силы Лоренца

Сила Лоренца всегда направлена перпендикулярно скорости, поэтому при движении заряженной частицы в магнитном поле сила Лоренца работы не совершает.

Частные случаи

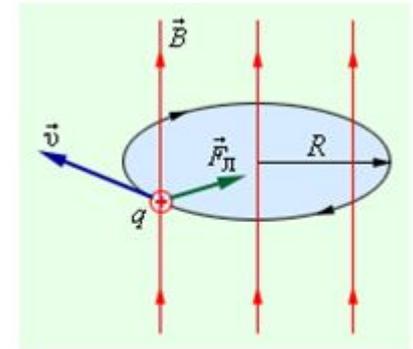
1. Частица движется вдоль линии \vec{B} ($\alpha = \pi/2$; $\sin \alpha = 0$; $F_{\text{л}} = 0$). Движение равномерное, прямолинейное.

2. Частица движется перпендикулярно линиям \vec{B} ($\alpha = 0$; $\sin \alpha = 1$; $F_{\perp} = q \cdot v \cdot B$). Движение равномерное, по окружности.

$$\frac{m v^2}{R} = q \cdot v \cdot B \quad R = \frac{m v}{q \cdot B}$$

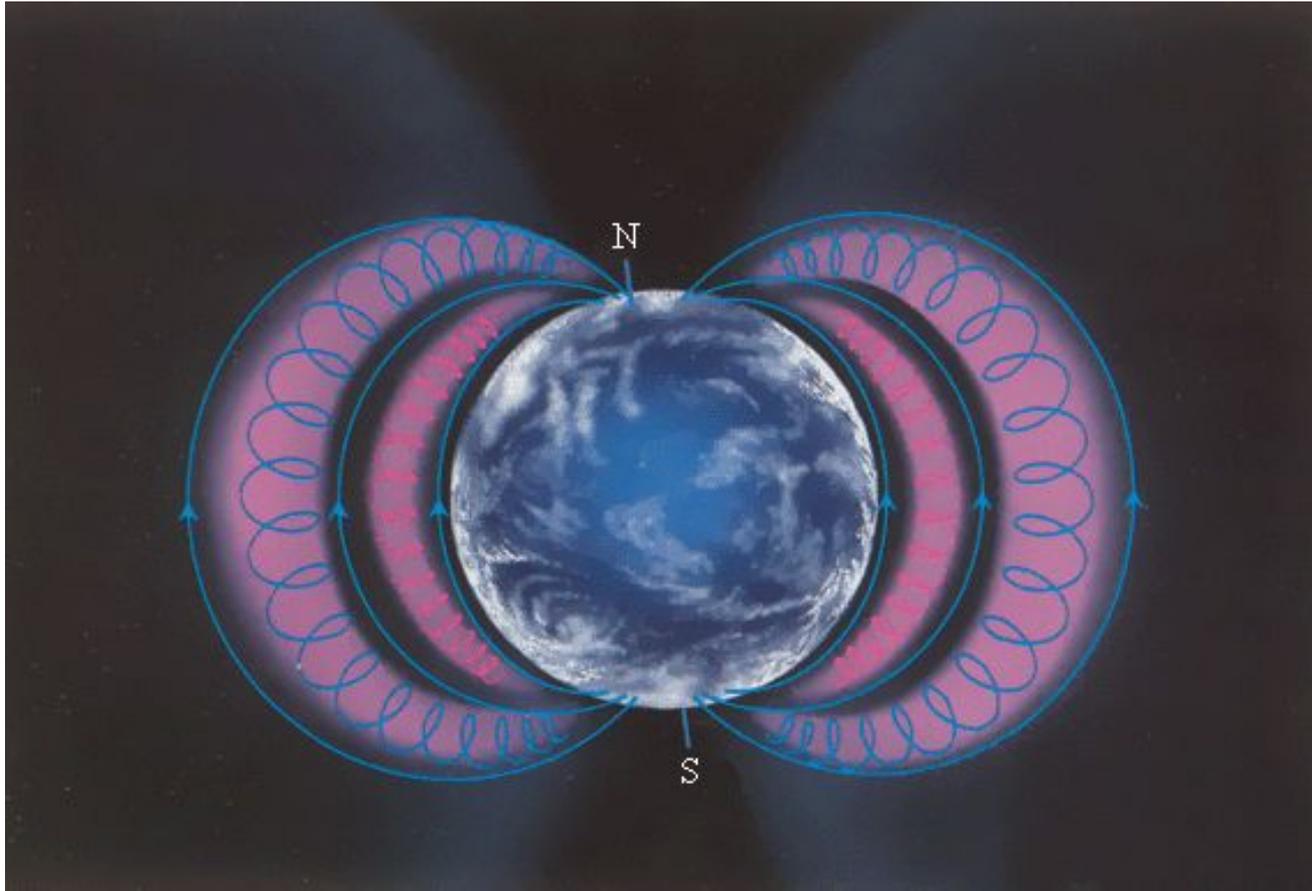
$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \cdot m v}{v \cdot q \cdot B} = \frac{m v}{q \cdot B}$$

т.е. частица движется по окружности с периодом T , не зависящим от скорости.



Круговое движение
заряженной частицы
в однородном
магнитном поле

Магнитное поле Земли



Полярное сияние



В общем случае, когда на заряженную частицу действуют электрическое и магнитное поля:

$$\vec{F} = q \vec{E} + q \left[\vec{v}, \vec{B} \right] = q \left(\vec{E} + \left[\vec{v}, \vec{B} \right] \right)$$

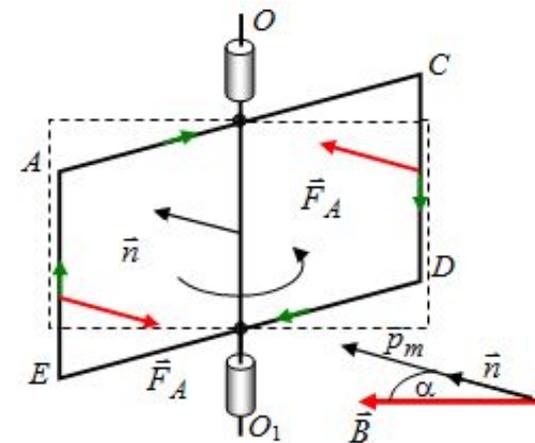
(15)

5 учебный вопрос: Замкнутый контур с током в магнитном поле.



*Пара сил Ампера, действующих на стороны **CD** и **AE**, образуют момент сил:*

$$M = F_A \cdot a \cdot \sin\alpha = I B b a \sin\alpha$$



$$S = ab$$

$$M = IBS \sin\alpha$$

$$|AE| = |CD| = b, |AC| = |ED| = a$$

$\vec{p}_m = I S \vec{n}$ - магнитный момент рамки

$$M = p_m B \sin\alpha$$

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m \times \vec{B} \right]$$

(16)

6 учебный вопрос: Циркуляция вектора магнитной индукции. Закон полного тока



Циркуляцией по отрезку \vec{l} прямой однородного поля \vec{B} называется скалярное произведение:

$$\left(\overset{\sphericalangle}{B} \cdot \overset{\sphericalangle}{l} \right) = B l \cos \alpha \quad (17)$$

Циркуляцией вектора \vec{B} по замкнутой кривой называется интеграл

$$\oint_L \overset{\sphericalangle}{B} \cdot \overset{\sphericalangle}{dl} \quad (18)$$

Для кругового проводника с током:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \Rightarrow \oint_L (\vec{B} \cdot d\vec{l}) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{R} \int_0^{2\pi R} dl = \mu_0 I \quad (19)$$

Справедливо для любого замкнутого контура.

Циркуляция вектора магнитной индукции не равна нулю, поэтому магнитное поле называется

***непотенциальным** или **вихревым** в отличие от потенциального электростатического поля, для*

которого

$$\oint_L (\vec{E}, d\vec{l}) = 0$$

Если контур охватывает несколько токов, то справедлив принцип суперпозиции:

$$\oint_L (\vec{B} \cdot d\vec{l}) = \mu_0 \sum_i I_i \quad (20)$$

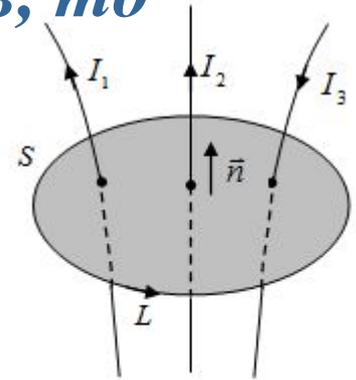


Схема для расчета циркуляции вектора \vec{B} .

Закон полного тока в вакууме:

Циркуляция вектора магнитной индукции вдоль замкнутого контура в вакууме равна произведению магнитной постоянной на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром.

Направление обхода контура и направление нормали к натянутой на него поверхности связаны правилом буравчика. Если ток идет по направлению нормали, то его следует считать положительным, если наоборот – отрицательным.

7 учебный вопрос: Магнитное поле соленоида



Соленоидом называется катушка из тонкого провода, витки которой намотаны вплотную на сердечник в форме прямого цилиндра.

Найдем магнитное поле внутри соленоида длиной L с числом витков N и током I . В качестве контура обхода выберем прямоугольный контур $ACDE$ так, что отрезок AC приблизительно лежит в средней части соленоида, а отрезок DE удален на большое расстояние от соленоида.

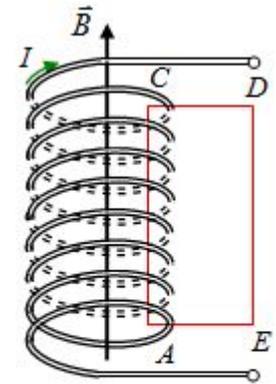


Схема для расчета магнитного поля соленоида

$$\oint_{ACDE} (\vec{B}, d\vec{l}) = \int_{AC} (\vec{B}, d\vec{l}) + \int_{CD} (\vec{B}, d\vec{l}) + \int_{DE} (\vec{B}, d\vec{l}) + \int_{EA} (\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0 \sum_i I_i$$

На отрезках контура CD и EA:

$$(\vec{B} \cdot d\vec{l}) = B dl \cos \pi/2 = 0$$

На отрезке AC: $(\vec{B} \cdot d\vec{l}) = B dl \cos 0 = B dl$

На отрезке DE: $(\vec{B} \cdot d\vec{l}) = 0$

$$\oint_{ACDE} (\vec{B}, d\vec{l}) = B \cdot |AC| = \mu_0 \sum_i I_i \qquad \sum_i I_i = N \cdot I = n \cdot L \cdot I$$

***n** - число витков, приходящееся на единицу длины соленоида.*

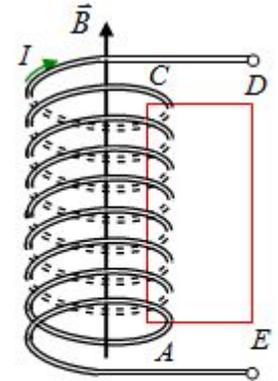


Схема для расчета магнитного поля соленоида

$$B \cdot |AC| = \mu_0 \cdot n \cdot L \cdot I$$

$$B = \mu_0 n I = \frac{\mu_0 N I}{L}$$

(21)

8 учебный вопрос: Поток вектора магнитной индукции.



Потоком вектора магнитной индукции (магнитным потоком) через площадку dS называется скалярная физическая величина

$$d\Phi_B = \vec{B} d\vec{S} = B \cos\alpha dS = B_n dS$$

где \vec{n} - единичный вектор нормали к поверхности, α - угол между направлением вектора \vec{B} и направлением нормали к поверхности.

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B_n dS$$

При $B_n = \text{const}$ $\Phi_B = B_n \cdot S$ $1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot \text{м}^2$

В системе СИ единица измерения магнитного потока Вебер (Вб).

Теорема о потоке вектора магнитной индукции (теорема Гаусса). Поток вектора магнитной индукции через произвольную замкнутую поверхность S равен нулю:

$$\oint_S (\vec{B} \cdot \vec{n}) dS = 0 \quad (22)$$

\Rightarrow магнитных зарядов в природе не существует.

Сравнение электростатического и магнитного полей в вакууме

	Электрическое поле	Магнитное поле
Теорема Гаусса	$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_i$	$\oint_S B_n dS = 0$
Теорема о циркуляции	$\oint_{\ell} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 0$	$\oint_{\ell} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \sum_i I_i$

Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

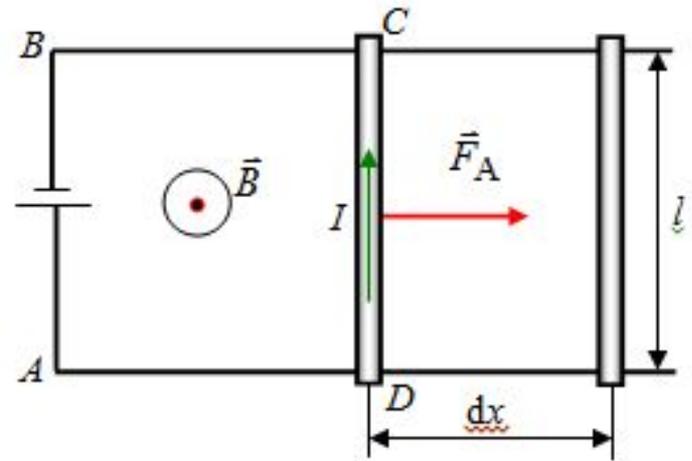
Сила Ампера: $F = I \cdot B \cdot l$

$$dA = F dx = I B l dx = I B dS = I d\Phi$$

$$dA = I d\Phi$$

$$A = \int I d\Phi$$

(23)



Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле равна произведению силы тока на магнитный поток, пересеченный движущимся проводником.

Работа по перемещению рамки с током в магнитном поле

$$A = I \Delta \Phi$$

Работа по перемещению рамки с током в магнитном поле равна произведению силы тока в рамке на изменение магнитного потока, сцепленного с рамкой.

$$\begin{aligned} A &= I \Delta \Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I(B S \cos \varphi_2 - B S \cos \varphi_1) = \\ &= I S B (\cos \varphi_2 - \cos \varphi_1) = p_m B (\cos \varphi_2 - \cos \varphi_1). \end{aligned}$$

Если рамка поворачивается из устойчивого положения равновесия, то $\varphi_1 = 0$

$$A = -p_m B (1 - \cos \varphi_2) \quad \text{При } \varphi_2 = \pi/2 \quad A = -p_m B$$