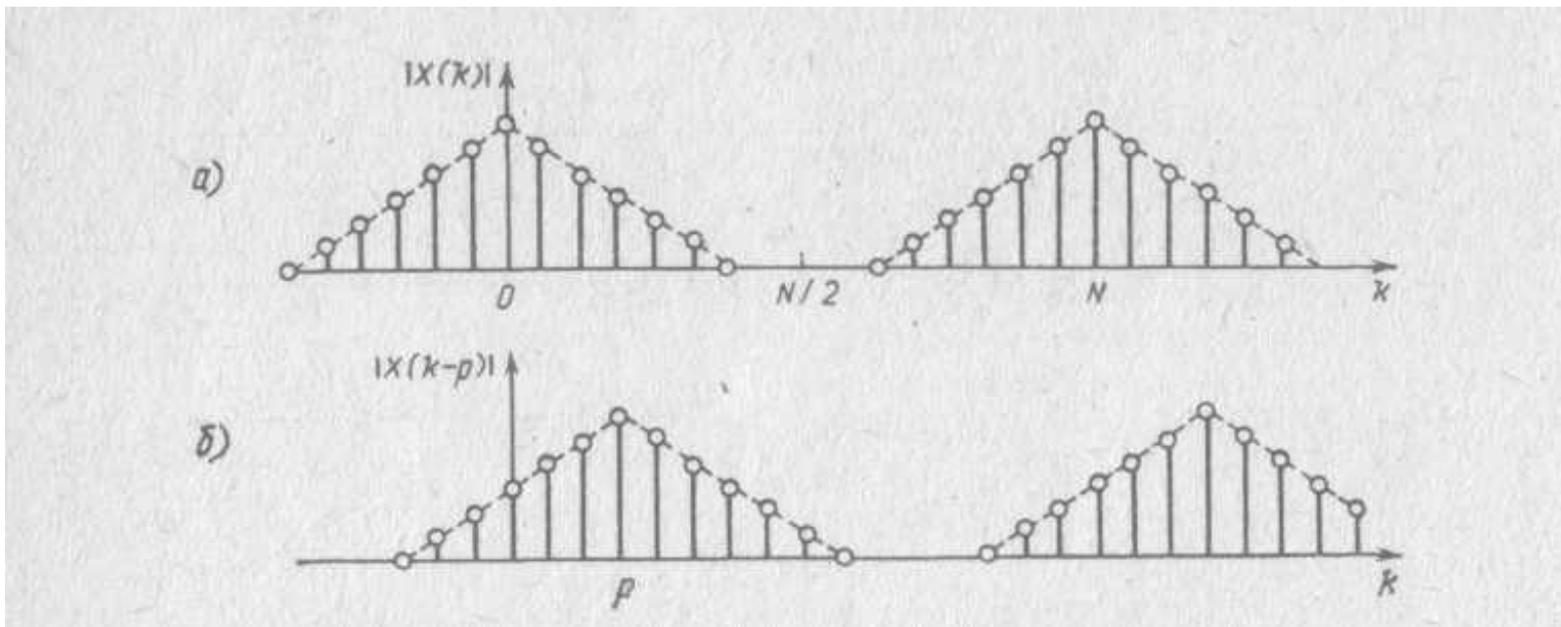


Теоретические основы ЦОС

Перенос спектра сигналов из одной частотной области в другую

Пусть исходный сигнал имеет действительные значения $x(n)$ и спектр $X(k)$, модуль которого показан на рис. а. Необходимо преобразовать сигнал таким образом, чтобы его спектр оказался сдвинутым вправо на p дискретных значений частоты (на частоту

$$\Delta\omega = \frac{2\pi p}{N},$$
 как показано на рис. б.



Теоретические основы ЦОС

Спектральная функция преобразованного сигнала будет описываться выражением $X(k-p)$. Так как

$$X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W^{nk},$$

то
$$X(k-p) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W^{n(k-p)} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W^{-np} \cdot W^{nk} =$$
$$= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x'(n)W^{nk},$$

где
$$x'(n) = x(n)W^{-np} = x(n) \cdot e^{j2\pi n \frac{p}{N}}$$

- преобразованный сигнал, имеющий требуемый спектр.

Таким образом, для сдвига спектра вправо необходимо дискретные значения сигнала $x(n)$ умножить на

$$e^{j2\pi n \frac{p}{N}} = \cos\left(2\pi n \frac{p}{N}\right) + j \sin\left(2\pi n \frac{p}{N}\right)$$

Теоретические основы ЦОС

Вычисление дискретной свертки

Для анализа преобразования сигналов сложной формы в линейных цепях, а также в алгоритмах цифровой фильтрации часто применяется вычисление дискретной свертки. Согласно свойствам, спектр свертки двух функций равен произведению спектров свертываемых функций:

$$\varphi_1(t) * \varphi_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_1(\tau) \varphi_2(t - \tau) d\tau \Leftrightarrow \Phi_1(f) \Phi_2(f) \quad ,$$

спектр произведения двух функций равен свертке их спектров:

$$\varphi_1(t) \varphi_2(t) \Leftrightarrow \Phi_1(f) * \Phi_2(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_1(f') \Phi_2(f - f') df' \quad .$$

Теоретические основы ЦОС

Если в формуле (1) $\Phi_1(f)$ – спектр входного сигнала, а $\Phi_2(f)$ – передаточная частотная функция фильтра, то во временной области выполняется свертка входного сигнала $x(t)$ с импульсной характеристикой фильтра $g(t)$ и на выходе фильтра получается сигнал $y(t)$:

$$y(t) = x(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)g(t - \tau)d\tau$$

Операция свертки двух дискретных периодических последовательностей $x(n)$ и $g(n)$ выражается формулой:

$$y(n) = \sum_{m=0}^{N-1} x(m)g(n - m) \quad , n = 0, 1, \dots, N - 1$$

Теоретические основы ЦОС

Рассмотрим процесс вычисления свертки 4-точечной функции, описывающей входную последовательность $x(n)$, с 4-точечной импульсной характеристикой фильтра $g(n)$:

$$x := \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad g := \begin{pmatrix} 10 \\ 7 \\ 4 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$y_0 := x_0 \cdot g_0$$

$$y_1 := x_0 \cdot g_1 + x_1 \cdot g_0$$

$$y_2 := x_0 \cdot g_2 + x_1 \cdot g_1 + x_2 \cdot g_0$$

$$y_3 := x_0 \cdot g_3 + x_1 \cdot g_2 + x_2 \cdot g_1 + x_3 \cdot g_0$$

$$y_4 := x_0 \cdot g_4 + x_1 \cdot g_3 + x_2 \cdot g_2 + x_3 \cdot g_1 + x_4 \cdot g_0$$

$$y_5 := x_0 \cdot g_5 + x_1 \cdot g_4 + x_2 \cdot g_3 + x_3 \cdot g_2 + x_4 \cdot g_1 + x_5 \cdot g_0$$

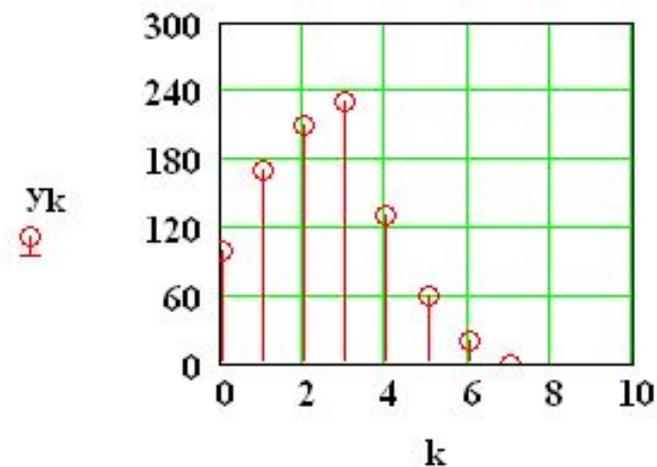
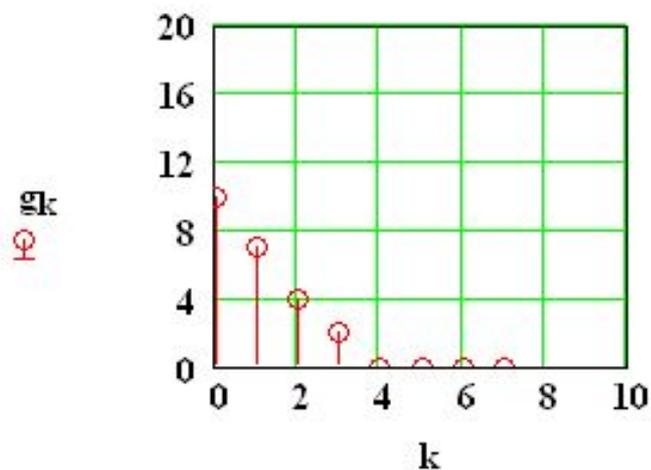
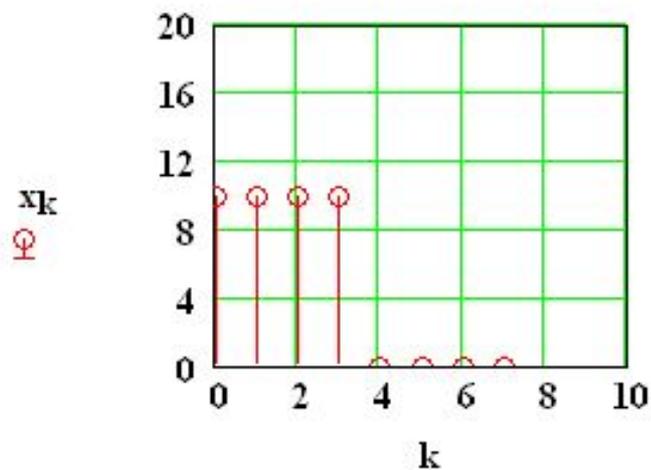
$$y_6 := x_0 \cdot g_6 + x_1 \cdot g_5 + x_2 \cdot g_4 + x_3 \cdot g_3 + x_4 \cdot g_2 + x_5 \cdot g_1 + x_6 \cdot g_0$$

$$y_7 := x_0 \cdot g_7 + x_1 \cdot g_6 + x_2 \cdot g_5 + x_3 \cdot g_4 + x_4 \cdot g_3 + x_5 \cdot g_2 + x_6 \cdot g_1 + x_7 \cdot g_0$$

Теоретические основы ЦОС

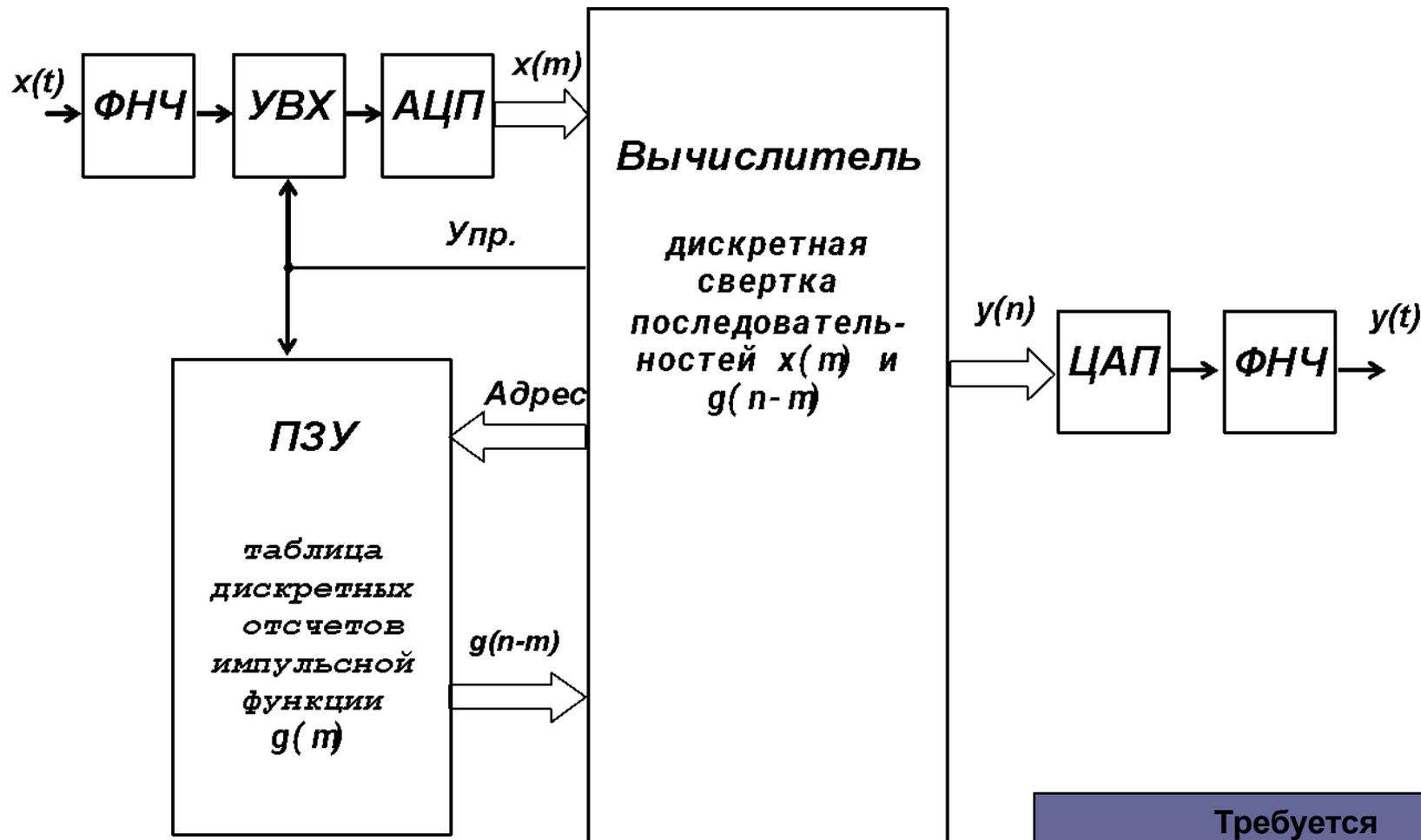
Результат вычислений (выходной сигнал фильтра):

$$y = \begin{pmatrix} 100 \\ 170 \\ 210 \\ 230 \\ 230 \\ 130 \\ 60 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix}$$



Теоретические основы ЦОС

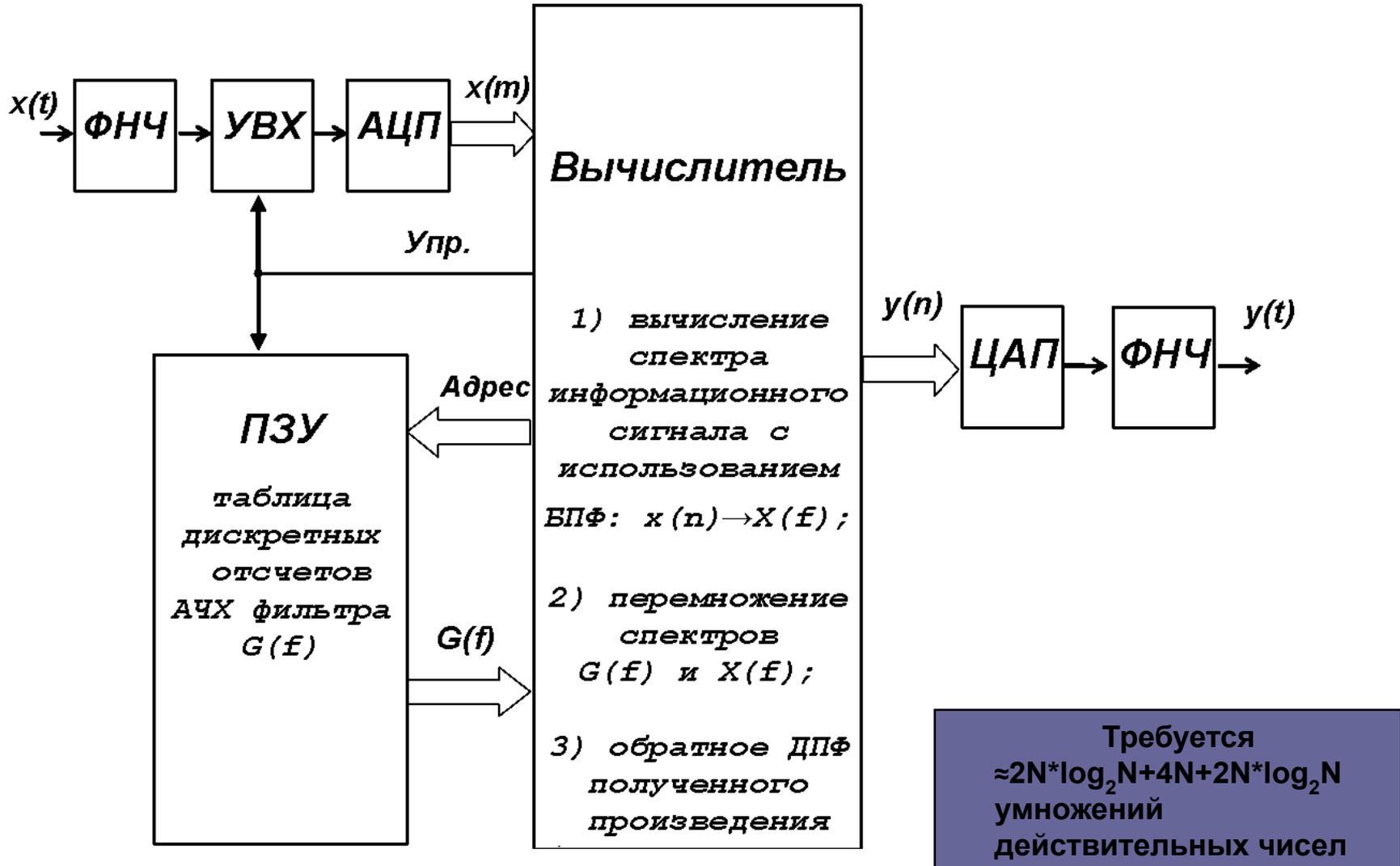
Схема фильтра с прямым выполнением свертки:



Требуется
 $\approx N^2$ умножений
действительных чисел

Теоретические основы ЦОС

Схема фильтра с промежуточными ДПФ:



Теоретические основы ЦОС

Таким образом, во втором способе общее количество умножений действительных чисел (при необходимости преобразовывать оба входных сигнала в спектры) составит $M = 6N \log_2 N + 4N$. В таблице приведено количество умножений при прямом методе выполнения свертки и методе с использованием БПФ для различных значений N . Видно, что при $N > 2^5 = 32$, метод с использованием БПФ по сравнению с прямым методом обеспечивает экономичность тем более высокую, чем больше N .

Способ	Количество умножений при N , равном				
	16	32	64	128	...
С использованием дискретной свертки	256	1024	4096	16384	...
С использованием промежуточных ДПФ	448	1088	2560	5888	...

Тэарэтычныя асновы ЛАС

Вылічэнне карэляцыйнай функцыі

Сэнс карэляцыйнага аналізу – высвятленне колькаснай ступені падабенства паміж інфармацыйнымі сігналамі. Карэляцыйная функцыя дэтэрмінаванага сігнала ўяўляе сабой інтэграл ад памнажэння дзвюх копіяў сігнала, зрушаных адна адносна адной на пэўны час:

$$B_s(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t - \tau)dt$$

У дачыненні сігнала і яго зрушанай копіі гэтая функцыя мае таксама назву “функцыя аўтакарэляцыі”. Функцыя мае максімум пры $\tau = 0$, у гэтай умове мае фізічны сэнс энергіі сігнала (інтэграл ад квадрата сігнала).

Тэарэтычныя асновы ЛАС

Узаемная карэляцыйная функцыя паказвае ступень падабенства паміж двума рознымі інфармацыйнымі сігналамі, адзін з якіх зрушваецца на пэўны час адносна другога:

$$B_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t)x_2(t - \tau)dt$$

Фізічны сэнс: функцыя ўзаемнай карэляцыі раўна нулю пры любых часовых зрухах τ ў тым выпадку, калі спектры сігналаў (адзін з якіх зрушваецца на пэўны час адносна другога) не перакрываюцца. Такія сігналы называюцца некарэліраванымі. У адрозненне ад гэтага, ўзаемная карэляцыя максімальна ў выпадку, калі амплітудныя спектры сігналаў максімальна падобны.

Разліковыя формулы для функцый аўтакарэляцыі і ўзаемнай карэляцыі атрымоўваюцца шляхам замены інтэгралаў дыскрэтнымі сумами:

$$B(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)x(n+k); \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

$$B_{12}(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_1(n)x_2(n+k); \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

Особенности и характеристики ЦСП

Основные особенности ЦСП, обеспечивающие эффективную реализацию алгоритмов ЦОС:

- 1) быстрое выполнение типовых операций ЦОС;
- 2) аппаратная реализация комплексной операции умножения с накоплением (суммирование локальных произведений - *MAC*);
- 3) применение арифметики с фиксированной точкой (ФТ) и плавающей точкой (ПТ) с разнообразной разрядностью;
- 4) параллельное выполнение отдельных частей программы, которое достигается аппаратной реализацией ряда типовых алгоритмов ЦОС;
- 5) большая внутрикристальная память данных и память программ;
- 6) разнообразие режимов адресации применительно к различным задачам;
- 7) обработка в реальном времени данных, поступающих с высокой скоростью;
- 8) наличие внутрикристальной периферии (последовательных и параллельных интерфейсов, портов ввода/вывода, таймеров);
- 9) малое время обращения к элементам внешней периферии.

Особенности и характеристики ЦСП

Рассмотрим характеристики ЦСП, которые важны при выборе процессора для конкретной разработки и обычно приводятся в различных таблицах для сравнения.

Характеристики ЦСП:

1. Тип арифметики

2. Разрядность данных

3. Общее быстродействие

4. Производительность по ЦОС

5. Объем внутренней памяти

6. Объем адресного пространства

7. Порты последовательного ввода-вывода информации

8. Внутренние периферийные устройства

9. Каналы DMA

10. Потребляемая мощность

11. Относительный показатель «Потребляемая мощность / быстродействие»

Особенности и характеристики ЦСП

1. Тип арифметики.

Арифметика, применяемая при цифровой обработке сигналов, может быть разделена на две категории: с фиксированной точкой и с плавающей точкой. Данная классификация относится к формату, используемому для хранения чисел и манипуляций с этими числами под управлением процессора.

ЦСП с фиксированной точкой представляют каждое число 16-ю разрядами. Существует четыре различных способа представления 16-разрядного числа, принимающего в общей сложности $2^{16} = 65536$ возможных значений.

При использовании *беззнакового целого* формата число может принимать значение от 0 до 65535.

При использовании *знакового целого* формата используется дополнительный код для представления отрицательных чисел, поэтому диапазон возможных значений лежит в пределах от -32768 до $+32767$.

При использовании *беззнакового дробного* формата 65536 уровней распределяются между 0 и +1.

Знаковый дробный формат позволяет использовать отрицательные числа, при этом 65536 возможных значений равномерно распределены между -1 и +1.

Особенности и характеристики ЦСП

Например, арифметика ЦСП семейства ADSP-21xx оптимизирована под знаковый дробный формат, обозначаемый как 1.15 ("один точка пятнадцать"). В этом формате присутствует один разряд для знака (MSB) и 15 дробных разрядов, представляющих значения от -1 до значения, меньшего $+1$ на величину, соответствующую одному младшему биту.

Старший бит	ВЕС БИТА															Младший бит	
	-2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}	2^{-6}	2^{-7}	2^{-8}	2^{-9}	2^{-10}	2^{-11}	2^{-12}	2^{-13}	2^{-14}	2^{-15}	
Шестнадцатиричное представление	Двоичное представление				Десятичное представление												
7FFF	0111	1111	1111	1111									+0.999969				
0001	0000	0000	0000	0001									+0.000031				
0000	0000	0000	0000	0000									+0.000000				
FFFF	1111	1111	1111	1111									-0.000031				
8000	1000	0000	0000	0000									-1.000000				

Особенности и характеристики ЦСП

Этот подход может быть обобщенно обозначен, как "I.Q", где I - число битов слева от точки, отделяющей дробную часть, а Q - число битов справа от точки. Например, беззнаковое целое число представляется как формат 16.0. Для большинства приложений цифровой обработки сигналов предполагается использование дробных форматов числа. Дробные числа имеют превосходство, которое заключается в том, что результат умножения двух дробных чисел меньше каждого из сомножителей.

ЦСП с плавающей точкой обычно используют минимум 32 разряда для представления каждого числа. Это приводит к возможности представления гораздо большего количества различных значений, чем в 16-разрядном ЦСП с фиксированной точкой, а точнее $2^{32} = 4294967296$. Плавающая точка существенно увеличивает диапазон значений, который может быть представлен в рамках 32-разрядного представления. Наиболее распространенный стандарт с плавающей точкой – стандарт ANSI/IEEE 754-1985, где самое большое и самое маленькое возможные числа равны $\pm 3,4 \times 10^{38}$ и $\pm 1,2 \times 10^{-38}$ соответственно.

Особенности и характеристики ЦСП

Согласно стандарту IEEE-754, 32-разрядное слово разделяется на знаковый разряд, S, 8-разрядную экспоненту E, и 23-разрядную мантиссу M. Отношение между десятичным и двоичным представлениями чисел с плавающей точкой, представленных в формате IEEE-754, задается с помощью выражения:

$$\text{NUMBER}_{10} = (-1)^S \times \underline{1.M} \times 2^{(E-127)}$$

↑ Смещение
↑ Предполагается



0	00000111	1100...00	
+	7	0.75	
	+ 1,75 × 2 ⁽⁷⁻¹²⁷⁾		= + 1,316554 × 10 ⁻³⁶
	↑		↑
	Предполагается		Смещение

1	10000001	0110...00	
-	129	0.375	
	- 1,375 × 2 ⁽¹²⁹⁻¹²⁷⁾		= - 5,500000
	↑		↑
	Предполагается		Смещение

Особенности и характеристики ЦСП

Преимущества арифметики с плавающей точкой:

- более широкий динамический диапазон, обеспечиваемый 32-разрядной арифметикой с плавающей точкой;
- процессор с плавающей точкой более прост в программировании, т.к. минимизируются проблемы, связанные с фиксированной точкой (переполнение, потеря разрядов, масштабирование данных, ошибки округления);
- затраты времени на разработку программного обеспечения при использовании ЦСП с плавающей точкой значительно сокращаются.

Недостаток: ЦСП с плавающей точкой могут стоить значительно выше, чем ЦСП с фиксированной точкой.

Особенности и характеристики ЦСП

2. Разрядность данных. Все обычные ЦСП с плавающей точкой используют слово данных длиной в 32 бита. Для ЦСП с фиксированной точкой обычный размер слова данных - 16 бит.

Особенности и характеристики ЦСП

3. Общее быстроедействие. Одним из самых важных параметров с точки зрения конкретных применений является быстроедействие процессора. Для характеристики быстрогодействия ЦСП анализируют параметры: тактовая частота, время командного цикла, MIPS, MOPS (MFLOPS).

3.1. Тактовая частота работы процессора и связанное с ней время командного цикла. Как правило, при описаниях процессоров обычно указывается внешняя тактовая частота, подаваемая на процессор. Она может отличаться от внутренней частоты работы из-за наличия системы деления или умножения частоты. Для последних процессоров, в которых внешняя частота может изменяться в широких пределах, чаще указывают внутреннюю частоту работы процессора.

3.2. Время командного цикла связано с внутренней частотой работы процессора. Так как отдельная операция в процессоре может выполняться как за несколько циклов, так и за один, время командного цикла является самой неоднозначной характеристикой быстрогодействия процессора. К тому же, в некоторых процессорах используется параллельное выполнение команд и параллельная работа нескольких операционных модулей. Поэтому время цикла полностью не характеризует реально выполняемую процессором работу.

3.3. Количество миллионов команд, выполняемых за секунду MIPS (*Million instructions per second*). В ЦСП используются различные команды, в том числе комбинированные, в соответствии с которыми одновременно выполняется несколько операций. Кроме того, существуют процессоры с несколькими АЛУ, в которых применяются длинные команды. Таким образом, одной команде в разных процессорах соответствует различная выполняемая работа. Поэтому характеристика *MIPS* неоднозначно определяет быстроедействие процессора.

3.4. Количество миллионов операций за секунду MOPS (*Millions operations per second*) или Количество миллионов операций с плавающей точкой за секунду MFLOPS (*Millions of floating-point operations per second*). Эта характеристика учитывает выполнение параллельных команд и одновременную работу нескольких операционных модулей. С учетом того, что к выполняемым операциям относят и выборки команд, и запись в память полученных результатов, *MOPS* неточно характеризует реальное быстроедействие.

Особенности и характеристики ЦСП

4. Производительность по ЦОС. Возможный путь определения производительности состоит в выборе единой простой операции для целей сравнения. Для прикладных программ ЦОС естественным является выбор операции умножения с накоплением *MAC*, которая является основной для алгоритмов ЦОС. Однако следует учесть, что в данных алгоритмах применяются и другие операции, помимо этой.

Особенности и характеристики ЦСП

Наиболее распространенные алгоритмы, выполняемые ЦСП:

- ❑ дискретное преобразование Фурье:

$$A(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} a(n) e^{-j \frac{2\pi}{N} kn}$$

- ❑ дискретная свёртка:

$$y(n) = \sum_{m=0}^{N-1} x(m) g(n-m)$$

- ❑ фильтр с конечной импульсной характеристикой:

$$y(n) = \sum_{k=0}^M a_k x(n-k)$$

- ❑ фильтр с бесконечной импульсной характеристикой:

$$y(n) = \sum_{k=0}^M a_k x(n-k) + \sum_{k=1}^N b_k y(n-k)$$

Особенности и характеристики ЦСП

Видно, что базовым элементом типовых операций ЦСП является MAC – умножение с накоплением:

$$y = \sum_{i=0}^M data[i] \cdot coeff[i]$$

Стандартный алгоритм, выполняемый на обыкновенном процессоре, например, на Pentium, следующий:

1. Установка Указателя1 на data[0];
2. Установка Указателя2 на coeff[0];
3. Чтение data[i] в АЛУ;
4. Чтение coeff[i] в АЛУ;
5. Умножение data[i] на coeff[i];
6. Сложение результата i-го умножения с накопленной суммой;
7. Инкремент Указателя1;
8. Инкремент Указателя2;
9. Инкремент i;
10. Если $i \leq M$, переход к п.3 и цикл.

Особенности и характеристики ЦСП

Шаги с 3-го по 8-й (6 элементарных операций) являются базовой операцией МАС и выполняются ЦСП за один машинный цикл. Например, ЦСП TMS320F2812 фирмы Texas Instruments выполняет операцию МАС для $M=3$ за 10 машинных циклов, что соответствует времени 66 нс при тактовой частоте 150 МГц.

Особенности и характеристики ЦСП

5. Объем внутренней памяти (ROM, RAM, Flash, cash). Эти характеристики определяют многие параметры и возможности разрабатываемой системы. Наличие памяти типа ПЗУ (*ROM*), программируемого при изготовлении процессора, позволяет заказывать ЦСП с записанной программой работы системы. Память типа РПЗУ (*flash*) позволяет неоднократно перезаписывать программу и данные в процессоре, в том числе и непосредственно на изготовленной плате системы. Объем и разновидности внутренней ОЗУ определяют возможности построения системы в отношении хранения массивов данных без использования внешней памяти.

Особенности и характеристики ЦСП

6. Объем адресного пространства памяти определяется разрядностью шины адреса и характеризует возможный общий объем памяти, используемой в системе.

7. Порты последовательного ввода-вывода информации. Их количество и разновидности определяют возможности системы с точки зрения связи с различными внешними устройствами.

8. Внутренние периферийные устройства. В процессорах существуют периферийные устройства, которые условно можно разделить на *устройства общего применения* (типа таймеров) и *проблемно-ориентированные устройства* (АЦП, кодеки, компандеры, экспандеры, сопроцессоры и т.д.). Последние облегчают построение специализированных цифровых систем, например, обработки звука.

9. Каналы DMA (Direct Memory Access). Прямой доступ к памяти позволяет общаться с внешними устройствами, в том числе записывать отсчеты входного сигнала (выводить полученные отсчеты выходного сигнала) без использования ресурсов и затрат времени. Наличие нескольких каналов DMA облегчает построение высокопроизводительных систем ЦОС.

Особенности и характеристики ЦСП

10. Потребляемая мощность. Это характеристика процессора, особенно важная при построении переносимых систем с батарейным питанием. Потребляемая мощность существенно зависит от выполняемой программы и, как правило, не приводится. Многие производители предлагают низковольтные (3,3 В, 2,5 В или 1,8 В) версии процессоров, которые потребляют гораздо меньшую мощность, чем 5-вольтовые эквиваленты при той же производительности. Процессор может работать в различных режимах, в том числе в режиме ожидания (*Idle*), при нахождении в котором ряд внутренних модулей отключается и не потребляет энергии.

11. Относительный показатель «Потребляемая мощность / быстродействие». Свойством любых электронных устройств, в том числе и ЦСП, является повышение потребления мощности при увеличении быстродействия. Поэтому используют удельные относительные показатели потребления мощности, отнесенные к единице быстродействия. Иногда в такие удельные показатели включают и стоимость процессора.