Презентация по Алгебре и Началам Анализа

На тему: «Функция y=cos x»

»Просмотр«

Функция y=cos x, её свойства и график

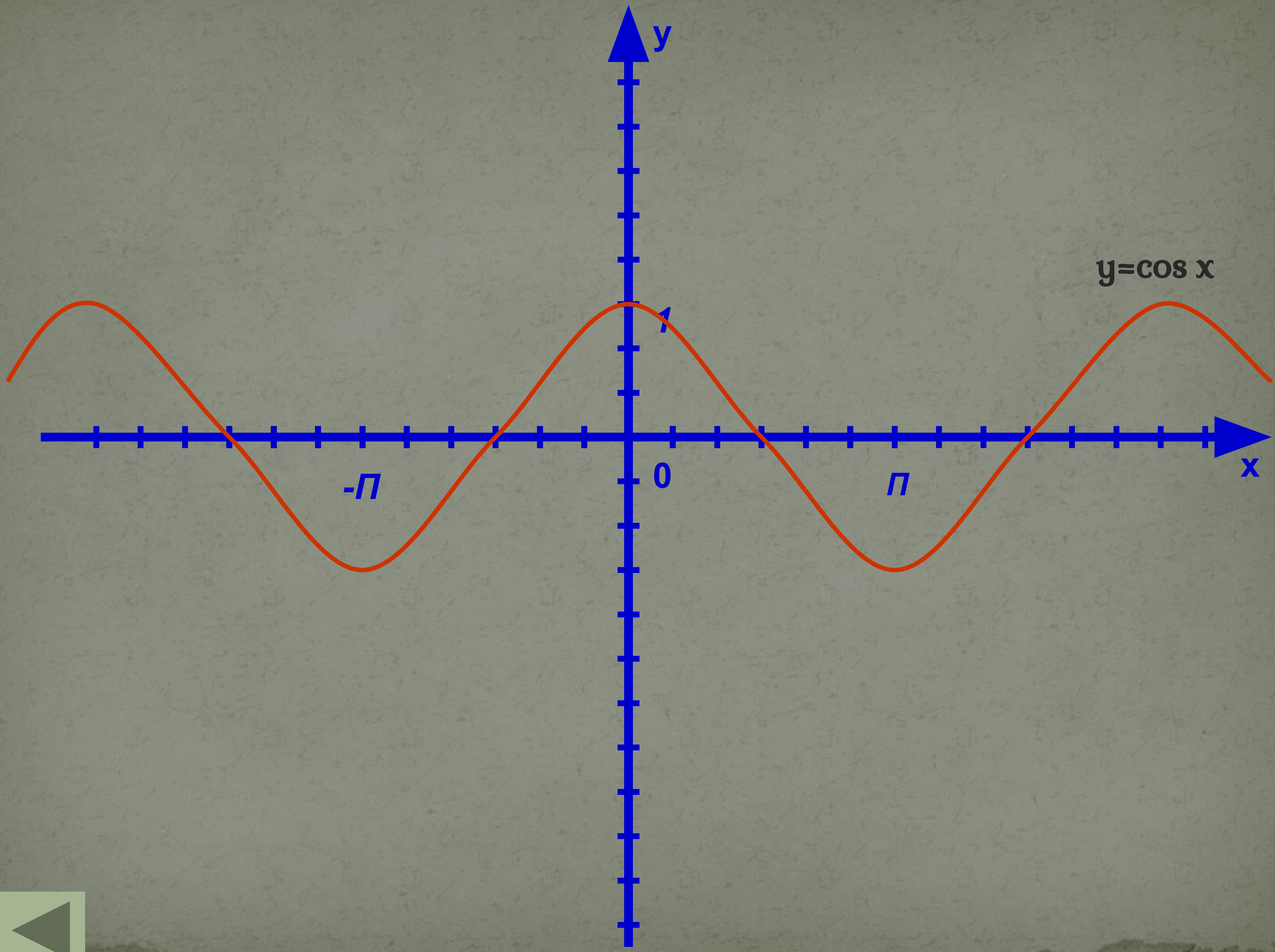
График функции График функции y=cos x

Свойства функции Свойства функции y=cos x

Периодичность функции Периодичность функции y=cos x

Построение графика функции Построение графика функции y=mf(x)Построение графика функции y=mf(x) Построение графика функции y=mf(x), Построение графика функции y=mf(x), где Построение графика функции y=mf(x), где f=cos x

Построение графика функции Построение графика функции y=f(kx)Построение графика функции y=f(kx), Построение графика функции y=f(kx), Построение графика функции y=f(kx), где Построение графика функции y=f(kx), где f=cos x


y
y=cos x
1
0
-П
П
x

Свойства функции y=cos x

1. D (f)= (- ∞;+ ∞)

2. y=cos x – четная функция

3. Функция убывает на отрезке [0; П], возрастает на отрезке [П; 2П] и т. д.

4. Функция ограничена сверху и снизу

5. $y_{наим.}$ = -1(этого значения функция достигает в любой точке вида *x = П+2Пk*);
$y_{наиб.}$ = 1 (этого значения функция достигает в любой точке вида x = *2Пk)*

6. E (f)= [-1; 1]

7. Период функции y=cos x равен *2Пk*

Периодичность функции y=cos x

Определение.

Функцию *y=f(x), x є X*, называют периодической, если существует такое отличное от нуля число *T*, что для любого *x* из множества *X* выполняется двойное равенство

$$f(x-T)=f(x)=f(x+T)$$

Число *T*, удовлетворяющее указанному условию, называют периодом функции *y=f(x)*.

Отсюда следует, что, поскольку для любого x справедливо равенство

$$\cos(x-2П) = \cos x = \cos(x+2П),$$

функция y=cos x является периодической и число 2П служит периодом для этой функции.

Вывод:

Если функция y=f(x) имеет период T, то для построения графика функции нужно сначала построить ветвь(волну, часть) графика на любом промежутке длины T(чаще всего берут промежуток с концами в точках 0 иT или – T/2 и T/2), а затем сдвинуть эту ветвь по оси x вправо и влево на T, 2T, 3T и т.д.

Любое число вида 2Пk, где k=±1, ±2, ±3, … ,является периодом функции y = cos x ; 2П – основной период этой функции.

Основной период функции y=cos kx равен 2П/k

Пример

Найти основной период функции $y=\cos 0{,}5x$

Р е ш е н и е:

Пусть T – основной период функции $y=\cos 0{,}5x$. Положим $f(x)=\cos 0{,}5x$. Тогда

$$f(x+T)=\cos 0{,}5(x+T)=\cos(0{,}5x+0{,}5T)$$

Чтобы число T было периодом функции, должно выполняться тождество $\cos(0{,}5x+0{,}5T)=\cos 0{,}5x$.

Значит, $0{,}5T=2\pi n$. Но, поскольку речь идет об отыскании основного периода, получаем $0{,}5T=2\pi$, $T=4\pi$

Ответ: $T=4\pi$

Как построить график функции $y=mf(x)$, если известен график функции $y=f(x)$, где $m\neq0$

Пример: Построить график функции $y=-1{,}5\cos x$

Решение: 1) Построим график функции $y=\cos x$**, точнее, одну полуволну графика(пунктирная линия на рисунке 1).**

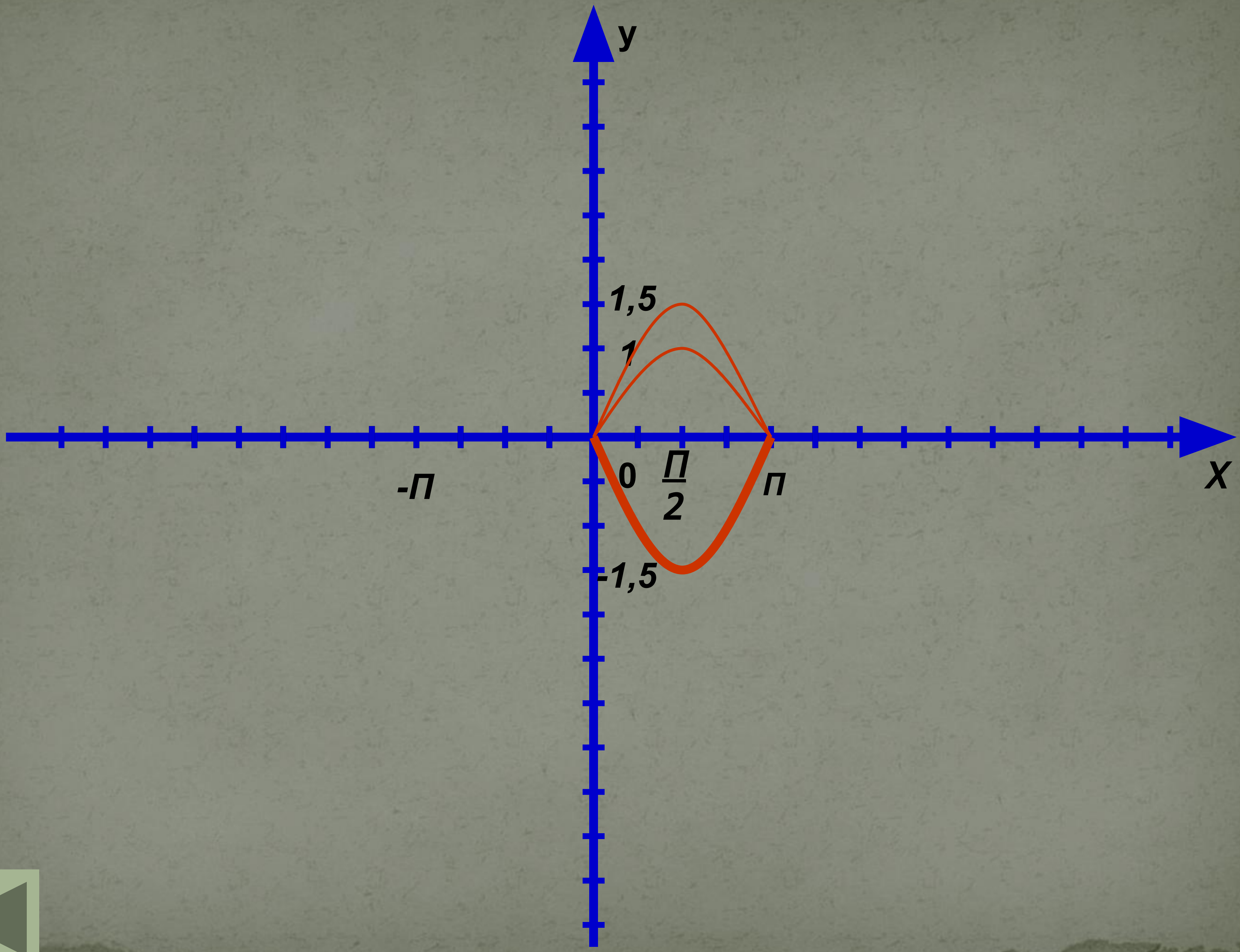
2) Осуществим растяжение построенного графика от оси x **с коофицентом** $1{,}5$**; получим одну полуволну графика функции** $y=1{,}5\cos x$ **(тонкая линия на рис. 1)**

3) Подвергнем построенную полуволну графика функции $y=1{,}5\cos x$ **преобразованию симметрии относительно оси** x**; получим полуволну графика функции** $y=-1{,}5\cos x$ **(она выделена на рис. 1)**

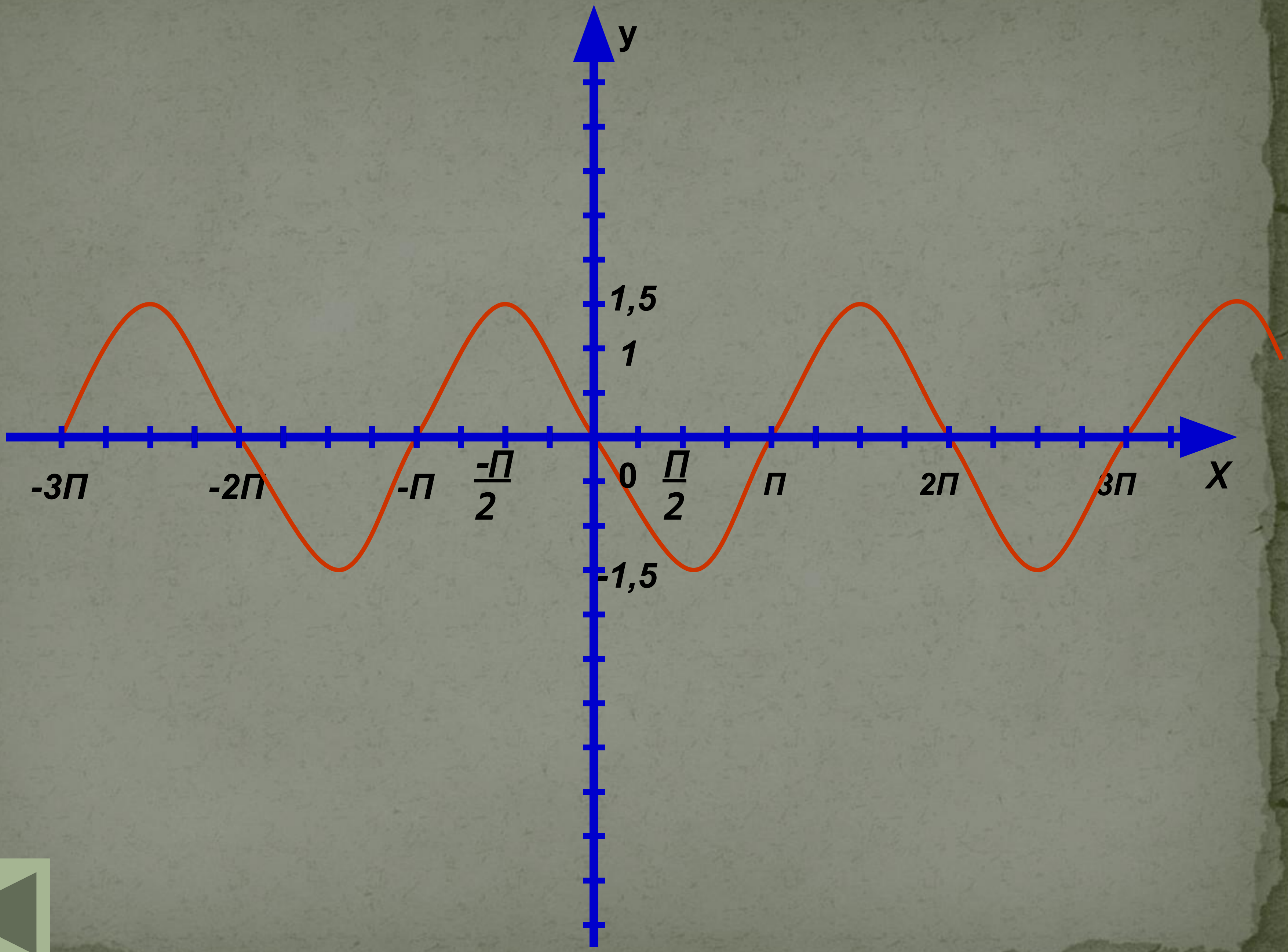
4) С помощью построенной полуволны получаем весь график функции $y=-1{,}5\cos x$ **(рис. 2)**

Рисунок 1

Рисунок 2



y
1,5
1
-1,5
0
-П
П
2
П
X


y
1,5
1
-1,5
0
-3П
-2П
-П
-П/2
П/2
П
2П
3П
X

Как построить график функции $y=f(kx)$, если известен график функции $y=f(x)$, где $k \neq 0$

Рассмотрим несколько случаев.

Задача №1

Задача №2

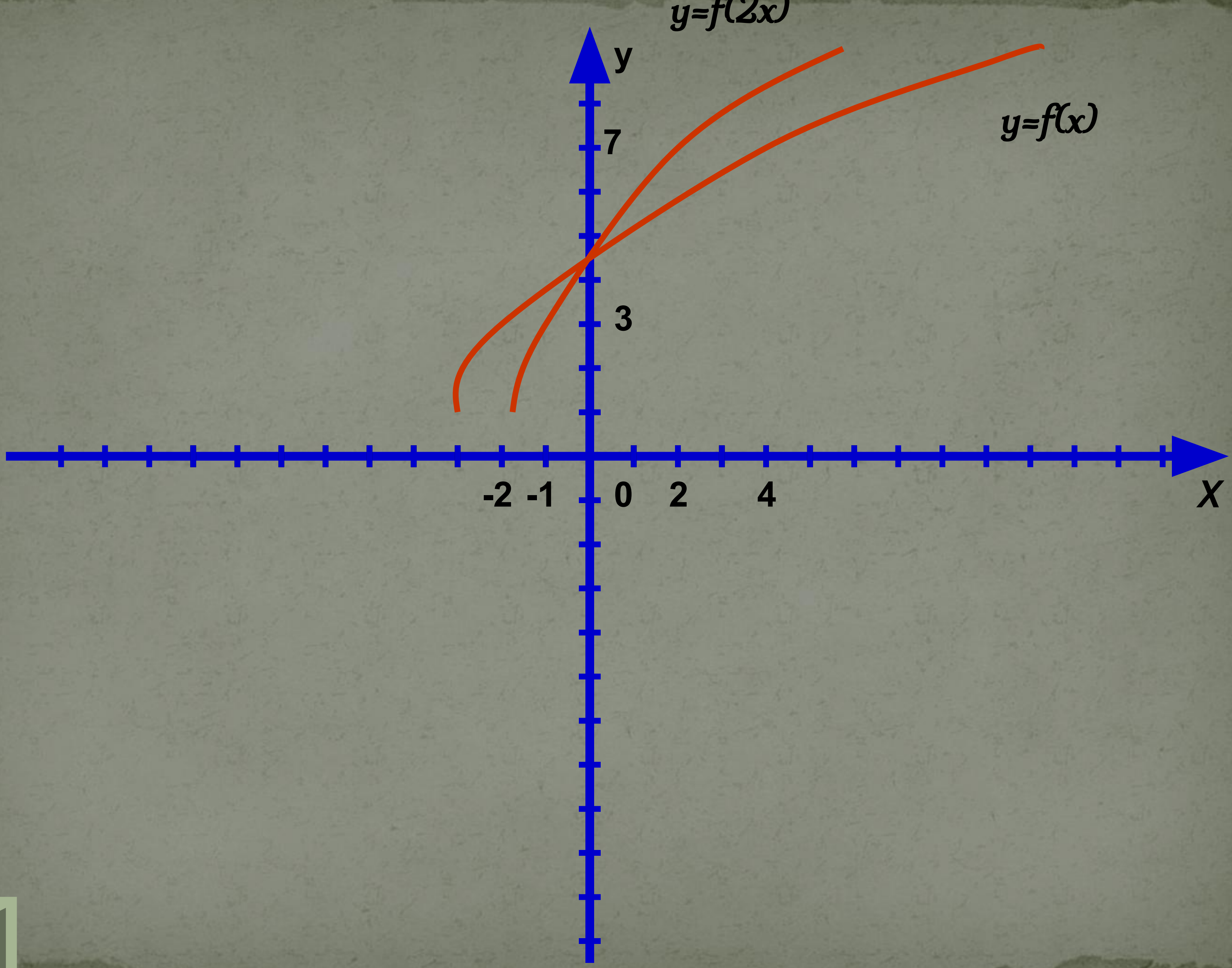
Задача №3

Зная график функции y=f(x), построить график функции y=f(kx), где k – положительное число, и k=2

Пусть на графике функции y=f(x) имеются точки (4; 7) и (-2; 3). Это значит, что f(4)=7 и f(-2)=3. Если x=2, то y = f(2x) = f(2*2) = f(4) = 7. Значит, на графике функции y= f(2x) есть точка (2; 7). Далее, если x= -1, то y = f(2x) = f(-1*2) = f(-2) = 3. Значит, на графике функции y=f(2x) есть точка (-1; 3). Итак, на графике y=f(x) есть точки (4; 7) а на графике y=f(2x) есть точки (2; 7) и (-1; 3), т. е. точки с той же ординатой, но с абсциссой в два раза меньшей (по модулю). Так же обстоит дело и с другими точками графика функции y-f(x), когда мы переходим к графику функции y-f(x) (рис. 1). Такое преобразование называют сжатием к оси ординат с коофицентом 2.

[Рисунок 3]

[Пример]


y=f(2x)
y
7
y=f(x)
3
-2 -1 0 2 4
X

Построить график функции $y=\cos 2x$

Решение:

Построим полуволну графика функции $y=\cos x$ (пунктирная линия на рис. 4) и осуществим её сжатие к оси y с коофицентом 2; получим одну полуволну искомого графика функции $y=\cos 2x$ (рис.4). Затем построим весь график (рис. 5)

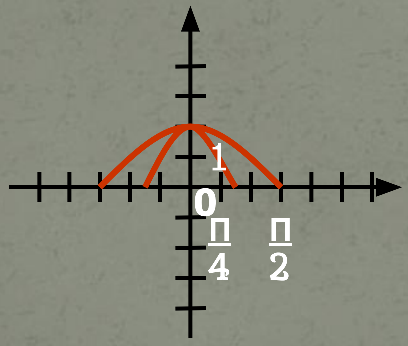


Рисунок 4

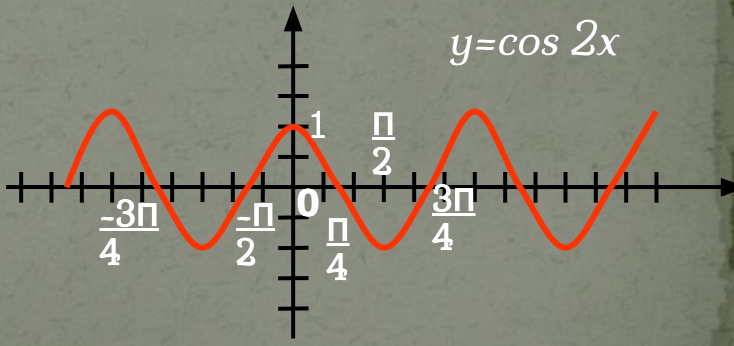


Рисунок 5

Зная график функции $y=f(x)$ построить график функции $y=f(kx)$, где $k=-1$.

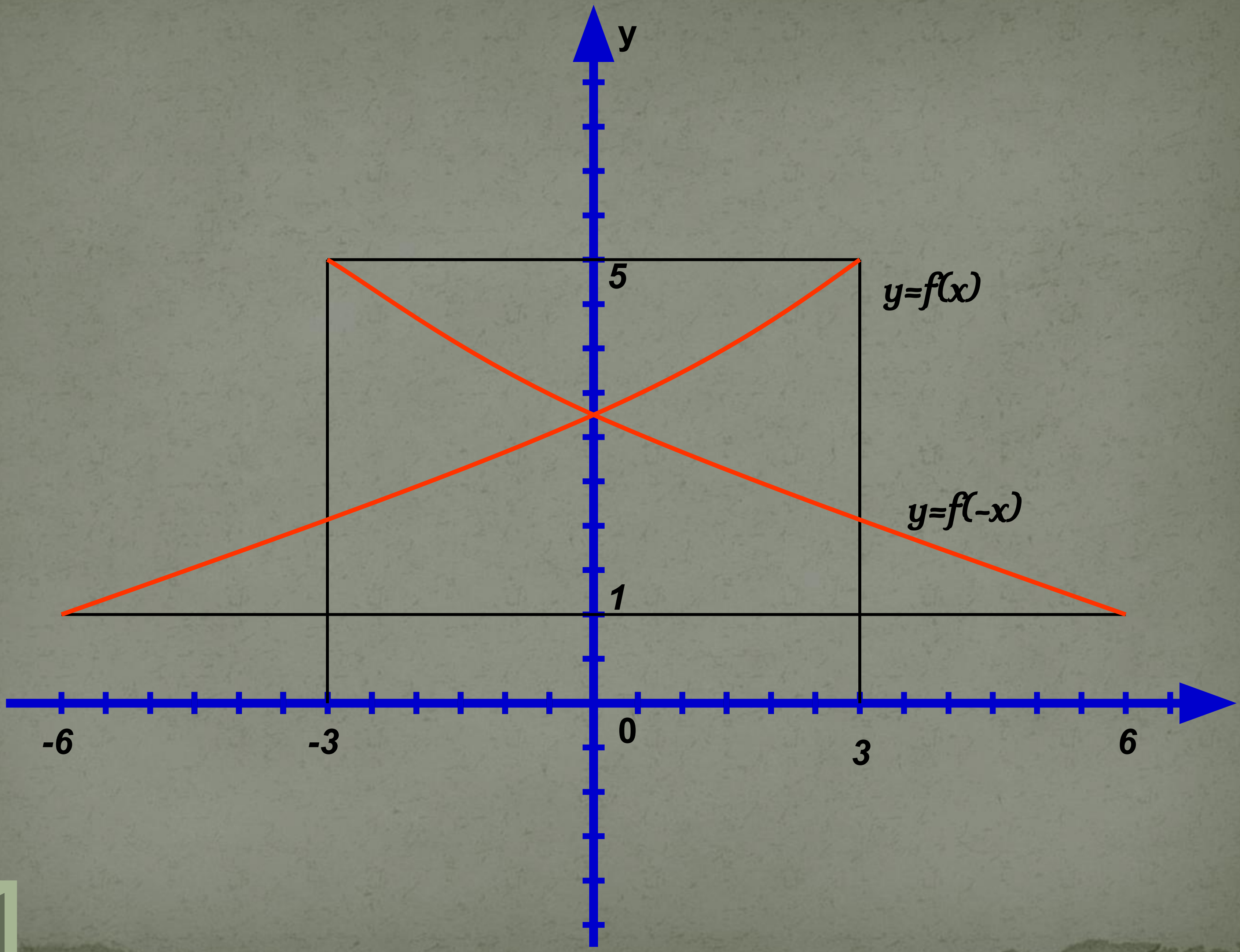
Речь идет о построении графика функции $y=f(-x)$. Предположим, что на графике функции $y=f(x)$ есть точки (3; 5) и (-6; 1). Это значит, что $f(3)=5$, а $f(-6)=1$, Соответственно на графике функции $y=f(-x)$ имеется точка (-3; 5), т. к. при подстановке в формулу $y=f(-x)$ значения $x=-3$ получим $y=f(3)=5$. Аналогично убеждаемся, что графику функции $y=f(-x)$ принадлежит точка (6; 1).

Итак, точке (3; 5), принадлежащей графику функции $y=f(x)$, соответствует точка (-3; 5), принадлежащей графику функции $y=f(-x)$; точке (-6; 1), принадлежащей графику функции $y=f(x)$, соответствует точка (6; 1), принадлежащей графику функции $y=f(-x)$. Указанные пары точек симметричны относительно оси y (рис. 6)

Обобщая эти рассуждения, приходим к следующему выводу: *график функции $y=f(-x)$ можно получить из графика функции $y=f(x)$ с помощью преобразования симметрии относительно оси y.*

З а м е ч а н и е. Если речь идет о построении графика функции $y=f(-x)$, то обычно проверяют, является ли функция $y=f(x)$ четной или нечетной. Если $y=f(x)$ - четная функция, то график функции $y=f(-x)$ совпадает с графиком функции $y=f(x)$. Если $y=f(x)$ - нечетная функция, то вместо графика функции $y=f(-x)$ можно построить график функции $y=-f(x)$.

Рисунок 6



y
5
y=f(x)
y=f(-x)
1
-6
-3
0
3
6

Зная график функции $y=f(x)$, построить график функции $y=f(kx)$, где k – отрицательное число.

При $k<0$ справедливо равенство $f(kx) = f(-|k|x)$. Значит, речь идет о построении графика функции $y=f(-|k|x)$. Это можно сделать в три шага:

1) **Построить график функции $y=f(x)$;**
2) **Осуществить его сжатие (или растяжение) к оси y с коофицентом $|k|$;**
3) **Сжатый (или растянутый) график подвергнуть преобразованию симметрии относительно оси y.**

Пример

Построить график функции $y=-3\cos(-2x)$.

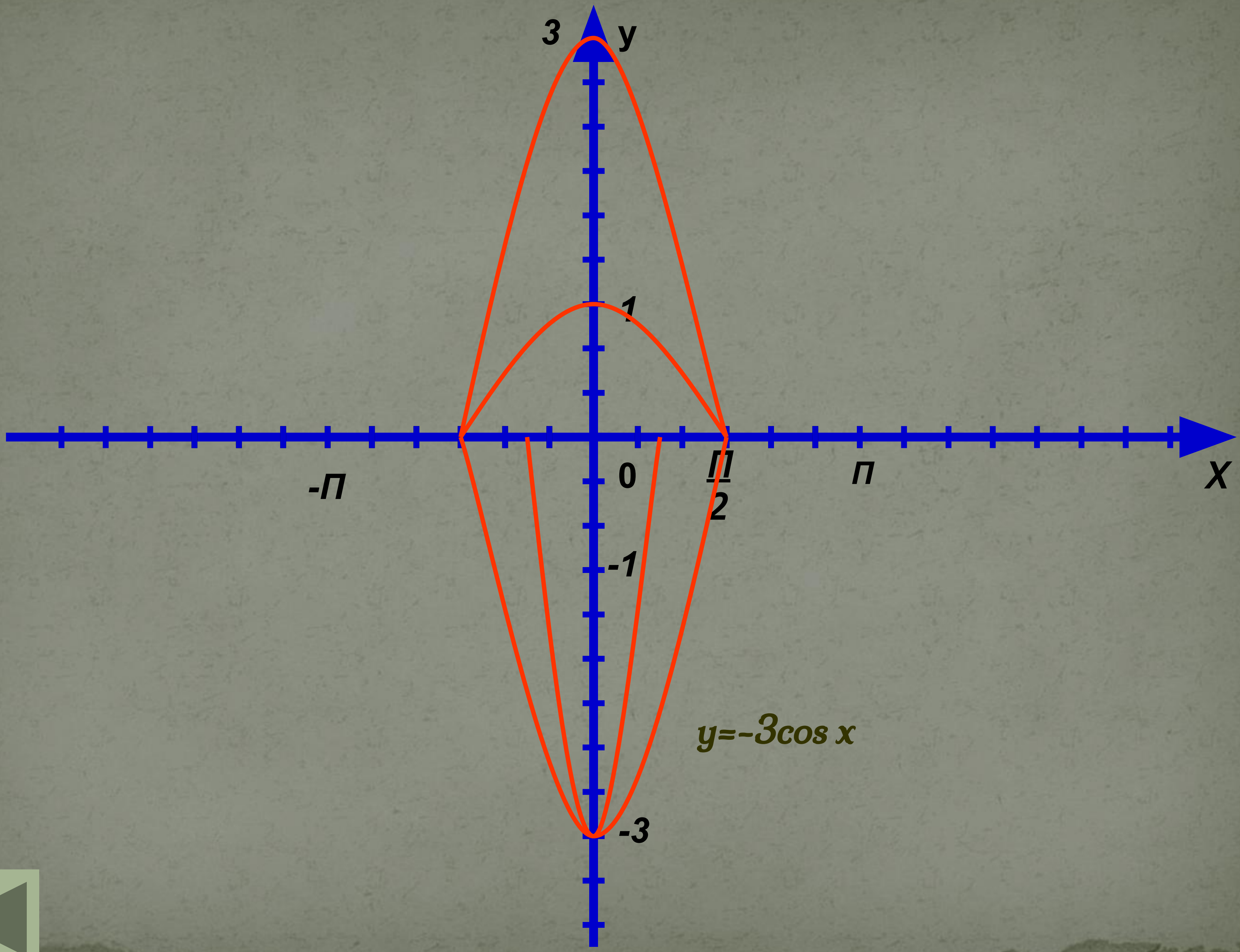
Р е ш е н и е:

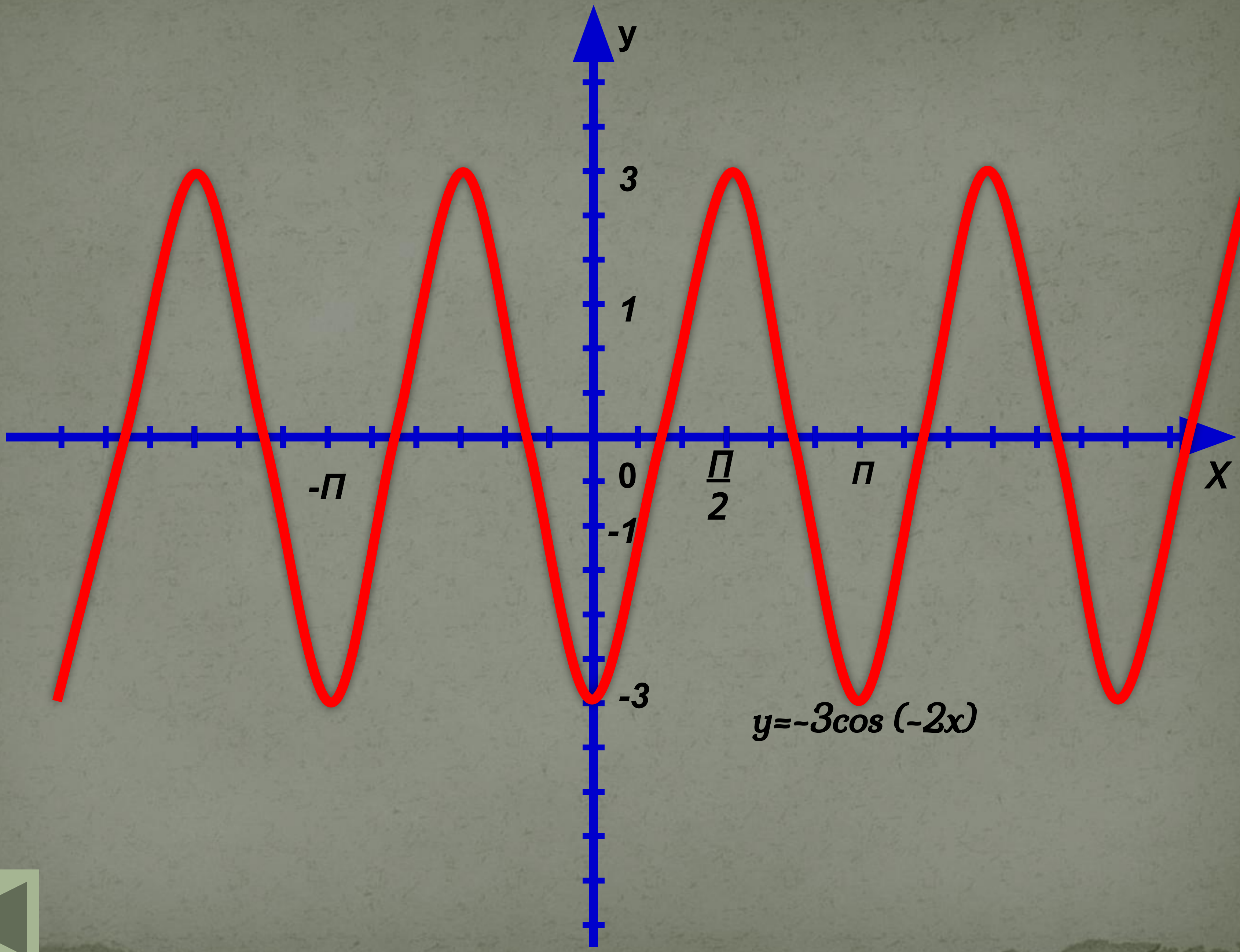
Заметим прежде всего, что $\cos(-2x)=\cos 2x$.

1) Построим график функции $y=\cos x$, точнее, одну полуволну графика (рис. 7. Все предварительные построения обозначены пунктирными линиями)
2) Осуществим растяжение построенного графика от оси x с коофицентом 3; получим одну полуволну графика функции $y=3\cos x$.
3) Подвергнем построенную полуволну графика функции $y=3\cos x$ преобразованию симметрии относительно оси x; получим полуволну графика функции $y=-3\cos x$.
4) Осуществим для полуволны графика функции $y=-3\cos x$ сжатие к оси y с коофицентом 2; получим полуволну графика функции $y=-3\cos 2x$ (рисю7, сплошная линия).
5) С помощью полученной полуволны построим весь график (рис. 8)

Рисунок 7

Рисунок 8


3
y
1
0
-П
П
2
П
X
-1
-3
y=-3cos x


y
3
1
0
-1
-3
-П
П
2
П
X
y=-3cos (-2x)