

Дифференцирование показательной и логарифмической функции

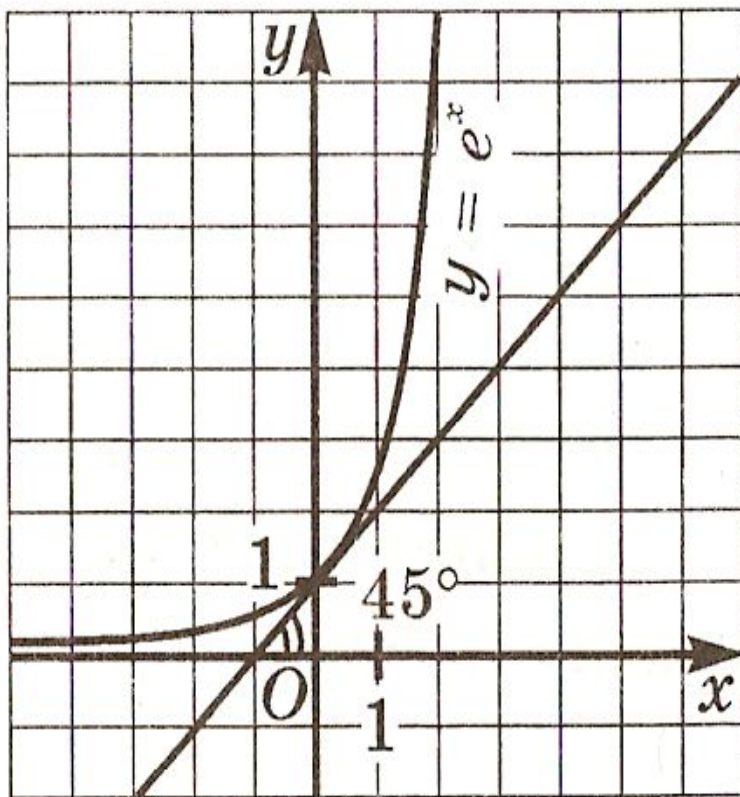


Установлено, что e – иррациональное число, т. е. представляет собой бесконечную непериодическую десятичную дробь:

$$e = 2,7182818284590\dots ;$$

На практике обычно полагают, что $e \approx 2,7$.

График и свойства функции $y = e^x$:



- 1) $D(f) = (-\infty; +\infty)$;
- 2) не является ни четной, ни нечетной;
- 3) возрастает;
- 4) не ограничена сверху, ограничена снизу
- 5) не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значения;
- 6) непрерывна;
- 7) $E(f) = (0; +\infty)$;
- 8) выпукла вниз;
- 9) дифференцируема.

Функцию $y = e^x$ называют **экспонентой**.

В курсе математического анализа доказано, что функция $y = e^x$ имеет производную в любой точке x :

$$(e^x)' = e^x$$

$$(e^{5x})' = 5e^{5x}$$

$$(e^{x-3})' = e^{x-3}$$

$$(e^{-4x+1})' = -4e^{-4x-1}$$

Пример 1.

Вычислить значение производной функции $y = e^{4x-12}$ в точке $x = 3$.

Решение:

$$y' = (e^{4x-12})' = 4e^{4x-12}$$

$$y'(3) = (e^{4 \cdot 3 - 12})' = 4e^0 = 4$$

Ответ: 4

Если основанием логарифма служит число e , то говорят, что задан **натуральный логарифм**. Для натуральных логарифмов введено специальное обозначение **\ln** (l – логарифм, n – натуральный).

$$\ln x = \log_e x$$

$$\log_e 2 = \ln 2$$

$$\log_e 7 = \ln 7$$

$$\ln 1 = 0;$$

$$e^{\ln x} = x;$$

$$\ln e = 1;$$

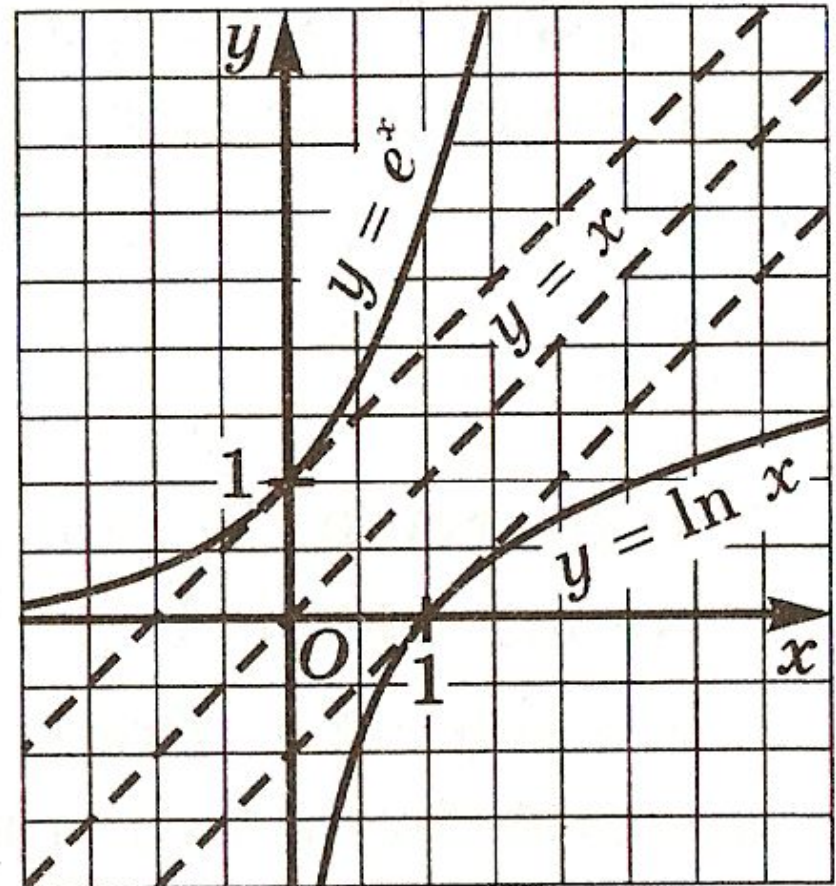
$$\ln e^r = r;$$

$$\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}.$$

График и свойства функции $y = \ln x$

Свойства функции $y = \ln x$:

- 1) $D(f) = (0; +\infty)$;
- 2) не является ни четной, ни нечетной;
- 3) возрастает на $(0; +\infty)$;
- 4) не ограничена;
- 5) не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений;
- 6) непрерывна;
- 7) $E(f) = (-\infty; +\infty)$;
- 8) выпукла вверх;
- 9) дифференцируема.



$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

Пример 2:

Вычислить значение производной функции $y = \ln(3x + 5)$ в точке $x = -1$.

Решение:

$$y' = \left(\ln(3x + 5) \right)' = 3 \cdot \frac{1}{3x + 5} = \frac{3}{3x + 5};$$

$$f'(-1) = \frac{3}{3 \cdot (-1) + 5} = 1,5.$$

Ответ: 1,5