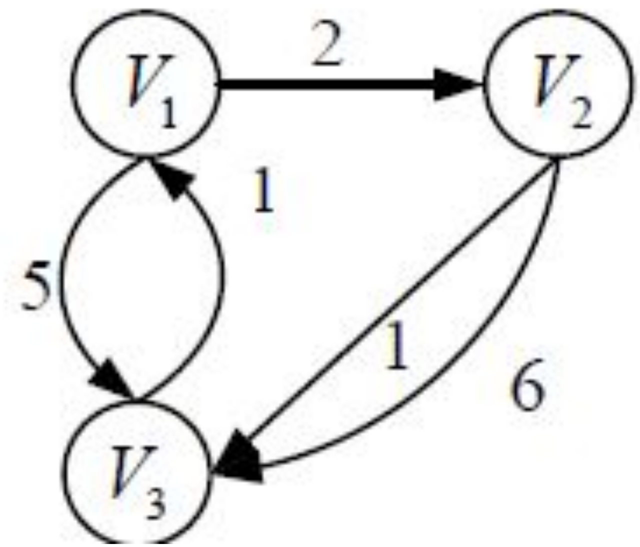
Поиск пути наименьшей длины

Поиск расстояния между всеми парами вершин. Алгоритм Уоршалла-Флойда

Вход: матрица C длин дуг.
Выход: матрица T длин путей и матрица H самих путей.

```
for г from 1 to p do
   for j from 1 to p do
      T[i,j]  = C[i,j] { инициализация }
      if C[i,j] = ∞ then H[i, j] = 0 { нет дуги из i в j }
           else H[i,j]: =j
  end
end
```

```
for i from 1 to p do
   for j from 1 to p do
      for k from 1 to p do
         if i≠ j & T[j, i] ≠ ∞ & i ≠k & T[i,k] ≠ ∞ &
                     (T[j, k] = ∞ V T[j, k] > T[j,i] + T[i,k])
          then H[j,k] = H[j, i] { запомнить новый путь }
                  T[j,k]: = T[j, i] + T[i, k] { и его длину }
       end
   end
   for j from 1 to p do
       if T[j,j]<0 then stop { нет решения}
   end
end
```



$D^{(3)}$	V_1	V_2	V_3
V_1	4	2	3
V_2	2	4	1
V_3	1	3	4

.

Пусть G =<V,E> – взвешенный орграф без петель.
Поиск пути наименьшей длины между вершинами *s* (начало) и *t*(конец).

Алгоритм Дейкстры

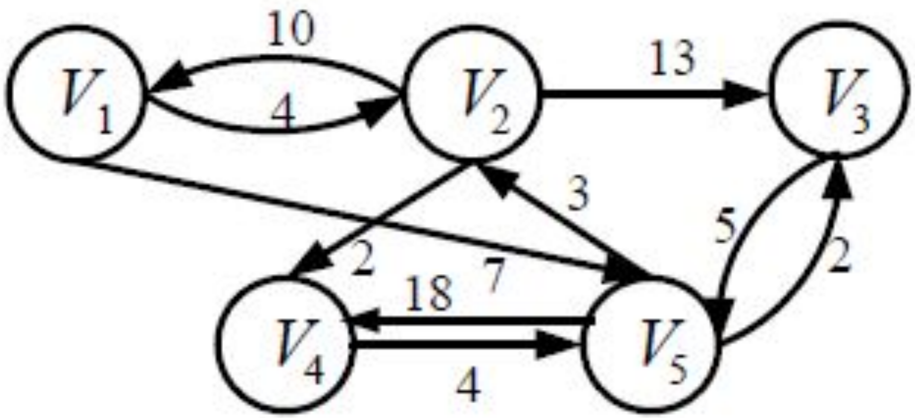
Вход: орграф G(V,E), заданный матрицей длин дуг C pXp
s и t — вершины графа.
Выход: векторы T и H длиной p.
Если вершина v лежит на кратчайшем пути от s к t,
то T[v] — длина кратчайшего пути от s к v;
H[v] — вершина, непосредственно предшествующая v на кратчайшем пути.

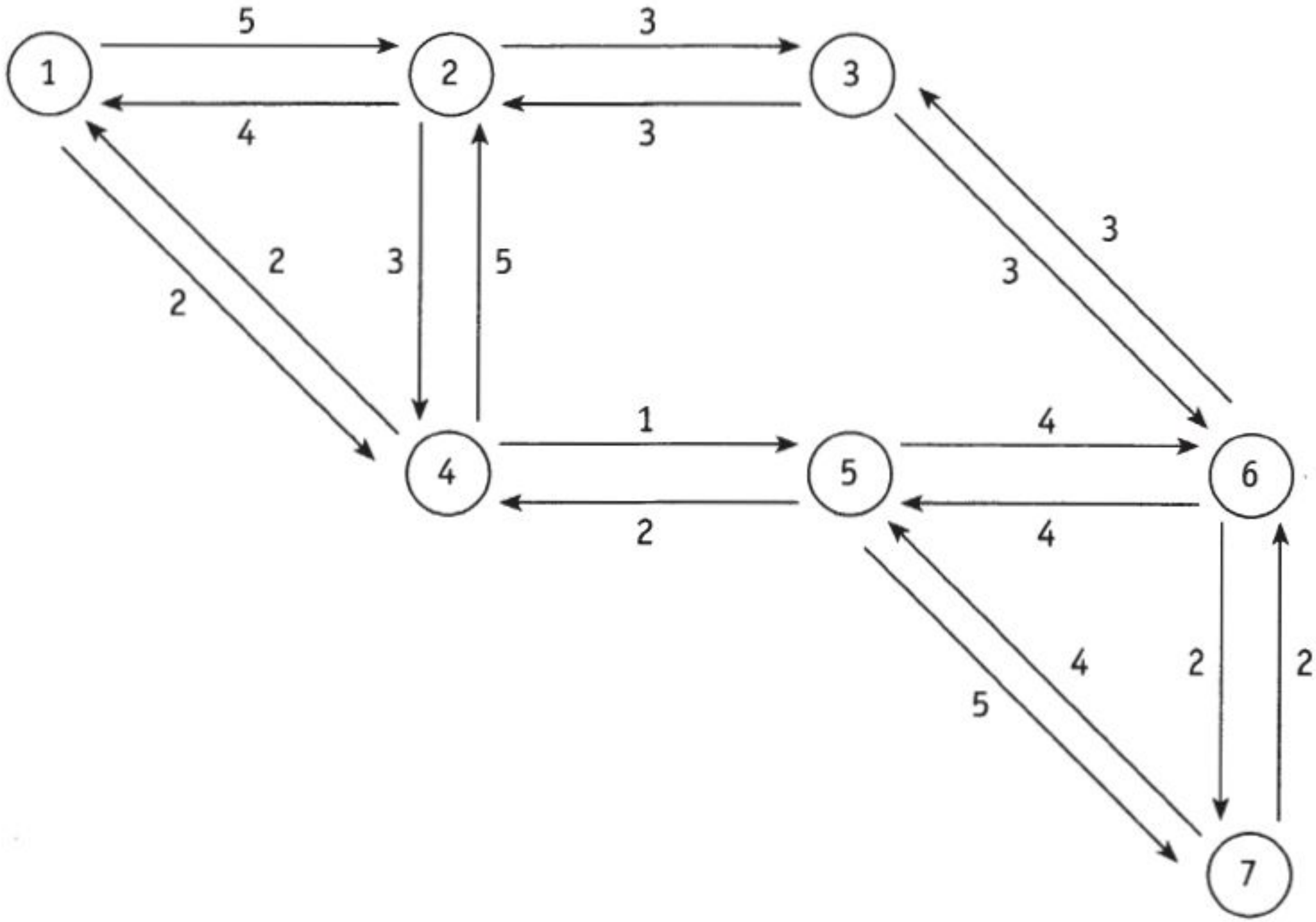
```
for v from 1 to p do
    T[v] = ∞ { кратчайший путь неизвестен }
    X [v] = 0 { все вершины не отмечены }
end
```

```
H[s]: = 0; T[s]: = 0; X [s] = 1
v = s { текущая вершина }
M: { обновление пометок }
for u in Г(v) do
  if X[u] = 0 & T[u] > T[v] + C[v, u]
      then T[u]=T[v]+C[v,u] { найден более короткий путь }
           H[u] = v { запоминаем его }
end
m = ∞; v=0 { поиск конца кратчайшего пути }
for u from 1 to p do
   if X[u] = 0 & T[u] < m
       then v= u; m: = T[u]
end
if v = 0 then
   stop { нет пути из s в t }
if v = t then stop { найден кратчайший путь из s в t }
X[v] = 1 { найден кратчайший путь из s в v }
goto M
```

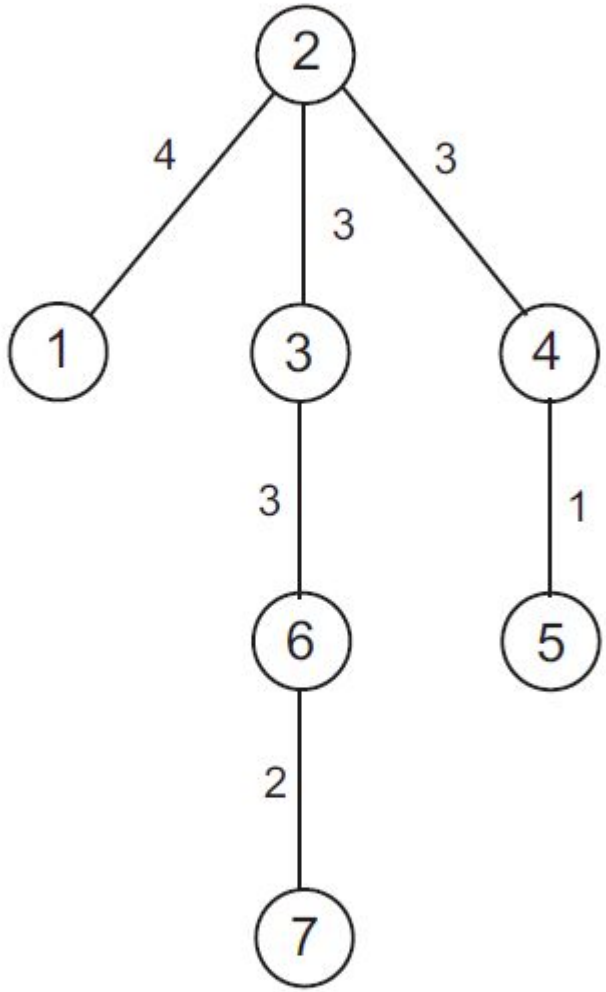
Пример

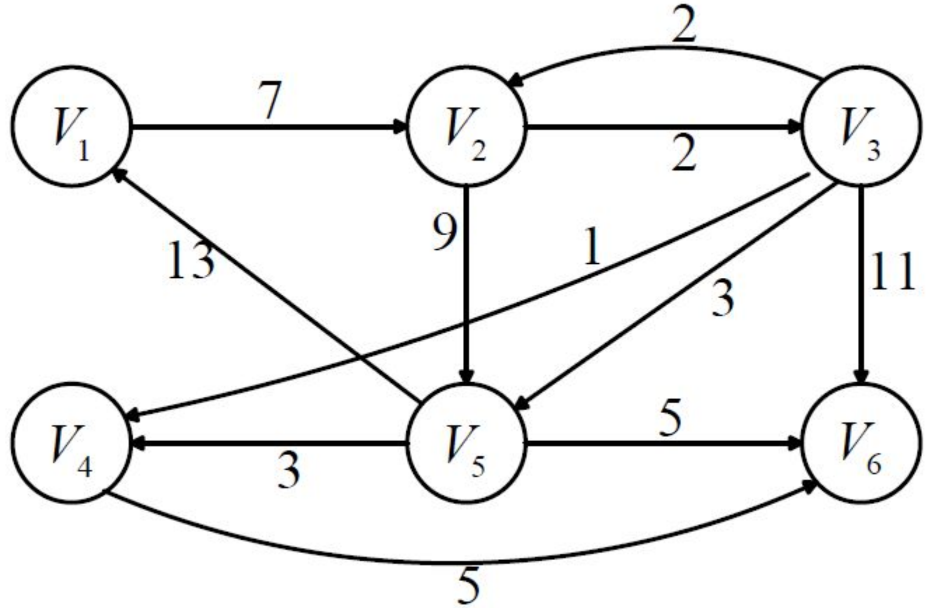
:




1
2
3
4
5
6
7
5
4
3
3
2
2
3
5
3
3
1
2
4
4
5
4
2
2

Отмеченные вершины	Расстояние до вершины 1	2	3	4	5	6	7	Неотмеченные вершины
2	4	0	**3**	3	∞	∞	∞	1, 3, 4, 5, 6, 7
3	4	0	3	**3**	∞	6	∞	1, 4, 5, 6, 7
4	4	0	3	3	**4**	6	∞	1, 5, 6, 7
5	**4**	0	3	3	4	6	9	1, 6, 7
1	4	0	3	3	4	**6**	9	6, 7
6	4	0	3	3	4	6	**8**	7
7	4	0	3	3	4	6	8	


2
4
3
3
1
3
4
3
1
6
5
2
7



Используя Алгоритм Дейкстры найти минимальный путь и длину:

1) от вершины V_2 до вершины V_4;
2) от вершины V_1 до вершины V_5;
3) от вершины V_1 до вершины V_4.

Алгоритм Беллмана-Форда

За 1 доллар США можно купить О. 7292 евро.
За 1 евро можно купить 105.374 японской иены.
За 1 японскую иену можно купить 0.3931 российского рубля.
За 1 российский рубль можно купить 0.0341 доллара США.

Кормен, Томас Х.
Алгоритмы: вводный курс.
М.: ООО "И.Д. Вильямс", 2014.