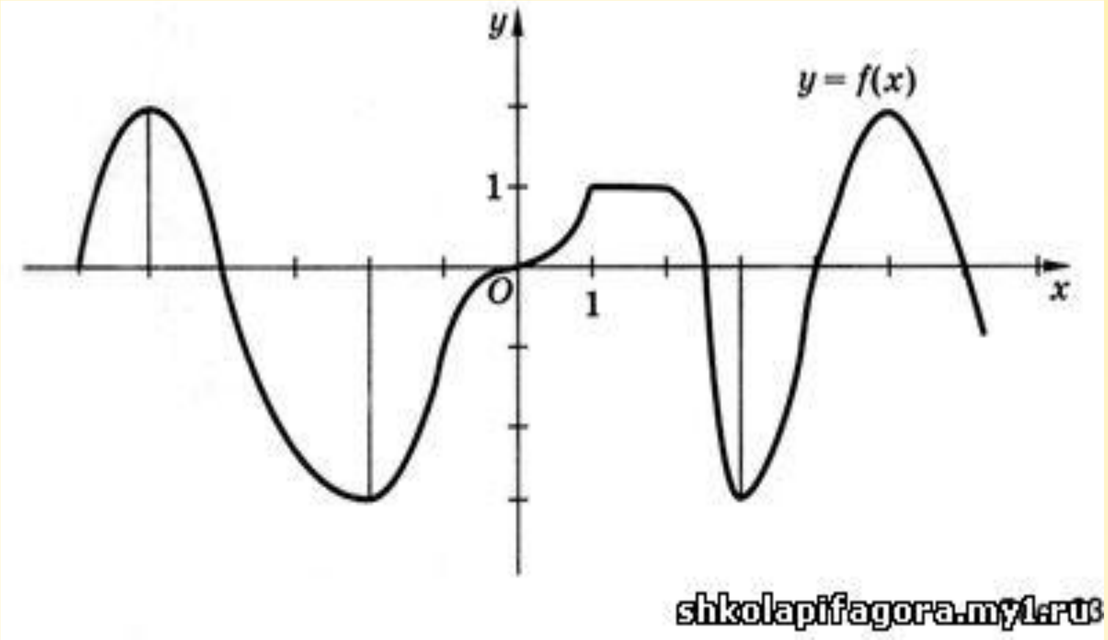
Урок № 38

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ



План урока

1 Повторяем производную функции
2 Новый материал (3 теоремы)
3 Решение задач
4 Запись ДЗ

Функции, как и живые существа, характеризуются своими особенностями.

П. Монтель

Правила дифференцирования

$$(U+V)' = U' + V'$$

$$(C\cdot U)' = C\cdot U'$$

$$(U\cdot V)' = U'\cdot V + U\cdot V'$$

$$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'\cdot V - U\cdot V'}{V^2}$$

$$\left(f(\underbrace{g(x)}_{U})\right)' = f'(U)\cdot g'(x)$$

Формулы дифференцирования

$$C' = 0 \qquad x' = 1$$

$$\left(x^n\right)' = n \cdot x^{n-1} \qquad \left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\left(e^x\right)' = e^x$$

$$\left(a^x\right)' = a^x \cdot \ln a$$

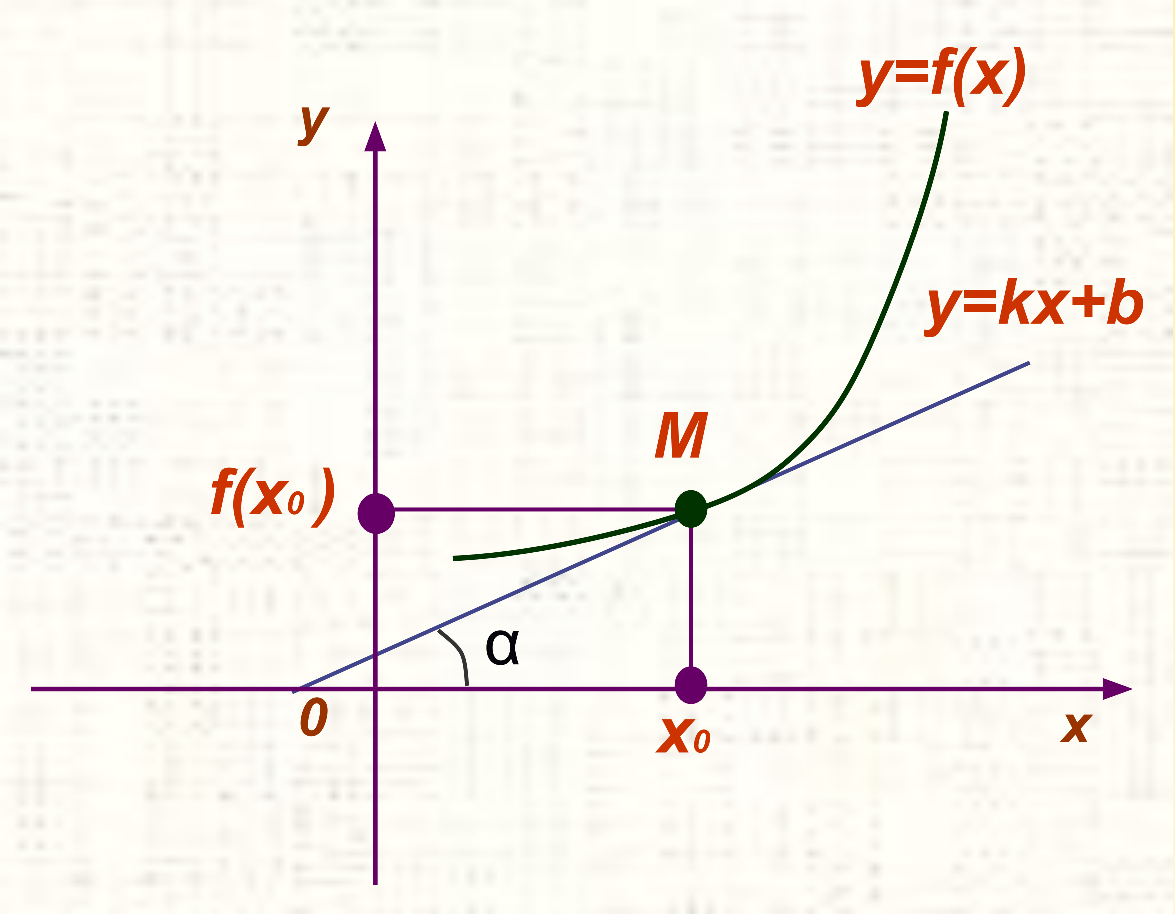
$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x} \qquad (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

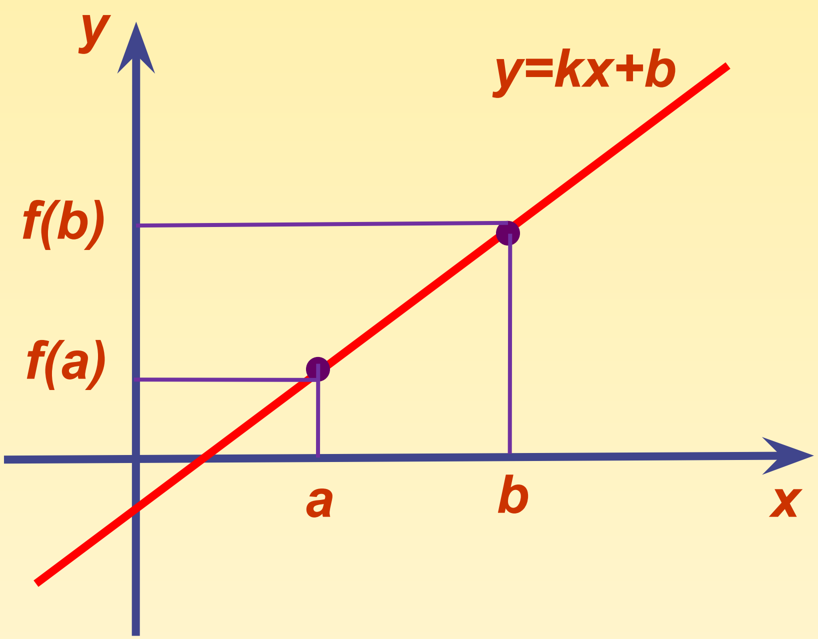
$$(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x} \qquad (ctgx)' = \frac{-1}{\sin^2 x}$$

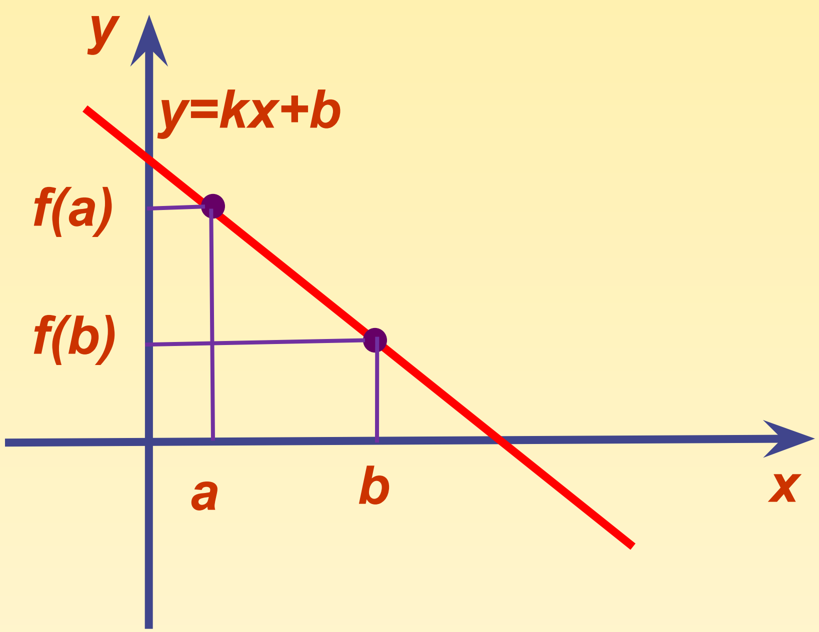
Геометрический смысл производной



$$y'(x_0) = k = tg\alpha$$

Возрастающие и убывающие функции





Функция возрастающая, если

$$a < b$$

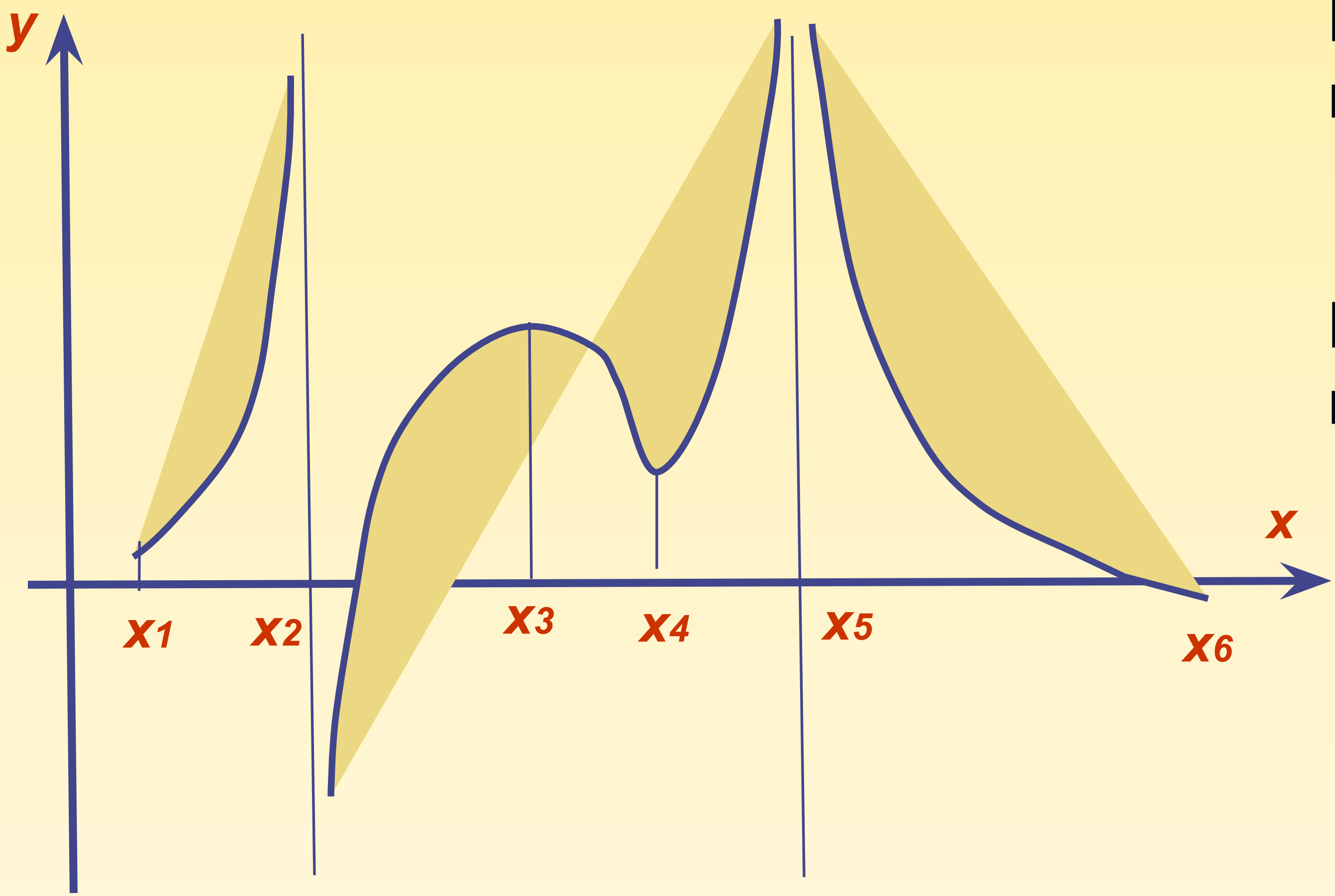
$$f(a) < f(b)$$

Функция убывающая, если

$$a < b$$

$$f(a) > f(b)$$

Возрастание и убывание функции



Вывод:

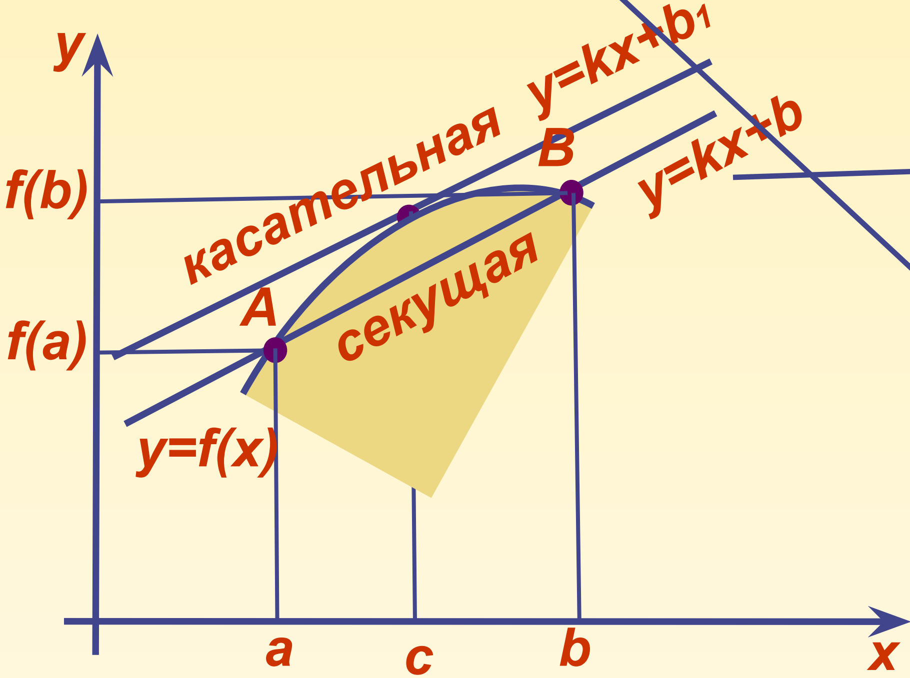
Если f ' (x) > 0 на I , то f(x) ↗ на I

Если f ' (x) < 0 на I , то f(x) ↘ на I

Знак f ' (x)	**Промежуток**	**Монотонность f(x)**
+	$I = (x_1; x_2)$	возрастает

Теорема Лагранжа

Теорема 1:
Если функция y=f(x) непрерывна на [a;b] и дифференцируема на (a;b),
то существует c Є (a;b) такое, что
f(b)-f(a)=f '(c)(b-a)



$$k = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Достаточное условие возрастания функции

Теорема 2:
Если функция $y=f(x)$ дифференцируема на $(a;b)$,
и $f'(x)>0$ для всех x Є $(a;b)$,
то функция $y=f(x)$ возрастает на $(a;b)$.

Достаточное условие убывания функции

Теорема 3:
Если функция $y=f(x)$ дифференцируема на $(a;b)$,
и $f'(x)<0$ для всех x Є $(a;b)$,
то функция $y=f(x)$ убывает на $(a;b)$.

Дано:

Доказать:

Доказательство:

№ 900(1,3,5,7),902(1,3),903(1,3),904(1),905(1)

900 Найти интервалы возрастания и убывания функции:

1) $y = x^2 - x$;
2) $y = 5x^2 - 3x - 1$;
3) $y = x^2 - 2x$;
4) $y = x^2 + 12x - 100$;
5) $y = x^3 - 3x$;
6) $y = x^4 - 2x^2$;
7) $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 40$;
8) $y = x^3 - 6x^2 + 9$.

901 Построить эскиз графика непрерывной функции $y = f(x)$, определенной на отрезке $[a; b]$, если:

1) $a = 0,\ b = 5,\ f'(x) > 0$ при $0 < x < 5,\ f(1) = 0,\ f(5) = 3$;

2) $a = -1, b = 3, f'(x) < 0$ при $-1 < x < 3, f(0) = 0, f(3) = -4$.

Найти интервалы возрастания и убывания функции (902—905).

902 1) $y = \dfrac{1}{x+2}$; 2) $y = 1 + \dfrac{2}{x}$; 3) $y = -\sqrt{x-3}$; 4) $y = 1 + 3\sqrt{x-5}$.

903 1) $y = \dfrac{x^3}{x^2+3}$;
2) $y = \dfrac{(x-2)(8-x)}{x^2}$;
3) $y = (x-1)e^{3x}$;
4) $y = xe^{-3x}$.

904 1) $y = e^{x^2-3x}$;
2) $y = 3^{x^2-x}$.

905 1) $y = x - \sin 2x$;
2) $y = 3x + 2\cos 3x$.

Домашнее задание с урока 38

Учебник Алгебра 10-11 кл.
§ 49, с. 261-264,
№ 900(2,4,6,8), 902(2,4),
903(2,4), 904(2), 905(2)