ГЕОМЕТРИЯ. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ТЕТРАДЬ.

7 КЛАСС

Начальные Геометрические сведения

ГЕОМЕТРИЯ

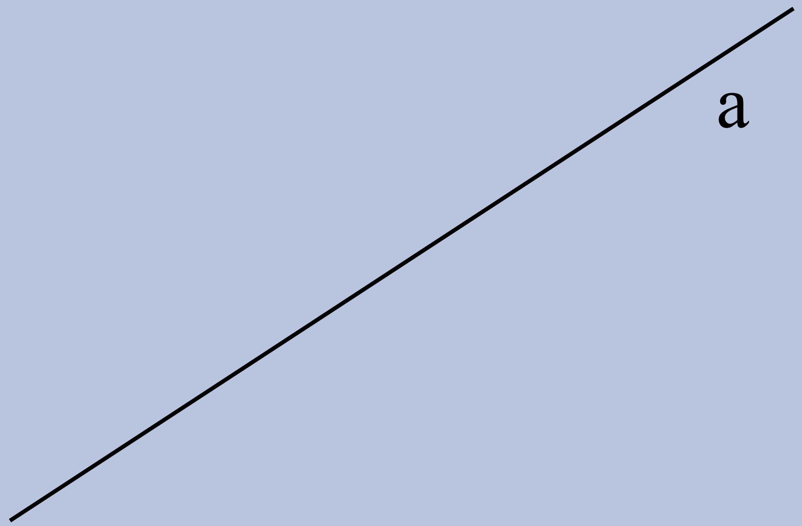
Геометрия изучает:
-форму
-размер
-взаимное расположение объектов.

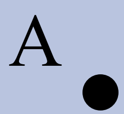
Геометрическая фигура – это мысленный образ объектов, лишённый всех свойств, кроме формы и размеров.

ВВЕДЕНИЕ НОВОГО ОБЪЕКТА

1. Изобразить
2. Определить
3. Обозначить
4. Написать

ПРОСТЕЙШИЕ ФИГУРЫ ПЛАНИМЕТРИИ

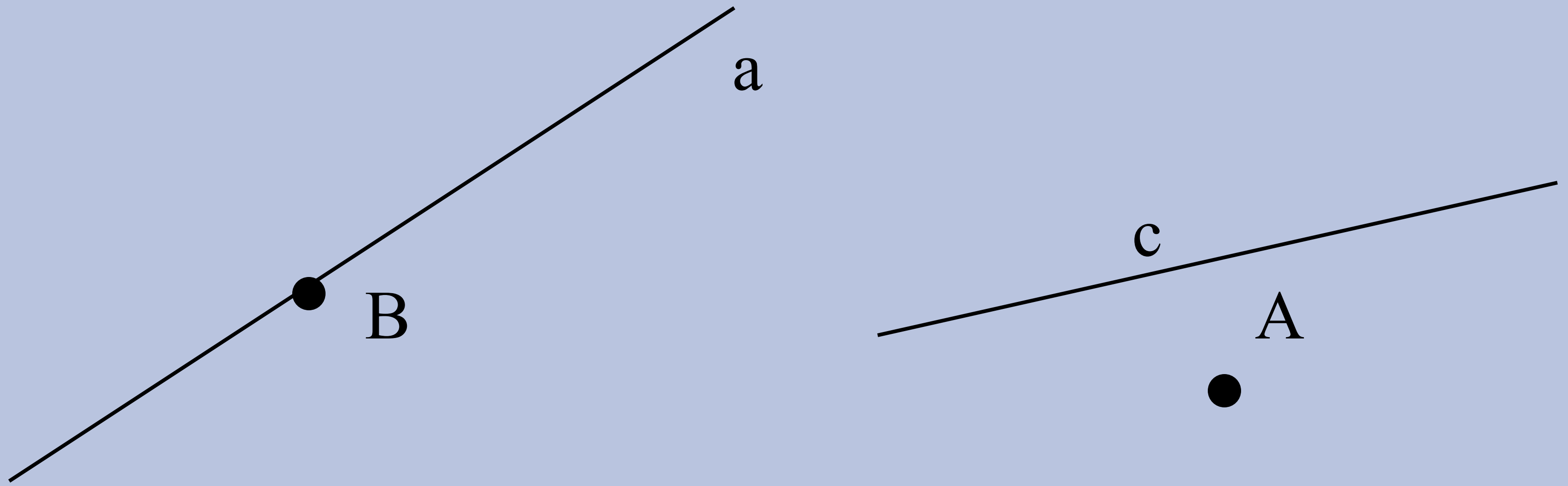




Прямая a

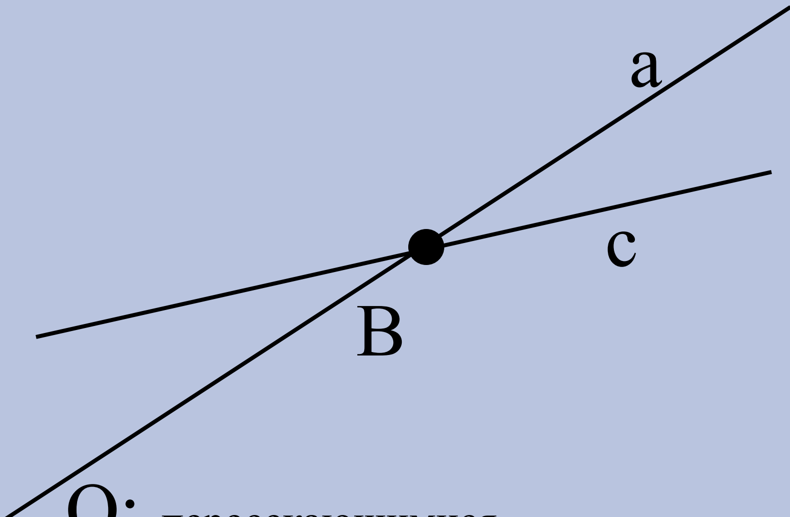
(.) A

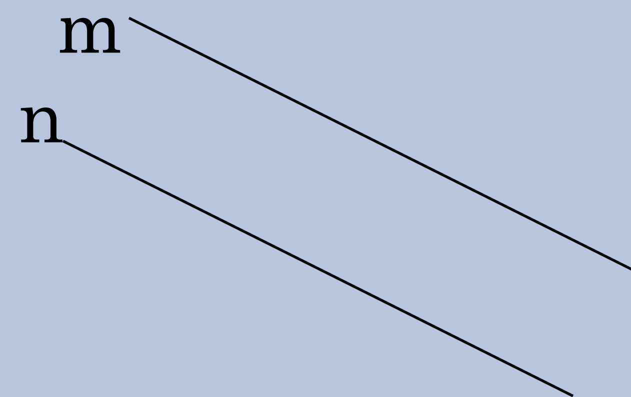
ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ТОЧКИ



$B \in a$ $\qquad\qquad$ $A \notin c$

ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПРЯМЫХ





О: пересекающимися прямыми называются две прямые, имеющие общую точку.

$a \cap c = B$

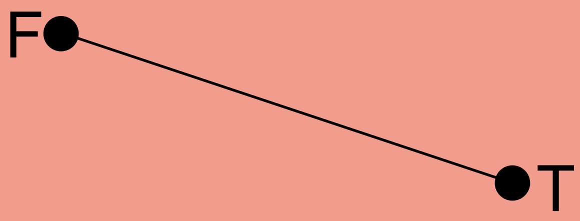
О: параллельными прямыми называются две прямые, лежащие в одной плоскости и не имеющие общих точек

$m \parallel n$

АКСИОМЫ ПЛАНИМЕТРИИ

1. Каждой прямой принадлежат по крайней мере две точки
2. Имеются по крайней мере три точки, не лежащие на одной прямой
3. Через любые две точки проходит прямая, и притом только одна.

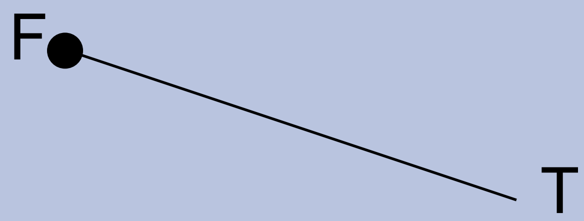
Отрезок



Отрезок FT

О: Отрезком называется часть прямой, ограниченная двумя точками.

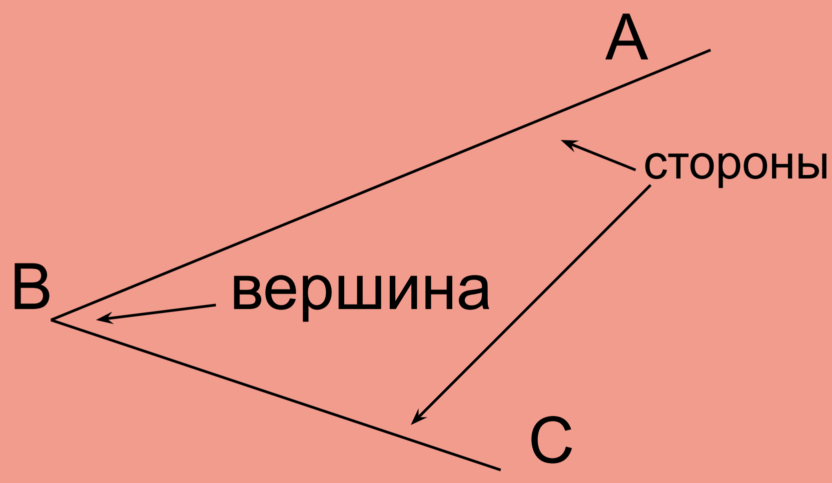
ЛУЧ



Луч FT

О: Лучом называется часть прямой, ограниченная одной точкой.

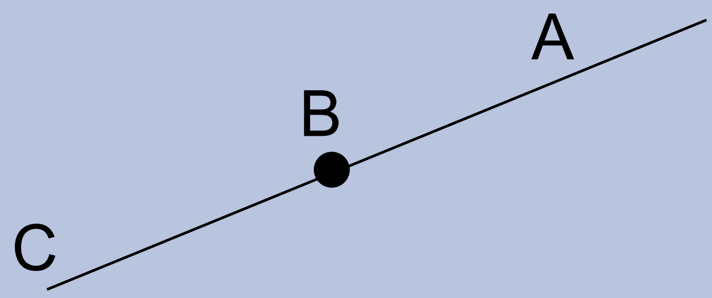
Угол



< ABC или < B

О: Углом называется геометрическая фигура, состоящая из двух лучей с общим началом.

РАЗВЁРНУТЫЙ УГОЛ



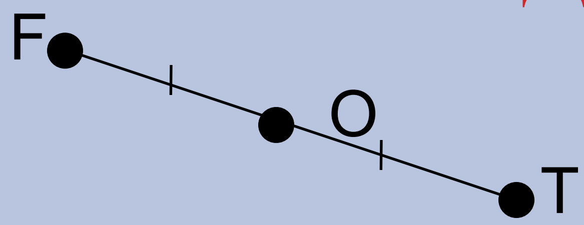
< ABC или < B (2)

О: Развёрнутым углом называется угол, стороны которого лежат на одной прямой.

СРАВНЕНИЕ ФИГУР

О: равными фигурами называются фигуры, которые можно совместить наложением.

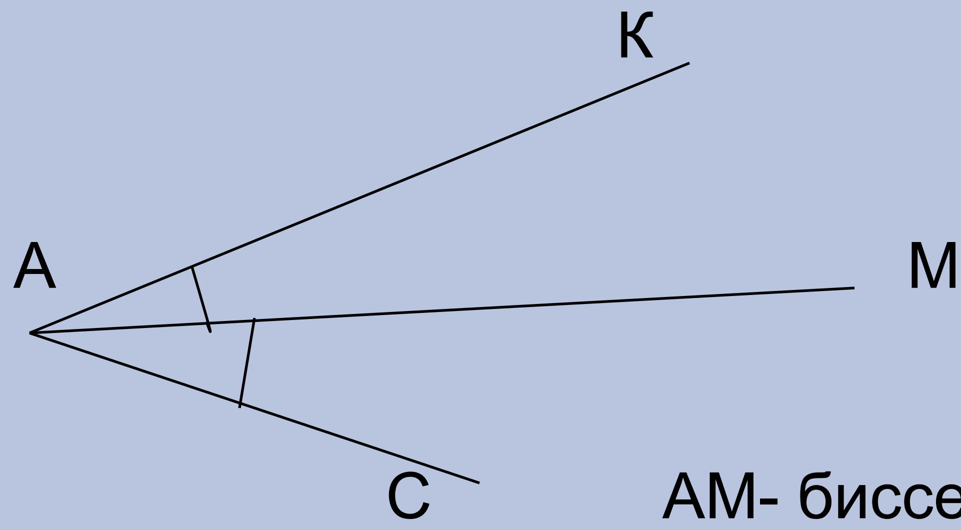
СЕРЕДИНА ОТРЕЗКА



O - середина FT

O: Серединой отрезка называется точка, которая делит отрезок на два равных отрезка.

БИССЕКТРИСА УГЛА



АМ- биссектриса < САК

О: Биссектрисой угла называется луч, выходящий из Вершины угла и делящий его на два равных угла.

Длина отрезка
Свойства длин отрезков

1. Равные отрезки имеют равные длины. Если отрезки имеют равные длины, то они равны.
2. Меньший отрезок имеет меньшую длину. Если отрезок имеет меньшую длину, то он меньше.
3. Если точка делит отрезок на две части, то его длина равна сумме длин его частей.

ГРАДУСНАЯ МЕРА УГЛА

ГРАДУС – ЭТО УГОЛ, РАВНЫЙ $\frac{1}{180}$ ЧАСТИ РАЗВЁРНУТОГО УГЛА

СВОЙСТВА ГРАДУСНЫХ МЕР УГЛОВ

1. Равные углы имеют равные град. меры. Если углы имеют равные град. меры, то они равны.
2. Меньший угол имеет меньшую град. меру. Если угол имеет меньшую град. меру, то он меньше.
3. Если луч делит угол на две части, то его град. мера равна сумме град. мер его частей.

КЛАССИФИКАЦИЯ УГЛОВ

Неразвернутые углы

Развёрнутые углы

Острые углы

О: Острым углом называется угол, град. мера которого меньше 90˚.

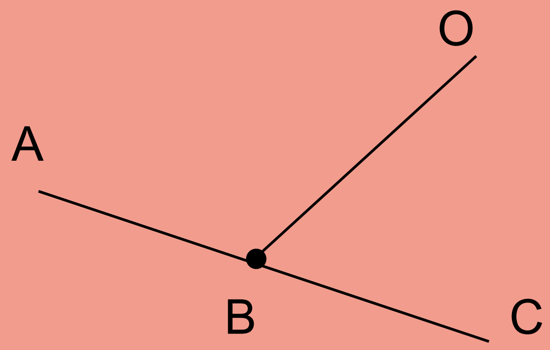
Тупые углы

О: Тупым углом называется угол, град. мера которого больше 90˚, но меньше 180˚.

Прямые углы

О: Прямым углом называется угол, град. мера которого равна 90˚.

Смежные углы



O: Смежными углами называются два угла, у которых одна сторона общая, а две другие являются продолжениями одна другой.

< ABO и < OBC – смежные углы

ТЕОРЕМА

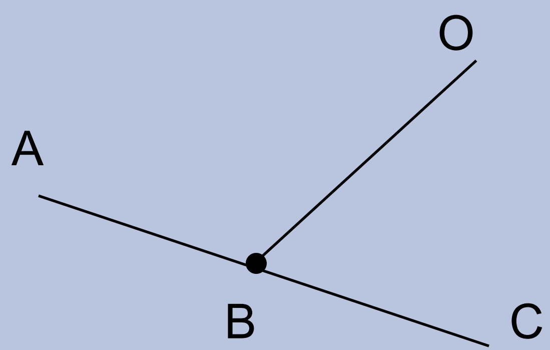
- это утверждение с доказательством.

Состоит:

1. Формулировка
2. Рисунок
3. Дано
4. Доказать
5. Доказательство

СВОЙСТВО СМЕЖНЫХ УГЛОВ

Т: Сумма градусных мер смежных углов равна 180˚.



Дано: < АВО и < ОВС – смежные углы

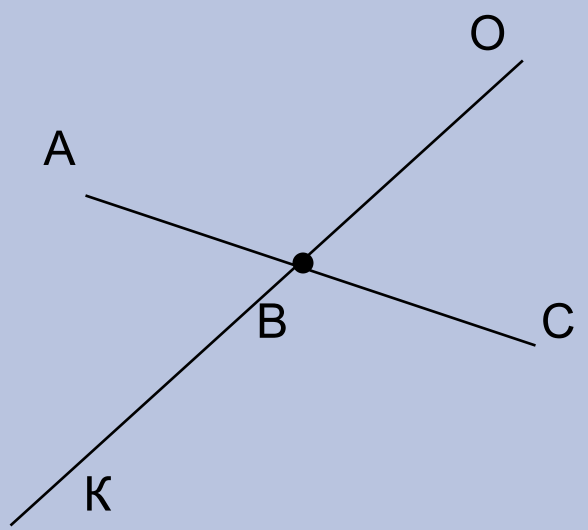
Доказать: < АВО +< ОВС = 180˚

Доказательство:

1. < АВО и < ОВС – смежные углы $\Longrightarrow$ лучи ВА и ВС являются продолжениями друг друга (по опр. с. у.) $\Longrightarrow$ <АВС – развёрнутый (по опр. раз.у.) $\Longrightarrow$ <АВС=180˚ .

2. < АВС=<АВО+<ОВС (по св.г.м.у) $\Longrightarrow$ <АВО+<ОВС=180˚.

ВЕРТИКАЛЬНЫЕ УГЛЫ

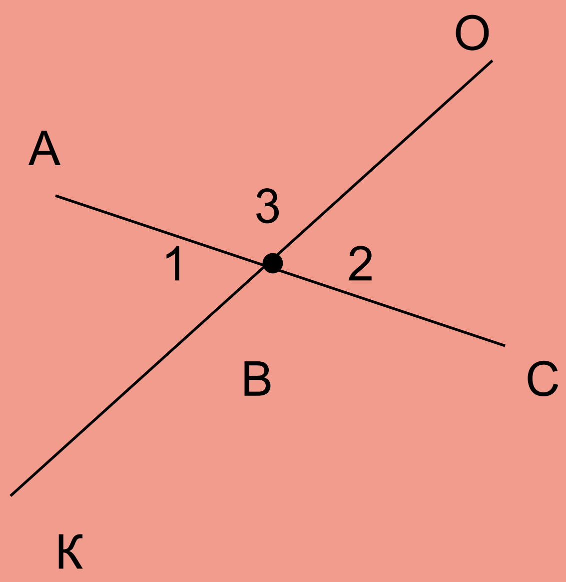


О: Вертикальными углами называются два угла, если стороны одного являются продолжениями сторон другого.

< АВО и < КВС – вертикальные углы.

Свойство вертикальных углов

Т: Вертикальные углы равны.



Дано: ∠ 1 и ∠ 2 – вертикальные углы

Доказать: ∠ 1= ∠ 2

Доказательство:

1. ∠ 1 и ∠ 3 – смежные углы (по опр. с.у.)

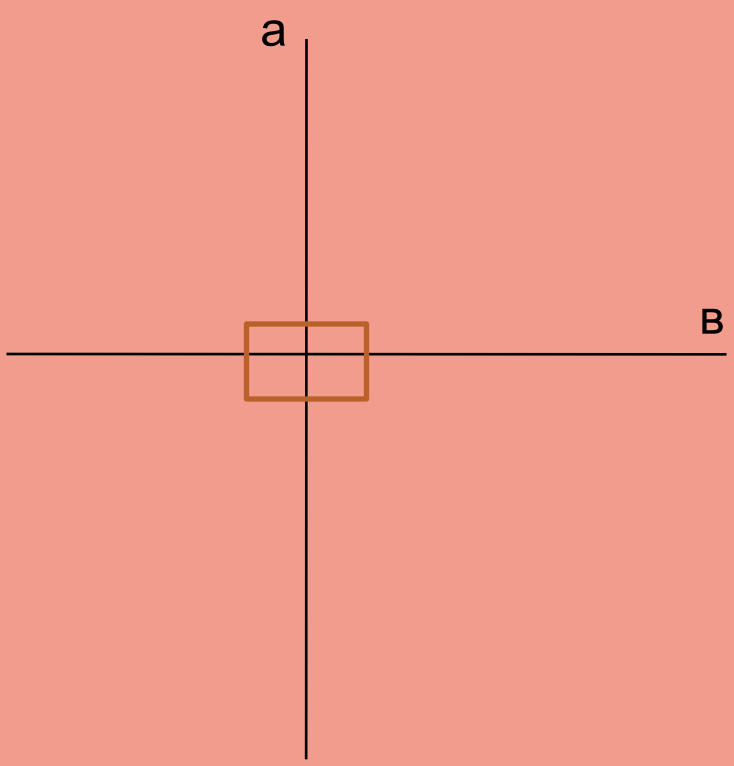
$\Longrightarrow$ ∠1+∠3=180° (по св.с.у.)

2. ∠ 2и∠3 – смежные углы(по опр.с.у.)

$\Longrightarrow$ ∠2+∠3=180° (по св.с.у.)

$\Longrightarrow$ ∠1=∠2

Перпендикулярные прямые

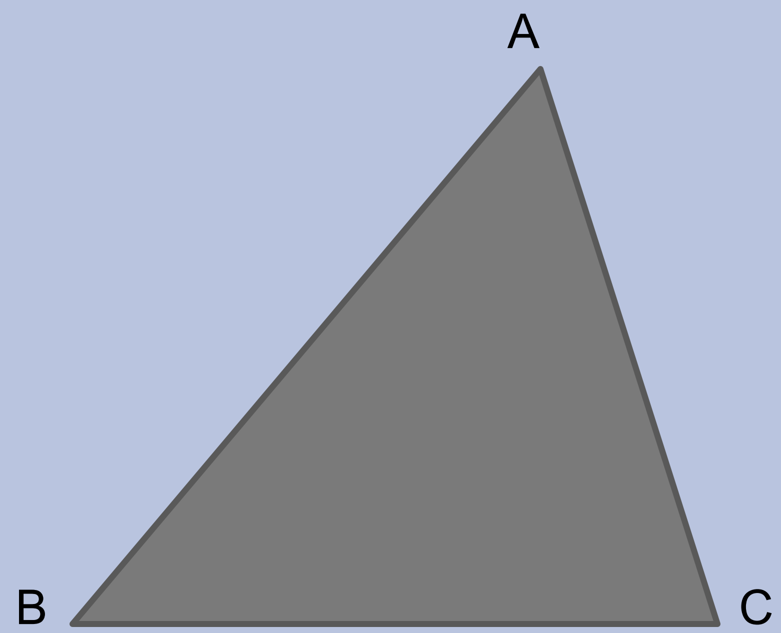


О: Перпендикулярными прямыми называются две пересекающиеся прямые, если они образуют четыре прямых угла.

а $\perp$ в

- Треугольники

ТРЕУГОЛЬНИК



О: Треугольником называется геометрическая фигура, состоящая из трёх точек, не лежащих на одной прямой и отрезков их соединяющих.

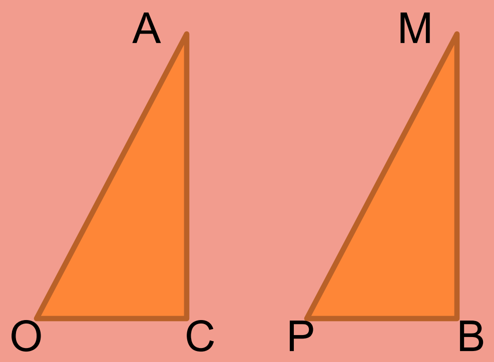
Δ CBA

Вершины: A, B, C
Стороны: AB,BC, CA
Углы: <ABC, <BCA, <BAC

Равные треугольники

О: см. определение равных фигур.

Свойство равных треугольников:
В равных треугольниках против соответственно равных сторон лежат равные углы и против равных углов лежат равные стороны



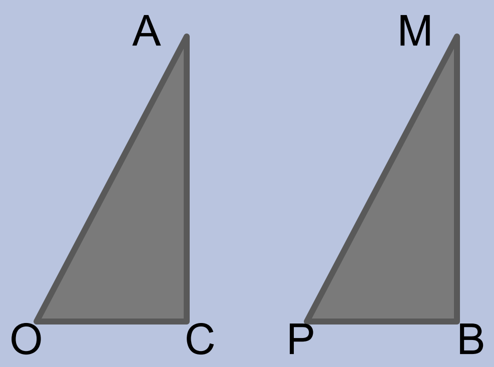
$\Delta AOC = \Delta PBM$

$AO = MP \Rightarrow \ <C = <B$

$<A = <M \Rightarrow OC = PB$

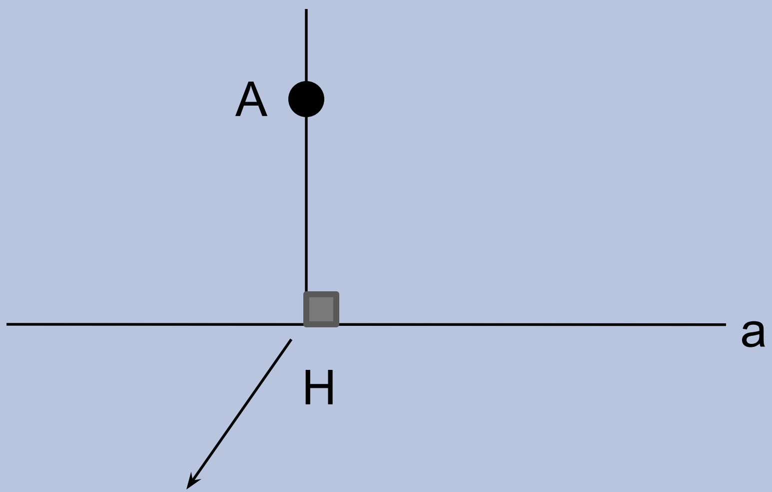
ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Т: если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.



Дано: Δ AOC и Δ PBM, AO=MP, OC=PB
<O=<P
Доказать: Δ AOC=Δ PBM
Доказательство: <O=<P ⇒ Δ AOC можно наложить на Δ PBM так, что вершина O совместится с вершиной P, а стороны OA и OC наложатся на лучи PM и PB (по опр.р.ф.) AO=MP, OC=PB ⇒ сторона AO совместится со стороной PM, а сторона OC совместится со стороной PB. Точки A и M, C и B совпадут(по опр.р.ф.). ⇒ Совместятся стороны AC и MB. Треугольники полностью совместятся
⇒ Δ AOC=Δ PBM (по опр.р.ф.)

ПЕРПЕНДИКУЛЯР К ПРЯМОЙ



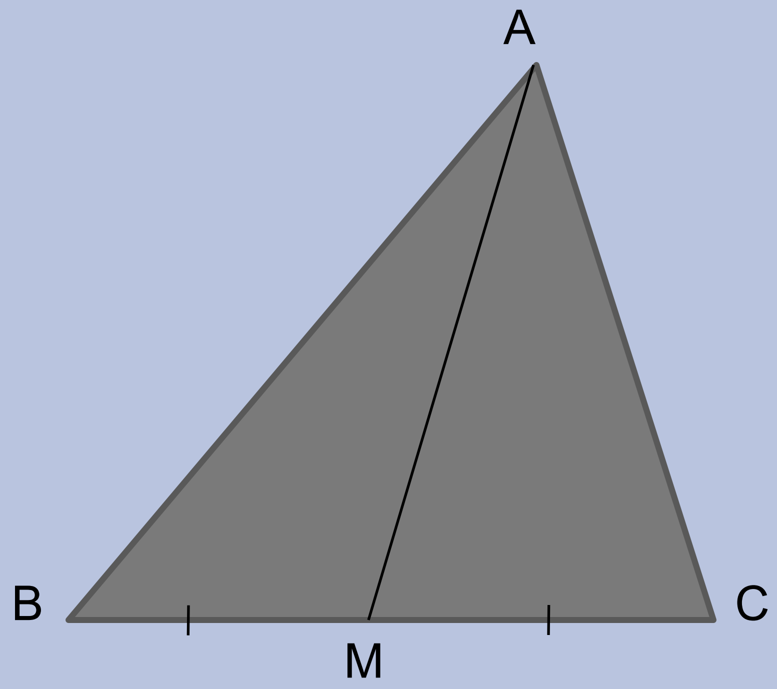
Основание перпендикуляра

О: конструктивное.

Рассмотрим прямую а и точку А, не лежащую на ней. Проведём через точку А прямую, перпендикулярную прямой а. Обозначим точку пересечения этой прямой с прямой а - Н. Отрезок АН называется перпендикуляром, проведённым из точки А к прямой а.

Теорема существования и единственности перпендикуляра к прямой:
Из точки, не лежащей на прямой, можно провести перпендикуляр к этой прямой, и притом только один.

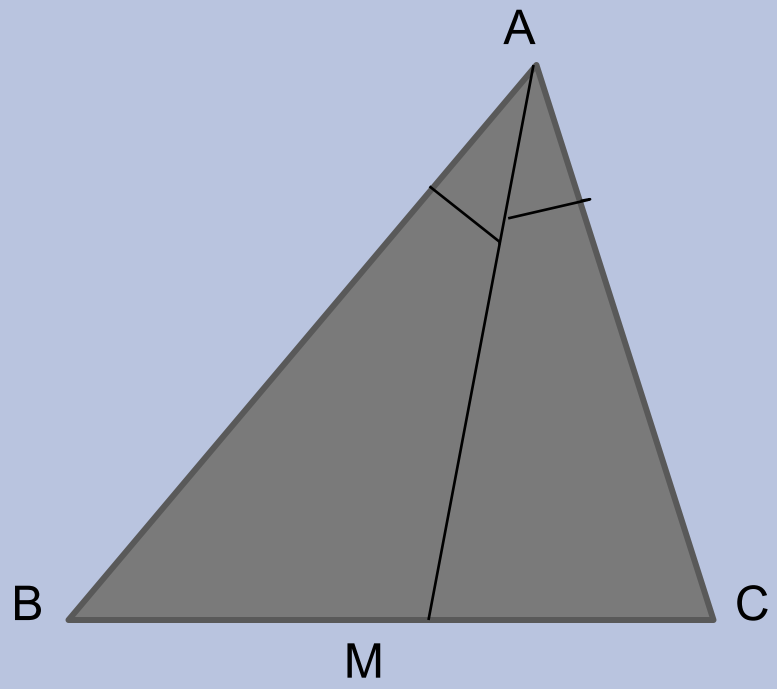
ОТРЕЗКИ В ТРЕУГОЛЬНИКЕ
МЕДИАНА ТРЕУГОЛЬНИКА



О: Медианой треугольника называется отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны.

AM – медиана Δ ABC

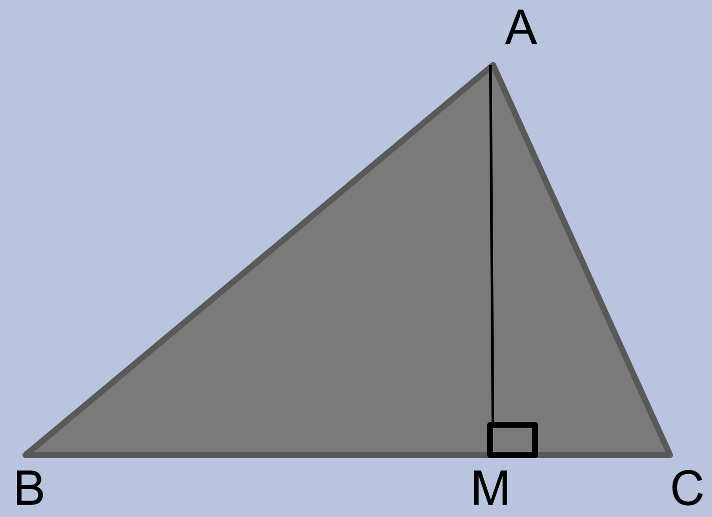
ОТРЕЗКИ В ТРЕУГОЛЬНИКЕ БИССЕКТРИСА ТРЕУГОЛЬНИКА



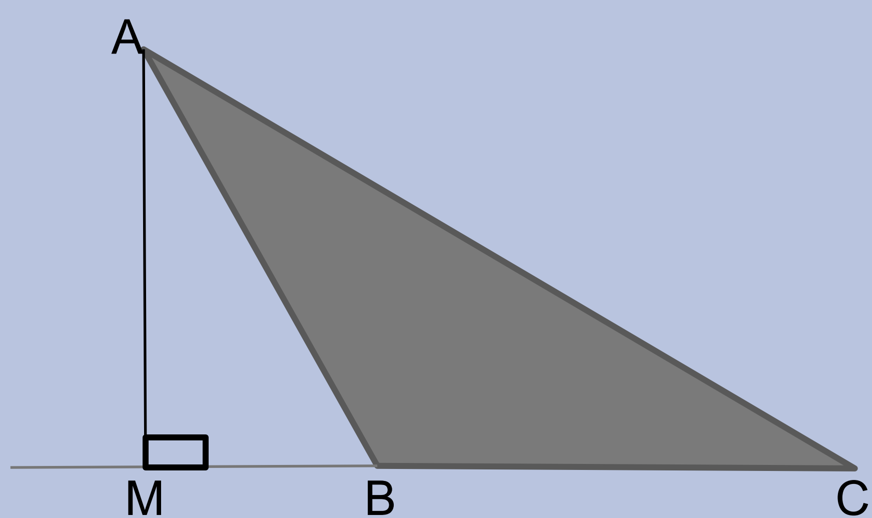
О: Биссектрисой треугольника называется отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину треугольника с точкой противоположной стороны.

AM – биссектриса Δ ABC

ОТРЕЗКИ В ТРЕУГОЛЬНИКЕ
ВЫСОТА ТРЕУГОЛЬНИКА

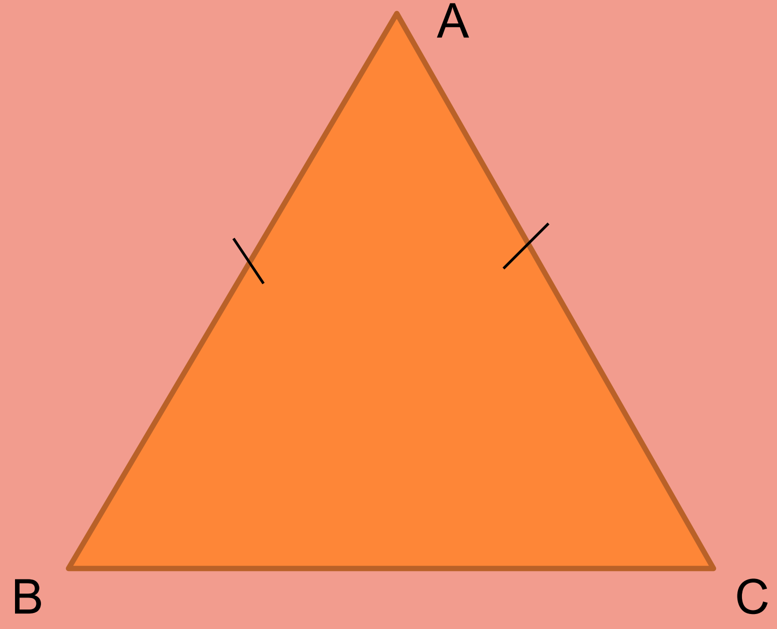


О: Высотой треугольника называется перпендикуляр, проведённый из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону .



AM – высота ∆ABC

Равнобедренный треугольник



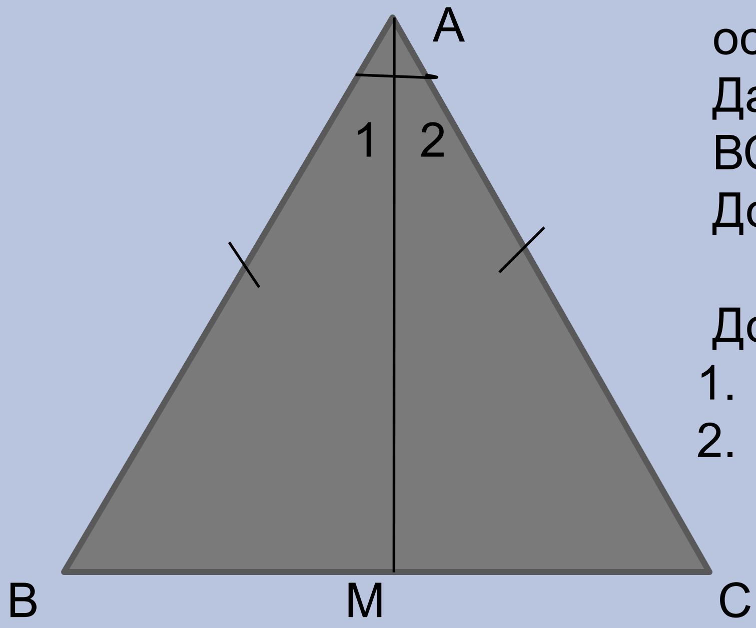
О: Равнобедренным треугольником называется треугольник, у которого две стороны равны.

∆ СВА - равнобедренный

АВ=АС – боковые стороны

ВС - основание

СВОЙСТВА РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА



Т: в равнобедренном треугольнике углы при основании равны.

Дано: ∆ ABC- равнобедренный

BC – основание

Доказать: <B=<C

Доказательство:

1. Д.п. AM- биссектриса
2. Рассмотрим ∆ABM и ∆AMC

   AM- общая

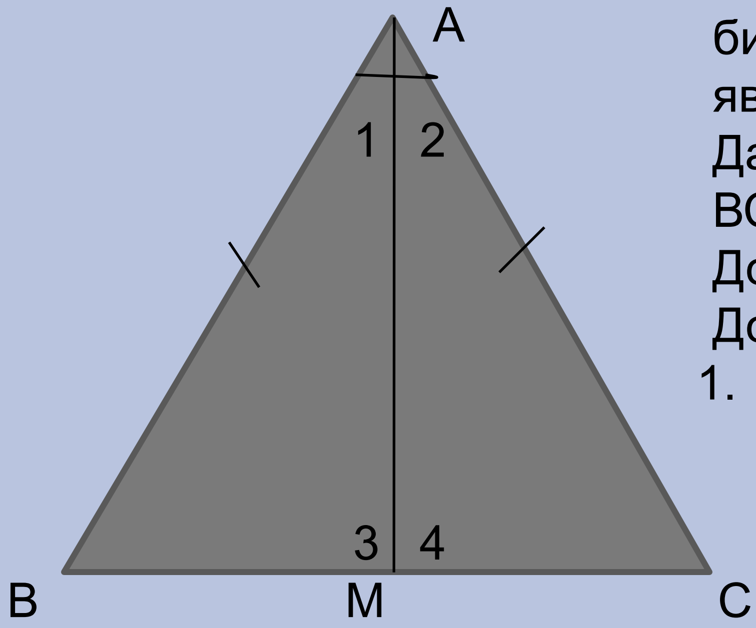
   AB=BC(по опр.р.т.)

   <1=<2 (по опр.б.т.)

$\Longrightarrow$ ∆ ABM=∆ AMC (по 1 пр.р.т.)

$\Longrightarrow$ <B=<C (по св.р.т.)

СВОЙСТВА РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА



Т: в равнобедренном треугольнике биссектриса, проведённая к основанию, является медианой и высотой.

Дано: Δ ABC- равнобедренный

BC – основание, AM- биссектриса

Доказать: AM- медиана и высота.

Доказательство:

1. Рассмотрим ΔABM и ΔAMC
   AM- общая
   AB=BC(по опр.р.т.)
   <1=<2 (по опр.б.т.)
   $\Rightarrow$ Δ ABM=Δ AMC (по 1 пр.р.т.)
2. $\Rightarrow$BM=MC(по св.р.т.) $\Rightarrow$ AM – медиана ΔABC(по опр.м.т.)
3. $\Rightarrow$ <3=<4(по св.р.т.), а <3 и<4 - смежные (по опр.с.у.) $\Rightarrow$<3+<4=180˚(по св.с.у.) $\Rightarrow$ <3=<4=90˚ $\Rightarrow$ AM – высота Δ ABC(по опр.в.т.)

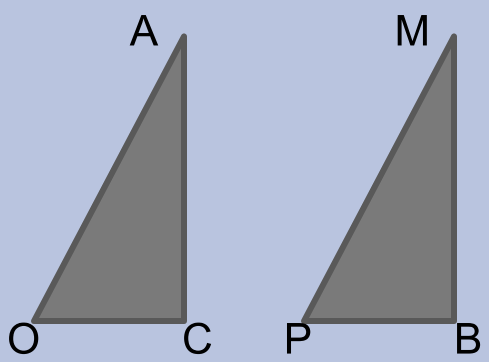
Свойства равнобедренного треугольника

Т: высота равнобедренного треугольника, проведённая к основанию, является медианой и биссектрисой

Т: Медиана равнобедренного треугольника, проведённая к основанию, является высотой и биссектрисой

ВТОРОЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Т: если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.



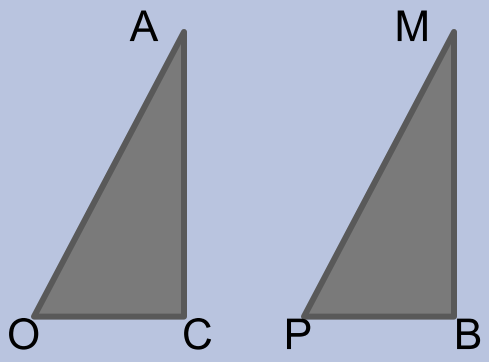
OC=PB
<O=<P
<C=<B

$\Longrightarrow$

∆ AOC=∆ PBM

ТРЕТИЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Т: если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

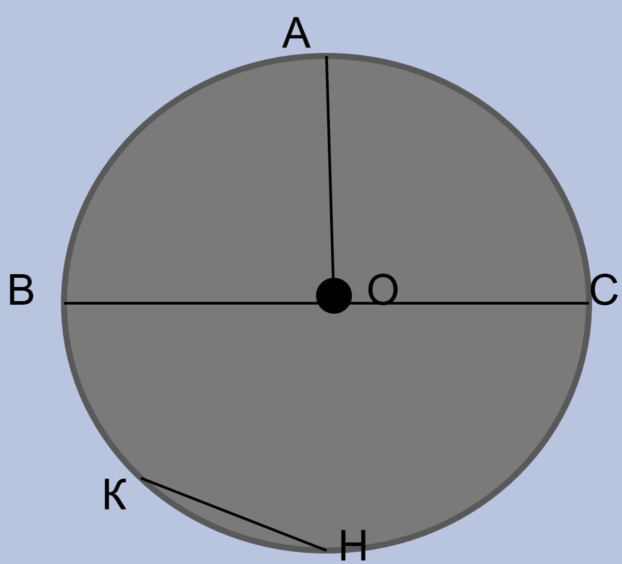


OC=PB
AO=MP
AC=MB $\Rightarrow$

∆ AOC=∆ PBM

ОКРУЖНОСТЬ

О: окружностью называется геометрическая фигура, состоящая из всех точек плоскости, расположенных на заданном расстоянии от данной точки.



О- центр окружности
Окружность О(R)

О:Радиусом окружности называется отрезок, соединяющий центр окружности с точкой на окружности.
Длина этого отрезка – длина радиуса.
АО- радиус

О:Хордой называется отрезок, соединяющий любые две точки окружности.
КН – хорда

О: Диаметром окружности называется хорда, проходящая через центр.
ВС – диаметр

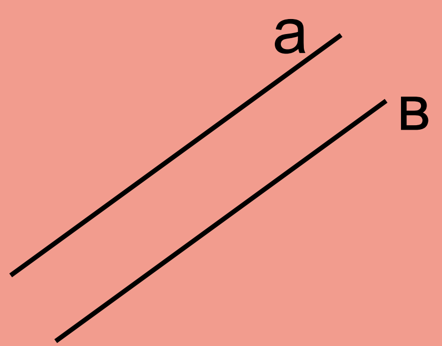
О: Дугой окружности называется часть окружности,  ограниченная двумя точками.

$\cup$ АВ

Параллельные прямые

Параллельные прямые

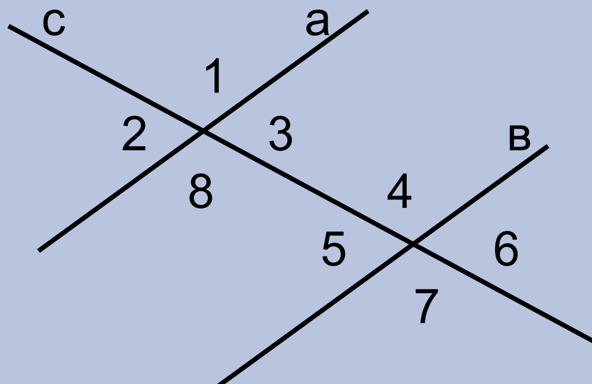
О: Две прямые называются параллельными, если они не имеют общих точек.



а || в

О: Два отрезка называются параллельными, если они лежат на параллельных прямых.

ПРЯМЫХ
СЕКУЩЕЙ.



О: прямая с называется секущей по отношению к прямым а и в , если она пересекает их в двух точках.

Накрест лежащие углы: 3 и 5; 4 и 8

Односторонние углы:3 и 4; 5 и 8.

Соответственные углы: 1 и 4 ;2 и 5 ;7 и 8; 3 и 6.

Признаки параллельных прямых

1 признак:
Т: если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.

2 признак:
Т: если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы равны, то прямые параллельны.

3 признак:
Т: если при пересечении двух прямых секущей сумма односторонних углов равна 180°, то прямые параллельны.

Аксиома параллельных прямых

Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной.

Свойства параллельных прямых

1.Если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую.

2. Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.

СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ

1. Если две параллельные прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы равны.

2. Если две параллельные прямые пересечены секущей, то соответственные углы равны.

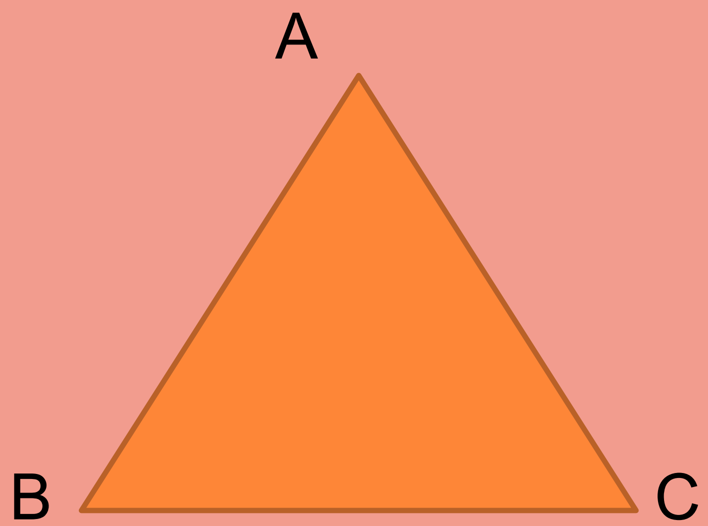
3. Если две параллельные прямые пересечены секущей, то сумма односторонних углов равна 180°.

Соотношения между сторонами и углами треугольника

Теорема о сумме треугольника

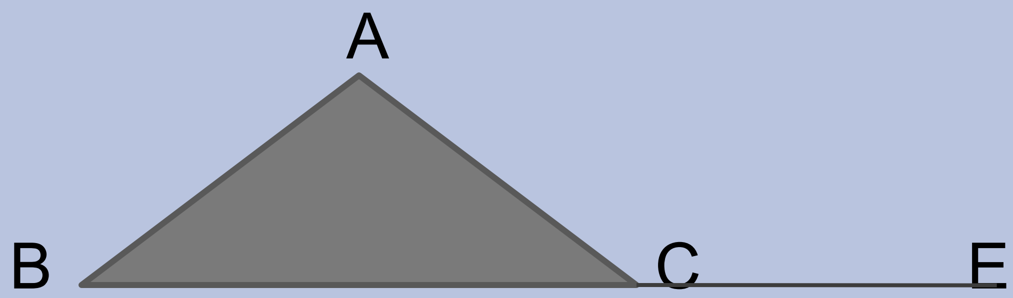
Т. Сумма углов треугольника равна 180˚.

$<A+<B+<C=180^\circ$



ВНЕШНИЙ УГОЛ ТРЕУГОЛЬНИКА

О: Угол, смежный с каким – нибудь углом треугольника, называется внешним углом этого треугольника.



<ACE – внешний угол ΔABC

Свойство внешнего угла:

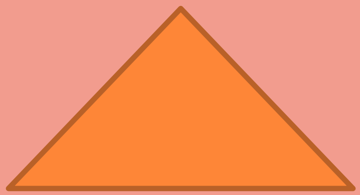
Т:Внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним.

<ACE=<A+<B

Классификация треугольников

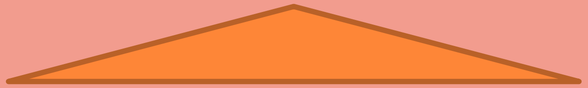
Остроугольный треугольник

О: Треугольник называется остроугольным, если все его углы острые.



Тупоугольный треугольник

О: Треугольник называется тупоугольным, если один его угол тупой



Прямоугольный треугольник

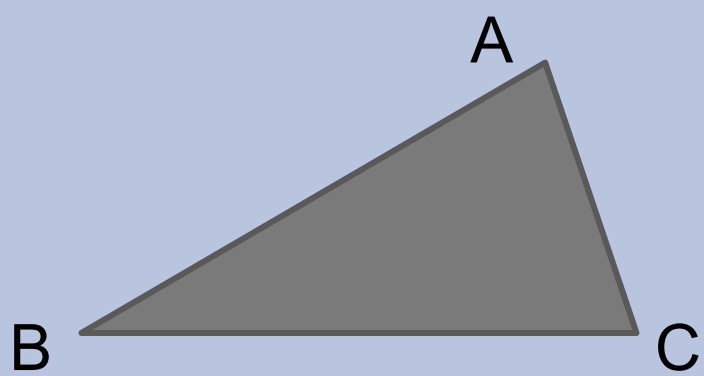
О: Треугольник называется прямоугольным, если один его угол прямой.

AC – гипотенуза

AB и BC - катеты

ТЕОРЕМА О СООТНОШЕНИИ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА

Т. В треугольнике против большей стороны лежит больший угол, а против большего угла лежит большая сторона.

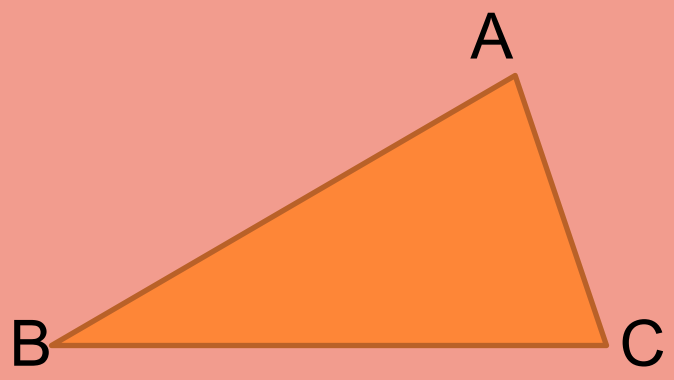


$<A > <B > <C$

$\Rightarrow$ $BC > AC > AB$

Неравенство треугольника

Т. Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон.



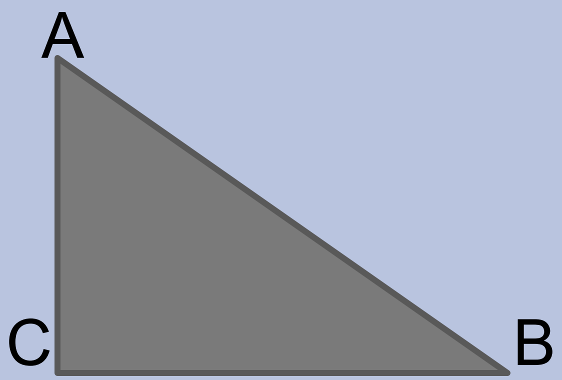
AB< AC+BC

BC<AC+AB

AC<AB+BC

СВОЙСТВА ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

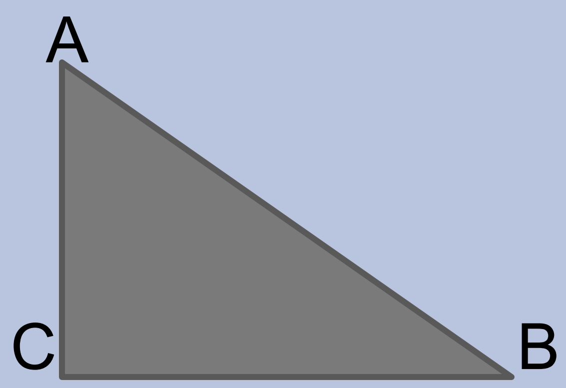
1. Сумма двух острых углов прямоугольного треугольника равна 90°



$< A + < B = 90^{\circ}$

СВОЙСТВА ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

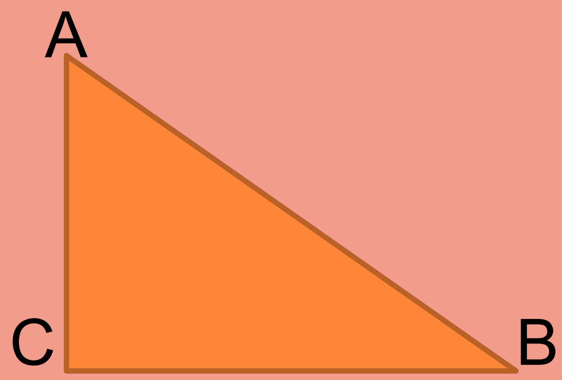
2. Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30˚, равен половине гипотенузы.



$\angle B=30^\circ \Rightarrow AC=\frac{1}{2}AB$

Свойства прямоугольного треугольника

3. Если катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета равен 30˚.



$$AC = \frac{1}{2} AB$$

$\Rightarrow$ < B=30˚

Расстояния между геометрическими фигурами.

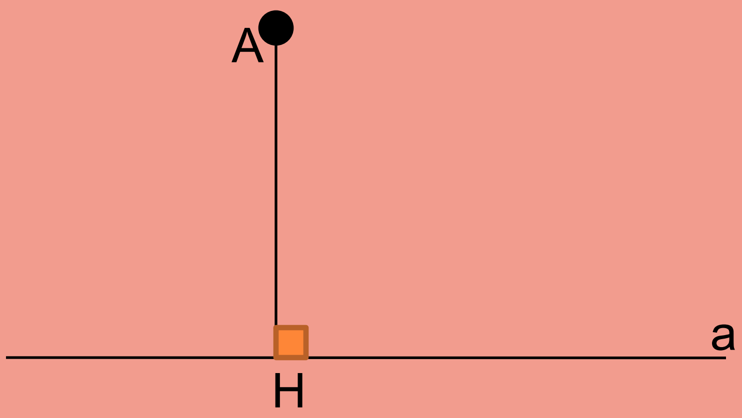
1. Расстояние между двумя точками.

О:Расстоянием между двумя точками А и В называется длина отрезка АВ.

2. Расстояние между прямой и точкой.

О: Расстоянием от точки до прямой называется длина перпендикуляра, проведённого из точки к прямой.

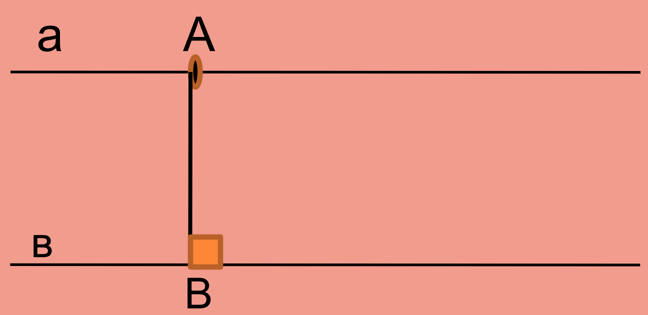
АН – расстояние от точки А до прямой а



3. Расстояние между параллельными прямыми.

О: Расстоянием между параллельными прямыми называется расстояние от любой точки одной прямой до другой прямой.

АВ – расстояние между прямыми а и в



Расстояния между геометрическими фигурами.

1. Расстояние между двумя точками.

   О:Расстоянием между двумя точками А и В называется длина отрезка АВ.

2. Расстояние между прямой и точкой.

   О: Расстоянием от точки до прямой наз