


Комбинаторика и ее применение



ПОДГОТОВИЛА
ДРУМИ МАРИЯ

Области применения комбинаторики:

- ▶ химия (анализ возможных связей между химическими элементами)
- ▶ экономика (анализ вариантов купли-продажи акций) азартные игры (подсчёт частоты выигрышей)
- ▶ криптография (разработка методов шифрования)
- ▶ доставка почты (рассмотрение вариантов пересылки)
- ▶ военное дело (расположение подразделений)

- 
- ▶ учебные заведения (составление расписаний)
 - ▶ сфера общественного питания (составление меню)
 - ▶ лингвистика (рассмотрение вариантов комбинаций букв)
 - ▶ спортивные соревнования (расчёт количества игр между участниками)
 - ▶ агротехника (размещение посевов на нескольких полях)
 - ▶ география (раскраска карт)
 - ▶ биология (расшифровка кода ДНК)



Комбинаторика



Комбинаторика – это раздел математики, в котором изучаются вопросы выбора или расположения элементов множества в соответствии с заданными правилами.

«Комбинаторика» происходит от латинского слова «**combina**», что в переводе на русский означает – «**сочетать**», «**соединять**».



Комбинаторные соединения



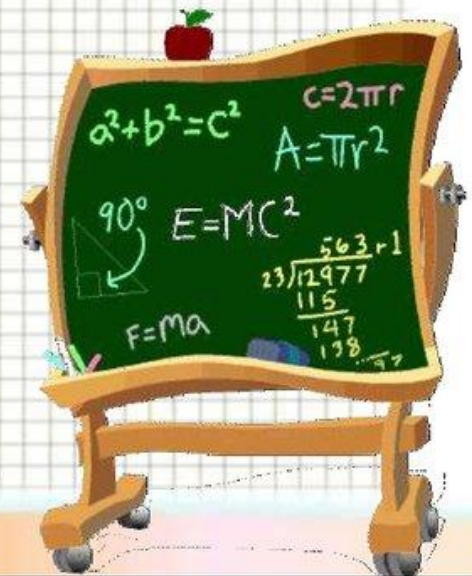
- **Перестановки**
 1. Перестановки без повторений
 2. Перестановки с повторениями
- **Размещения**
 1. Размещения без повторений
 2. Размещения с повторениями
- **Сочетания**
 1. Сочетания без повторений
 2. Сочетания с повторениями



**Перестановки – соединения,
которые можно составить из n
элементов, меняя всеми
возможными способами их порядок.**

Формула:

$$P_n = n!$$





Историческая справка



В **1713** году было опубликовано сочинение **Я. Бернулли "Искусство предположений"**, в котором с достаточной полнотой были изложены известные к тому времени комбинаторные факты. "Искусство предположений" не было завершено автором и появилось после его смерти. Сочинение состояло из **4** частей, комбинаторике была посвящена вторая часть, в которой содержится формула для числа перестановок из **n** элементов.





Пример



Сколькими способами могут 8 человек встать в очередь к театральной кассе?

Решение задачи:

Существует 8 мест, которые должны занять 8 человек.

На первое место может встать любой из 8 человек, т.е. способов занять первое место – 8.

После того, как один человек встал на первое место, осталось 7 мест и 7 человек, которые могут быть на них размещены, т.е. способов занять второе место – 7. Аналогично для третьего, четвертого и т.д. места.

Используя принцип умножения, получаем произведение . Такое произведение обозначается как $8!$ (читается 8 факториал) и называется перестановкой P_8 .

Ответ: $P_8 = 8!$



Перестановки с повторениями



Всякое размещение с повторениями, в котором элемент a_1 повторяется k_1 раз, элемент a_2 повторяется k_2 раз и т.д. элемент a_n повторяется k_n раз, где k_1, k_2, \dots, k_n — данные числа, называется перестановкой с повторениями порядка $m = k_1 + k_2 + \dots + k_n$, в которой данные элементы a_1, a_2, \dots, a_n повторяются соответственно k_1, k_2, \dots, k_n раз.



Перестановки с повторениями



Теорема. Число различных перестановок с повторениями из элементов $\{a_1, \dots, a_n\}$, в которых элементы a_1, \dots, a_n повторяются соответственно k_1, \dots, k_n раз, равно

$$\bar{P} = \frac{(k_1 + k_2 + \dots + k_n)!}{k_1! k_2! \dots k_n!} = \frac{m!}{k_1! k_2! \dots k_n!}$$



Пример

Слова и фразы с переставленными буквами называют анаграммами. Сколько анаграмм можно составить из слова «макака»?

Решение.

Всего в слове «МАКАКА» 6 букв ($m=6$).

Определим сколько раз в слове используется каждая буква:

«М» - 1 раз ($k_1=1$)

«А» - 3 раза ($k_2=3$)

«К» - 2 раза ($k_3=2$)

$$P = \frac{m!}{k_1! k_2! \dots k_n!} \rightarrow P_{1,3,2} = \frac{6!}{1! 3! 2!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{2} = 60.$$

Решение комбинаторных
задач развивает
творческие способности,
помогает при решении
олимпиадных задач, задач
из ЕГЭ.



Спасибо за внимание !