Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего образования
«Казанский (приволжский) федеральный университет»
Набережночелнинский институт (филиал)

Численное интегрирование на платформе .Net

Выполнили Гордеев С.В. и Шайхутдинов И.Ф.

научный руководитель Мингалеева Л.Б

Объект исследования: Вычисление определенных интегралов

Предмет исследования: Приближенные методы решения определенных интегралов с использованием современных информационных технологий. В частности, базирующихся на платформе .Net Framework.

Актуальность исследования: Без интегралов было бы невозможно возведение крупных объектов (например, мостов) , использование самолётов и прочих привычных вещей, при создании которых проводятся сложные расчёты.

Цель работы: рассмотреть методы решения численного интегрирования на платформе .Net

Задачи:

1)проанализировать методы решения интегралов

2)разработать и реализовать алгоритмы решения интегралов в различных программных средах

3) анализ методов решения интегралов и выбор наилучшего метода

	Достоинства	Недостатки
Excel	• Практически неограниченные размеры таблиц • Наличие большого кол-ва формул для математических операций	• При некорректном написании формул , пользователю самому приходится выявлять ошибку
C#	• Компонентно-ориентированный подход к программированию, способствующий меньшей машинно-архитектурной зависимости результирующего программного кода, гибкости, переносимости и легкости повторного использования (фрагментов) программ	• Необходимость избыточной спецификации типов данных в передаваемых сообщениях, а так же наличие жестких ограничений на типы передаваемых данных;

Методы численного интегрирования

Существует несколько методов для вычисления определенного интеграла:

- Метод прямоугольников
- Метод трапеций
- Метод Симпсона (метод парабол)

Метод прямоугольников

Метод численного интегрирования функции одной переменной, заключающийся в замене подынтегральной функции на многочлен нулевой степени, то есть константу, на каждом элементарном отрезке.

Достоинства и недостатки метода прямоугольников

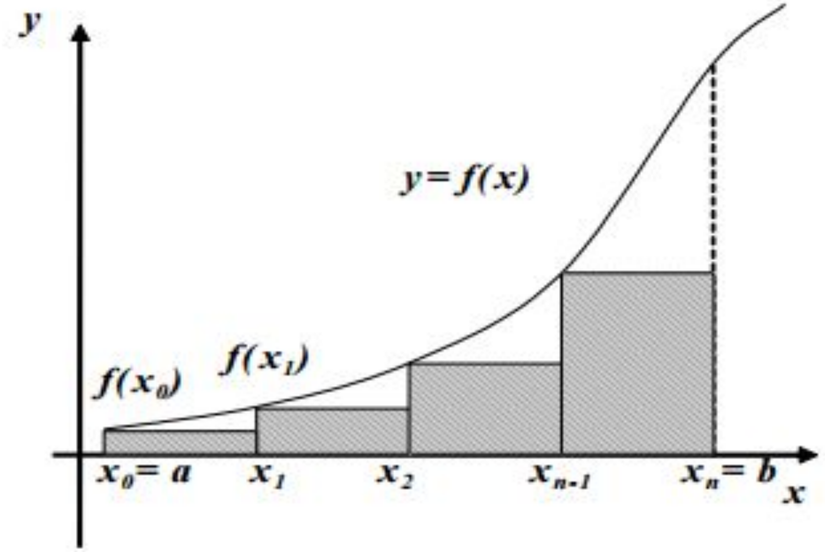
Высокая погрешность; для достижения высокой точности расчета приходится сильно ”мельчить” шаг интегрирования, что приводит к сильному увеличению временных затрат.

Метод прямоугольников

На каждом отрезке $[x_i, x_{i+1}]$, i = 0, 1, 2 …, n– 1 функция $f(x)$ заменяется полиномом нулевой степени $P_0(x) = f(x_i)$.

Поэтому приближенно I вычисляется по формуле :

$$I = \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i)(x_{i+1} - x_i)$$



Метод прямоугольников

Для равноотстоящих узлов формула имеет следующий вид:

$$I = h\sum_{i=0}^{n-1} f(x_i), h = x_{i+1} - x_i$$

Или

$$I = h\sum_{i=0}^{n-1} f(x_i)$$

Метод прямоугольников

Для равноотстоящих узлов формула имеет следующий вид:

$$I = h\sum_{i=0}^{n-1} f(x_i),\, h = x_{i+1} - x_i \qquad (1)$$

Или

$$I = h\sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) \qquad (2)$$

Формулу (1) называют формулой левых прямоугольников, а (2) – правых прямоугольников.

Алгоритм метода прямоугольников

Метод трапеций

Метод численного интегрирования функции одной переменной, заключающийся в замене на каждом элементарном отрезке подынтегральной функции на многочлен первой степени, т.е. на линейную функцию.

Достоинства и недостатки метода трапеций

Метод трапеций

В этом методе на каждом отрезке $[x_i, x_{i+1}]$ функция $f(x)$заменяется полиномом 1-й степени $P_1(x)$.

По формуле Лагранжа:

$$P_1(x) = f(x_i)\frac{x - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}} + f(x_{i+1})\frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i}$$

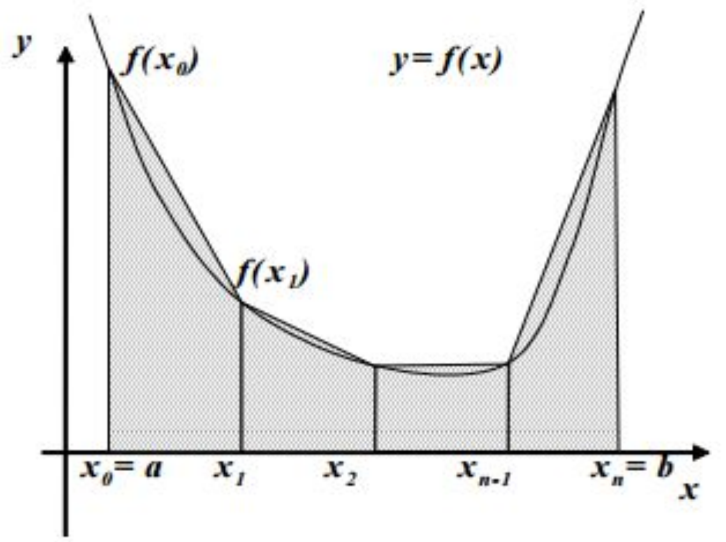
Интегрируя $P_1(x)$ на отрезке $[x_i, x_{i+1}]$ получим:

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} P_1(x)\,dx = \frac{1}{2}\big(f(x_i) + f(x_{i+1})\big)(x_{i+1} - x_i)$$

Метод трапеций

Суммируя по всем $\boldsymbol{i}$ $(\boldsymbol{i} = 0, 1, 2 \ldots, \boldsymbol{n} - 1)$, получим формулу трапеций:

$$I = \frac{1}{2}\sum_{i=0}^{n-1}\left(f(x_i) + f(x_{i+1})\right)(x_{i+1} - x_i)$$



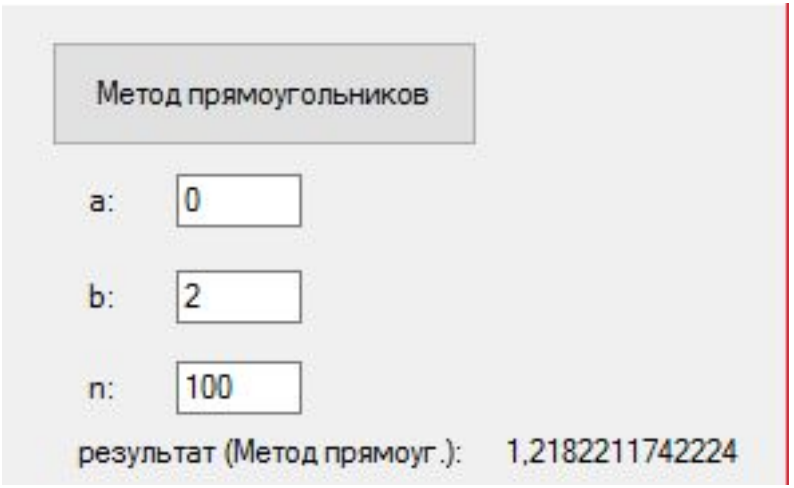
Алгоритм метода трапеций

Метод прямоугольников в excel

A	B	C	E	F
x(i)	x(i)+h/2	f(x+h/2)	h	
0	0,0625	0,000122	0,125	
0,125	0,1875	0,003295		1,235251935
0,25	0,3125	0,015241		
0,375	0,4375	0,04168		
0,5	0,5625	0,087896	Интеграл:	h*(f(x1+h/2)+...+f(x15+h/2))
0,625	0,6875	0,15812		
0,75	0,8125	0,254674		
0,875	0,9375	0,377174		
1	1,0625	0,522275		
1,125	1,1875	0,68429		
1,25	1,3125	0,856561		
1,375	1,4375	1,032928		
1,5	1,5625	1,208705		
1,625	1,6875	1,380939		
1,75	1,8125	1,548164		
1,875	1,9375	1,709953		
2			Значение интеграла:	1,235251935

Код метода прямоугольников на языке C#

```
public double RectangleMethod(double a,int b, int n)
        {
            double s = 0;
            double h = (b - a) / n;
            double x = a;
            for (int i = 1; i < n; i++)
            {
                x = x + h;
                s = s + F(x);
            }
            return s * h;
        }
```

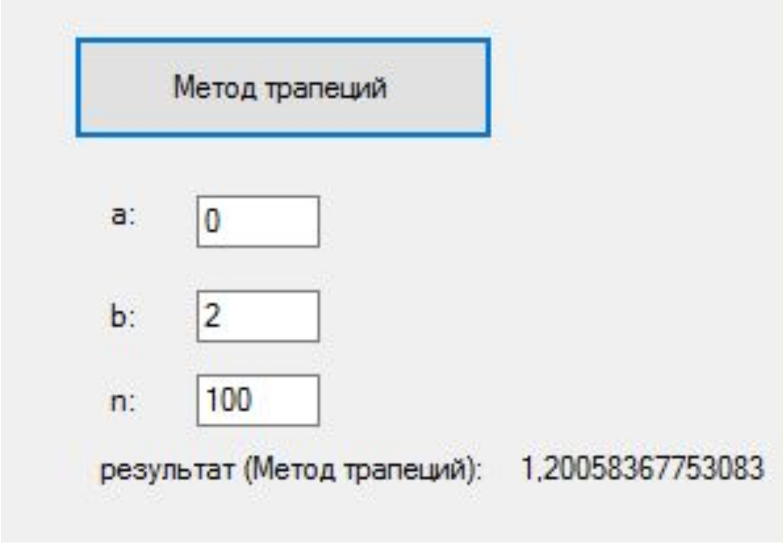


Метод трапеций в excel

x	f(x)	Коэф c(i)	cf(x)	h	I	
0	0	0,5	0	0,125		h=(b-a)/16
0,125	0,000977	1	0,000977			x(i)=a+i*h
0,25	0,007809	1	0,007809			f(x)=x^3/КОРЕНЬ(x^4+4)
0,375	0,026302	1	0,026302			cf(x(i))=f(x)*c(i)
0,5	0,062017	1	0,062017			
0,625	0,119807	1	0,119807			
0,75	0,203059	1	0,203059			
0,875	0,312823	1	0,312823			
1	0,447214	1	0,447214			
1,125	0,60158	1	0,60158			
1,25	0,769555	1	0,769555			
1,375	0,944566	1	0,944566			
1,5	1,121114	1	1,121114			
1,625	1,295387	1	1,295387			
1,75	1,465223	1	1,465223			
1,875	1,629736	1	1,629736			
2	1,788854	0,5	0,894427			
			9,901595		Значение интеграла:	1,237699369

Код метода трапеций на языке C#

```
public double TrapezMethod(double a, int b,int n)
    {
        double s = 0;
        double h = (b - a) / n;
        double x = a;
        for (int i = 1; i < n-1; i++)
        {
            x = x + h;
            s = s + (F(x) + F(x + h)) / 2;
        }
        return s * h;
    }
```



Заключение

В данной презентации были разобраны численные способы вычисления интегралов и написаны программы, которые реализуют эти методы в различных программных средах.

Приводится их сравнительный анализ. Выявляются преимущества и недостатки. Проблему вычисления интегралов с большой точностью можно решить с помощью рассмотренных программ, т. е. задачи, поставленные были выполнены.