Аналіз електричних кіл

Конденсатор

Ємність конденсатора(Ф) = Ел. Заряд / напруга

$$C = \frac{Q}{U}$$

$$U_2 = \frac{q}{C}$$

$$C = \frac{\xi\xi_0 S}{d}$$

Плоский конденсатор

d - мале

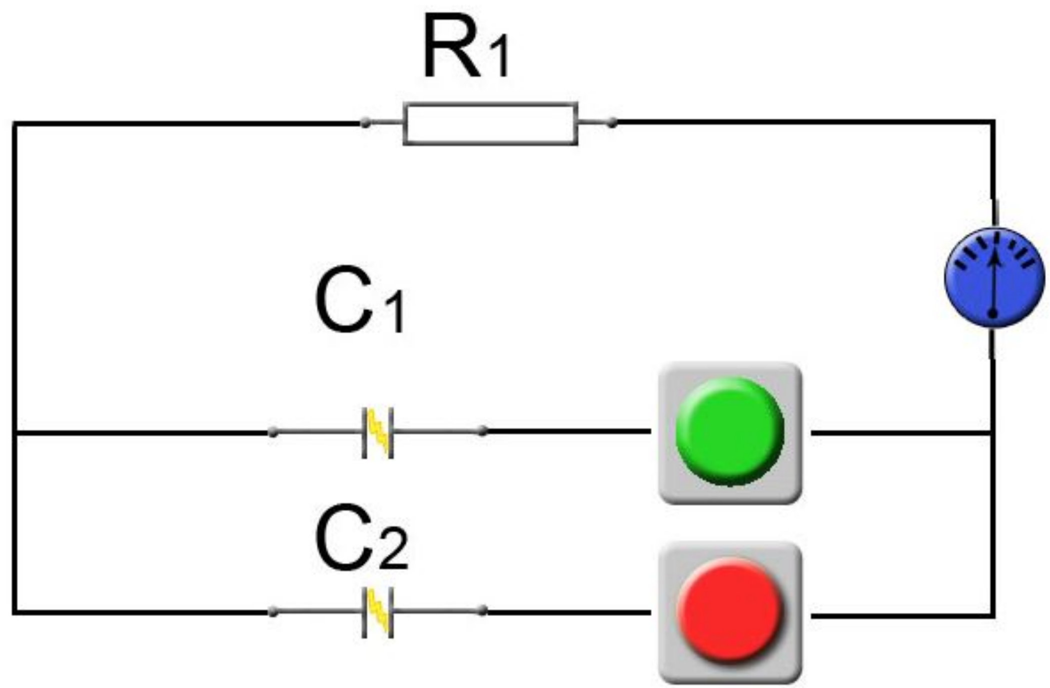
Закон Ома

$$U = I \times R$$

$$U_1 = R\frac{dq}{dt}$$

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Розряд конденсатора



$$U_1 = R\frac{dq}{dt}$$

$$U_2 = \frac{q}{C}$$

$$U_1 + U_2 = 0$$

$$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \qquad q = Ce^{-\frac{1}{RC}t}$$

Другий закон Кірхгофа

Струм

0<T<t1 $$q = q_1 e^{-\frac{1}{RC}t}$$

t1<T<t2 $$q = q_2 e^{-\frac{1}{RC_2}(t-t_1)}$$

t2<T<t3 $$q = q_1 e^{-\frac{1}{RC_1}(t-t_2)}$$

T>t3 $$q = q_2 e^{-\frac{1}{RC_2}(t-t_3)}$$

Система з розривною правою частиною без імпульсної дії

$$\frac{dq(t)}{dt} = -\beta q(t), \quad \beta = \begin{cases} \frac{1}{RC_1}, & \tau_{2j} < t < \tau_{2j+1}, \\ \frac{1}{RC_2}, & \tau_{2j+1} < t < \tau_{2j+2}, \quad j = 0, 1, 2, \ldots \end{cases}$$

$$q(\tau_{2j}) = q_1, \quad q(\tau_{2j+1}) = q_2.$$

Зробимо заміну

$$q(t) = e^{\beta x(t)}.$$

Отримаємо задачу Коші з неперервною правою частиною та імпульсною дією в моменти часу τ_j, $j = 1, 2, \ldots$

$$\frac{dx(t)}{dt} = -1, \quad t \neq \tau_j,$$

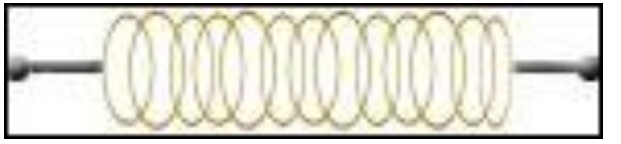
$$\Delta x(t)|_{t=\tau_{2j-1}} = RC_2 \ln q_2 - RC_1 \ln q_1 e^{-\frac{\theta}{RC_1}}, \quad j = 1, 2, \ldots,$$

$$\Delta x(t)|_{t=\tau_{2j}} = RC_1 \ln q_1 - RC_2 \ln q_2 e^{-\frac{\theta}{RC_2}}, \quad j = 1, 2, \ldots,$$

Система з неперервною правою частиною з імпульсною дією

Індуктивність

$$W = \frac{LI^2}{2}$$



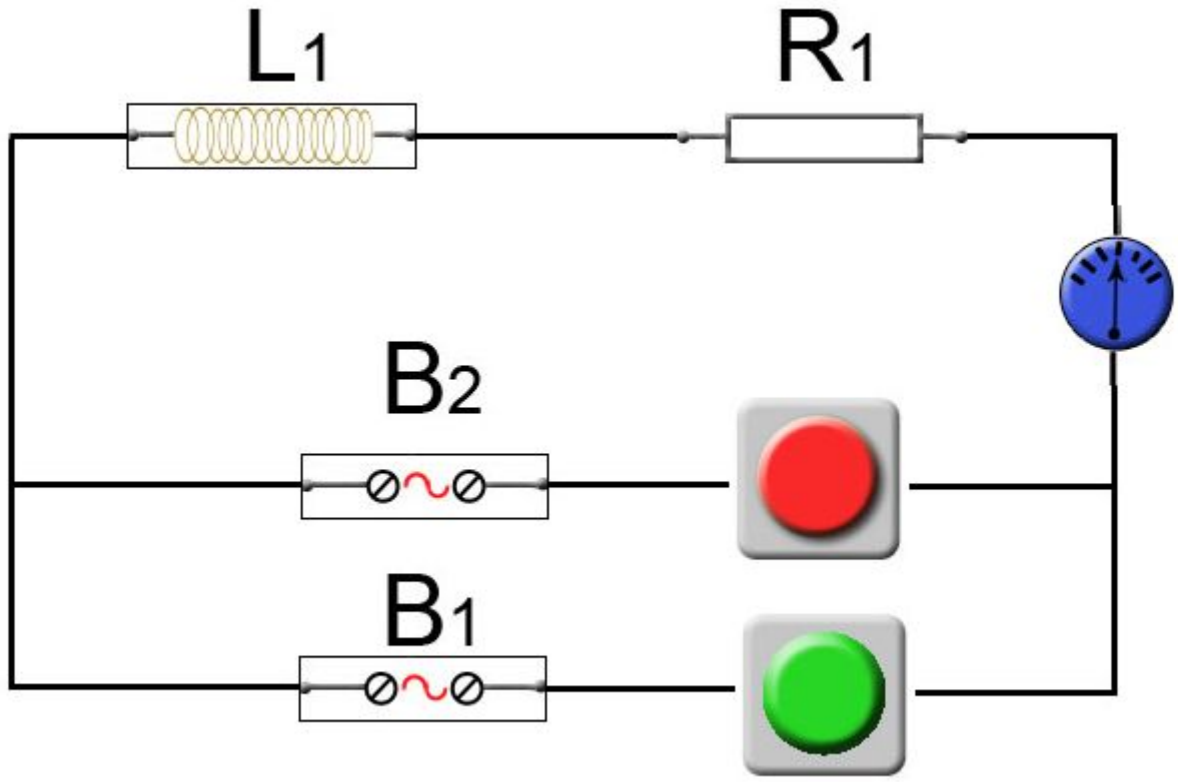
$$E_i = -L\frac{\partial I}{\partial t}$$

Е.Р.С самоіндукції

$$X_L = wL$$

Реактивний опір

Коло з індукцією



$$E_1 \sin(wt + \varphi_1) \qquad E_2 \sin(wt + \varphi_2)$$

До першого переключення

$$i = \frac{E_1}{R^2 + w_1{}^2 L^2} \times$$

$$\times[(w_1 L \cos\phi_1 - R \sin\phi_1) e^{-\frac{R}{L}t} +$$

$$+ R \sin(w_1 t + \phi_1) - w_1 L \cos(w_1 t + \phi_1)]$$

i=t1

$$i\Big|_{t=t_{1-}} = \frac{E_1}{R^2+\omega_1^2L^2}\Bigg[\left\{\omega_1 L\cos\varphi_1 - R\sin\varphi_1\right\}e^{-\frac{R}{L}t_1} + $$

$$+\frac{E_2}{R^2+\omega_2^2L^2}\left\{R\sin\left(\omega_2 t+\varphi_2\right)-\omega_2 L\cos\left(\omega_2 t+\varphi_2\right)\right\}+$$

$$+R\sin\left(\omega_1 t_1+\varphi_1\right)-\omega_1 L\cos\left(\omega_1 t_1+\varphi_1\right)\Bigg]$$

t1<i<t2

$$i = \frac{E_1}{R^2 + \omega_1^2 L^2}\left(\omega_1 L \cos\varphi_1 - R \sin\varphi_1\right) e^{-\frac{R}{L}t_1} + \left[\frac{E_2}{R^2 + \omega_1^2 L^2}\left(R \sin\left(\omega_1 t_1 + \varphi_1\right) - \omega_1 L \cos\left(\omega_1 t_1 + \varphi_1\right)\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{E_2}{R^2 + \omega_2^2 L^2}\left(\omega_2 L \cos\left(\omega_2 t_1 + \varphi_2\right) - R \sin\left(\omega_2 t_1 + \varphi_2\right)\right)\right] e^{-\frac{R}{L}(t - t_1)} +$$

$$+ \frac{E_2}{R^2 + \omega_2^2 L^2}\left(R \sin\left(\omega_2 t + \varphi_2\right) - \omega_2 L \cos\left(\omega_2 t + \varphi_2\right)\right)$$

T=t2

$$i\Big|_{t=t_2} = \frac{E_1}{R^2+\omega_1^2L^2}\left(\omega_1 L\cos\varphi_1 - R\sin\varphi_1\right)e^{-\frac{R}{L}t_2} + \left[\frac{E_1}{R^2+\omega_1^2L^2}\left(R\sin\left(\omega_1t_1+\varphi_1\right)-\omega_1L\cos\left(\omega_1t_1+\varphi_1\right)\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{E_2}{R^2+\omega_2^2L^2}\left(\omega_2L\cos\left(\omega_2t_1+\varphi_2\right)-R\sin\left(\omega_2t_1+\varphi_2\right)\right)\right]e^{-\frac{R}{L}(t_2-t_1)}+$$

$$+\frac{E_2}{R^2+\omega_2^2L^2}\left(R\sin\left(\omega_2t_2+\varphi_2\right)-\omega_2L\cos\left(\omega_2t_2+\varphi_2\right)\right)$$

T>t2

$$i=\frac{E_1}{R^2+\omega_1^2L^2}\{\omega_1L\cos\varphi_1-R\sin\varphi_1\}e^{-\frac{R}{L}t}+$$

$$+\left[\frac{E_1}{R^2+\omega_1^2L^2}\{R\sin(\omega_1t_1+\varphi_1)-\omega_1L\cos(\omega_1t_1+\varphi_1)\}+\frac{E_2}{R^2+\omega_2^2L^2}\{\omega_2L\cos(\omega_2t_1+\varphi_2)-R\sin(\omega_2t_1+\varphi_2)\}\right]e^{-\frac{R}{L}(t-t_1)}+$$

$$+\left[\frac{E_1}{R^2+\omega_1^2L^2}\{\omega_1L\cos(\omega_1t_2+\varphi_1)-R\sin(\omega_1t_2+\varphi_1)\}+\frac{E_2}{R^2+\omega_2^2L^2}\{R\sin(\omega_2t_2+\varphi_2)-\omega_2L\cos(\omega_2t_2+\varphi_2)\}\right]e^{-\frac{R}{L}(t-t_2)}+$$

$$+\frac{E_1}{R^2+\omega_1^2L^2}\{R\sin(\omega_1t+\varphi_1)-\omega_1L\cos(\omega_1t+\varphi_1)\}$$

Система з розривною правою частиною без імпульсної дії

$$Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} = e(t),$$

$$e(t) = \begin{cases} E_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1), \tau_{2j} < t < \tau_{2j+1}, \\ E_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2), \tau_{2j+1} < t < \tau_{2j+2}. \end{cases}$$

$$i(0) = 0, \quad i(\tau_j + 0) = i(\tau_j - 0), \quad j = 1, 2, \ldots$$

Використаємо знайдений вище частинний розв'язок $n(t)$ неоднорідного рівняння і зробимо заміну

$$i(t) = x(t) + n(t),$$

$$n(t) = \begin{cases} n_1(t), \tau_{2j} < t < \tau_{2j+1}, \\ n_2(t), \tau_{2j+1} < t < \tau_{2j+2}, \end{cases}$$

Заміна

$$i(t) = x(t) + n(t),$$

$$n(t) = \begin{cases} n_1(t), \tau_{2j} < t < \tau_{2j+1}, \\ n_2(t), \tau_{2j+1} < t < \tau_{2j+2}, \end{cases}$$

$$n_1(t) = \frac{E_1 R}{R^2 + L^2\omega_1^2}\sin(\omega_1 t + \varphi_1) - \frac{LE_1\omega_1}{R^2 + L^2\omega_1^2}\cos(\omega_1 t + \varphi_1),$$

$$n_2(t) = \frac{E_2 R}{R^2 + L^2\omega_2^2}\sin(\omega_2 t + \varphi_2) - \frac{LE_2\omega_2}{R^2 + L^2\omega_2^2}\cos(\omega_2 t + \varphi_2).$$

Система з неперервною правою частиною з імпульсною дією

$$Rx(t) + L\frac{dx(t)}{dt} = 0, \quad t \neq \tau_j,$$

$$x(0) = -n_1(0),$$

$$\Delta x|_{t=\tau_{2j+1}} = n_1(\tau_{2j+1}) - n_2(\tau_{2j+1}), \quad j = 0, 1, ...,$$

$$\Delta x|_{t=\tau_{2j}} = n_2(\tau_{2j}) - n_1(\tau_{2j}), \quad j = 1, 2, ...$$