

**Омский государственный технический  
университет**

Кафедра физики

**Калистратова Л.Ф.**

Электронные лекции по разделам  
электромагнетизма

(электростатика, постоянный ток, магнетизм)

17 лекций

(34 аудиторных часа)

# Тема 4. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА И ЭНЕРГИЯ

## План лекции

- 4.1. Механическая работа и мощность.
- 4.2. Консервативные и неконсервативные силы.
- 4.3. Полная механическая энергия.
- 4.4. Кинетическая энергия и её связь с работой.
- 4.5. Потенциальная энергия и её связь с работой.
- 4.6. Связь потенциальной энергии с консервативной силой.

## 4.1. Механическая работа

Опыт показывает, что различные формы движения материи способны к взаимным превращениям.

В тепловой машине хаотическое молекулярное движение превращается (частично) в упорядоченное механическое.

При движении с трением механическое движение превращается в хаотическое молекулярное.

Установлено, что все взаимные превращения различных форм движения материи происходят в строго определенных количественных соотношениях.

«Исчезновение» одной формы движения всегда сопровождается «возникновением» эквивалентного количества движения другой формы.

**Работа** – это физическая величина, характеризующая процесс превращения одной формы движения в другую.

В механике принято говорить, что **работа совершается силой**, поскольку наличие силы, наличие взаимодействия тел является необходимым признаком работы.

**Работа** – **скалярная величина**, измеряемая в джоулях (Дж).

Существуют понятия: **элементарная работа** силы и **полная работа** силы.

**Элементарная работа силы** равна скалярному произведению силы  $\vec{F}$  на элементарное перемещение  $d\vec{r}$  точки приложения силы

$$dA = (\vec{F} \cdot d\vec{r})$$

**Полная работа** при конечном перемещении равна алгебраической сумме элементарных работ и определяется интегралом

$$A_{12} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} (\vec{F} \cdot d\vec{r})$$

$\vec{r}_1$  и  $\vec{r}_2$  – радиус-векторы начального и конечного положения точки приложения силы.

Выразим элементарное перемещение через  
мгновенную скорость :

$$d\mathbf{r} = \mathbf{v} dt$$

Тогда

$$dA = (\mathbf{F} \cdot \mathbf{v}) dt$$

Интегрируя по времени, получим работу силы за  
конечный промежуток времени  $\Delta t = t_2 - t_1$  :

$$A_{12} = \int_{t_1}^{t_2} (\mathbf{F} \cdot \mathbf{v}) dt$$

Распишем скалярное произведение

$$(\vec{F} \vec{dr}) = F \cdot |\vec{dr}| \cos \alpha$$

И учтём, что

$$|\vec{dr}| = dS$$

Тогда элементарная работа силы запишется как

$$dA = F dS \cos \alpha$$

$\alpha$  – угол между направлением силы и направлением движения в каждой точке.

Обозначим проекцию силы на направление движения:

$$F \cos \alpha = F_S$$

В ряде случаев приведенные интегралы вычисляются просто.

Так, если в процессе перемещения **сила не изменяется и движение является прямолинейным**, то

$$A_{12} = F_S \int_{S_{12}} dS = F_S S_{12} = FS \cos \alpha$$

1. Работа силы тяжести:

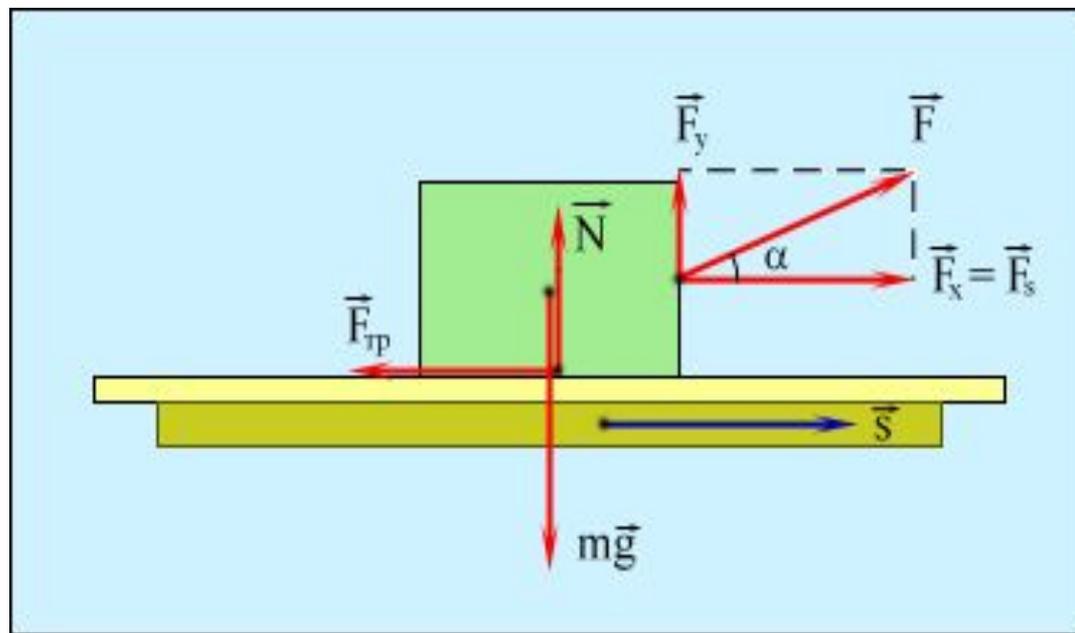
$$A_{mg} = mg \cdot s \cdot \cos 90^\circ = 0$$

2. Работа силы реакции опоры:  $A_N = N \cdot s \cdot \cos 90^\circ = 0$

3. Работа силы трения:  $A_{TP} = F_{TP} \cdot s \cdot \cos 180^\circ = -F_{TP} \cdot s$

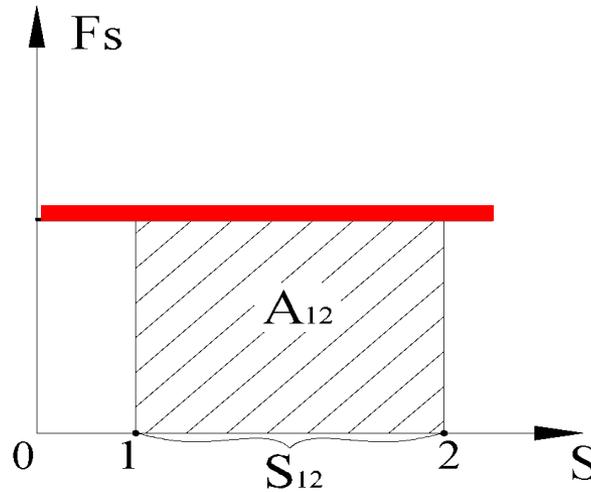
4. Работа силы F:

$$A_F = FS \cos \alpha$$



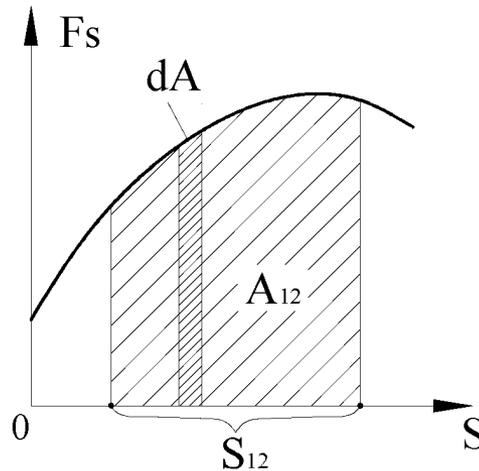
## Графическое изображение работы

Если  $F_s = \text{const}$ , то графиком  $F_s$  будет прямая, параллельная оси  $S$ .



**Работа силы** численно равна **площади** заштрихованного прямоугольника:  $A_{12} = F_s S_{12}$ .

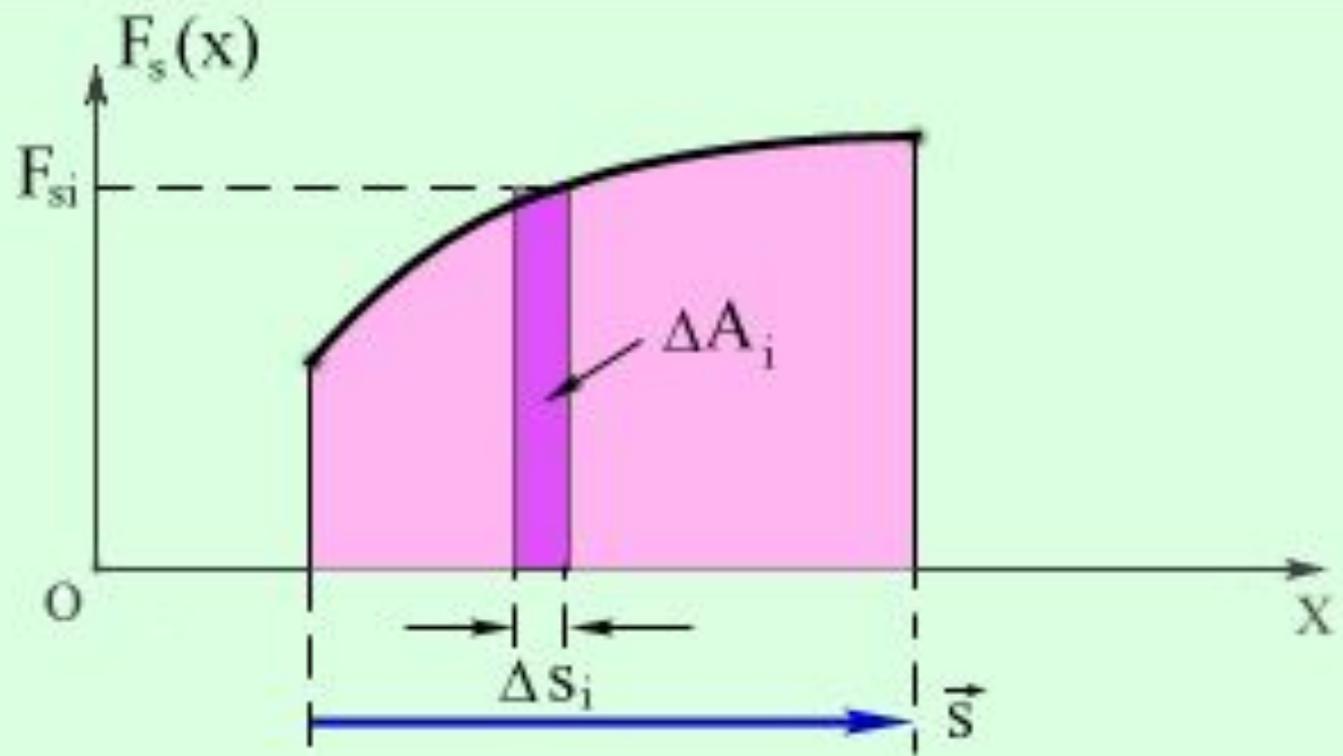
Если  $F_s \neq \text{const}$ , то графиком  $F_s$  будет некоторая кривая.



**Элементарная работа**  $dA$  равна площади узкой ПОЛОСКИ.

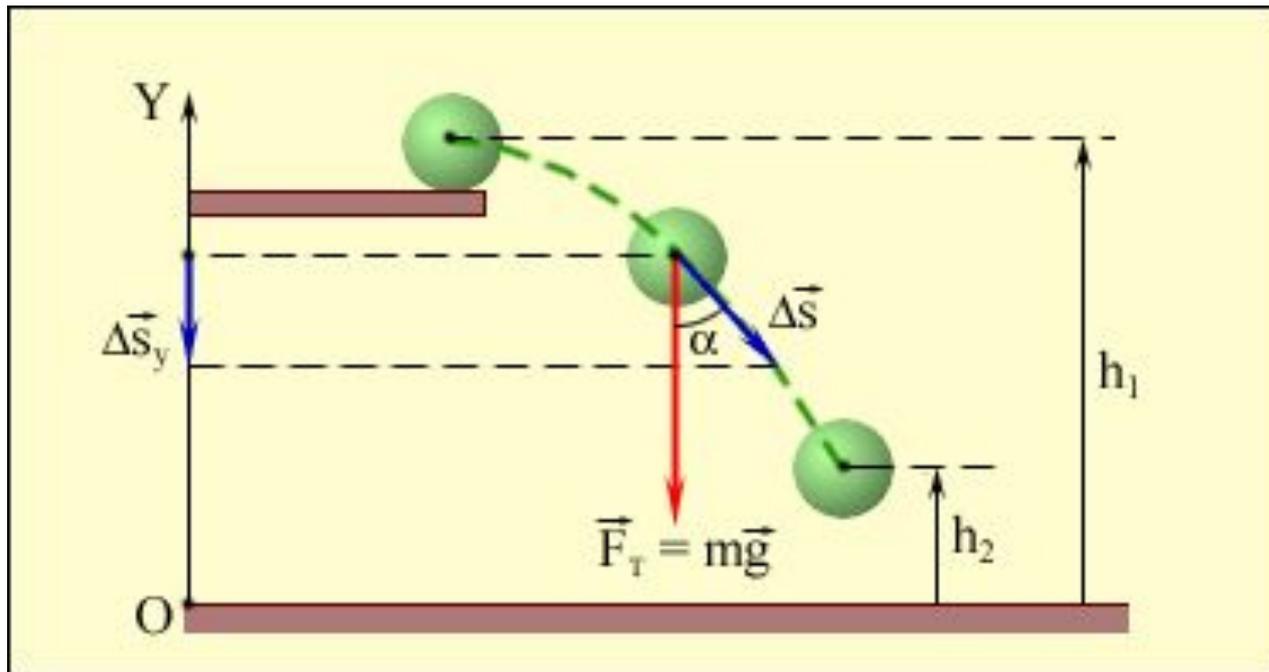
**Полная работа силы** на пути в этом случае равна заштрихованной под графиком  $F(S)$  площади криволинейной трапеции:

$$A_{12} = \int_{S_{12}} F_s dS$$



## Работа силы тяжести

Пусть материальная точка с массой  $m$  переместилась по произвольной траектории из точки 1 в точку 2, отстоящих от поверхности Земли соответственно на расстояниях  $h_1$  и  $h_2$



Вычислим работу силы тяжести  $mg$  на перемещении  $\Delta r$

$$A = \int_{r_1}^{r_2} (mg \cdot dr) = \left( mg \cdot \int_{r_1}^{r_2} dr \right) = (mg \cdot \Delta r)$$

Сделаем дальнейшие преобразования:

$$\begin{aligned} A &= (mg \cdot \Delta r) = mg \cdot |\Delta r| \cdot \cos\alpha = \\ &= mg \cdot |\Delta r|_{mg} \end{aligned}$$

$|\Delta \mathbf{r}|_{mg}$  – проекция вектора перемещения на направление вектора силы тяжести.

Из рисунка видно, что  $|\Delta \mathbf{r}|_{mg} = h_1 - h_2$ .

Следовательно, работа силы тяжести:

$$A = mg(h_1 - h_2)$$

**Максимальная работа силы тяжести:**

$$A = mgh$$

## Работа гравитационной силы

Работа гравитационной силы вычисляется при вычислении интеграла

$$A = \int_{r_1}^{r_2} (\vec{F}_{\text{грав}} \cdot d\vec{r})$$

при подстановки формулы гравитационной силы

$$F = \frac{GmM}{r^2}$$

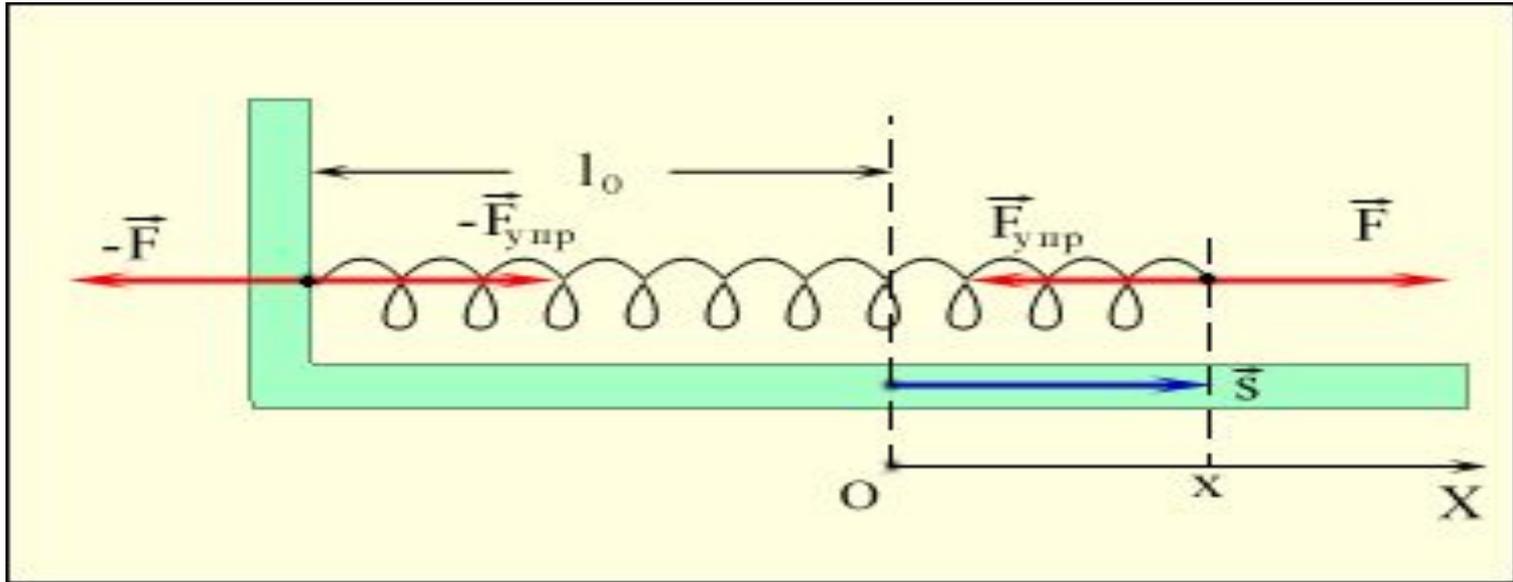
$r$  - расстояние между центрами тяжести тел.

**Максимальная работа гравитационной силы:**

$$A = \frac{G \cdot mM}{r}$$

## Работа силы упругости

Пусть пружина деформирована.



$x$  – абсолютное удлинение,  $k$  – жесткость пружины

По закону Гука: 
$$F_{\text{упр}} = -k x$$

Вычислим интеграл.

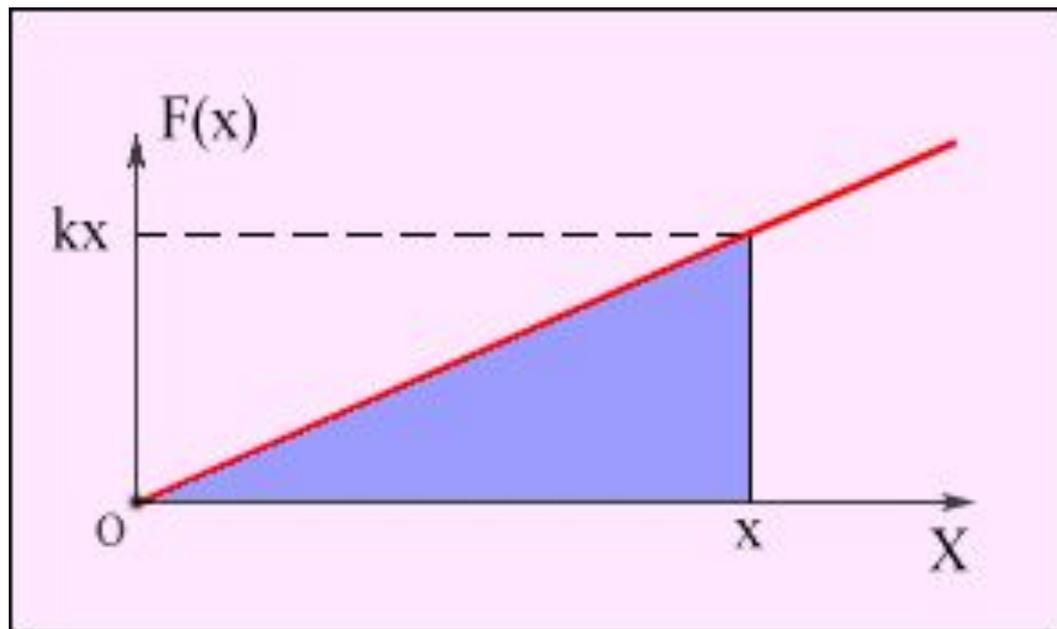
$$A = - \int_{x_1}^{x_2} (k x \cdot dx) = -k \int_{x_1}^{x_2} (x \cdot dx) = \int k \left( \frac{x_1^2}{2} - \frac{x_2^2}{2} \right)$$

Работа упругой силы не зависит от того как произошло изменение длины пружины: быстро или медленно, равномерно или с остановками. Она определяется только начальной и конечной деформацией пружины.

**Максимальная работа упругой силы:**

$$A = \frac{k x^2}{2}$$

Работу упругой силы можно вычислить графически как площадь треугольника.



$$A = \frac{k \delta^2}{2}$$

## **Мощность:**

- характеризует быстроту совершения работы;
- равна работе, совершаемой за единицу времени;
- величина скалярная, измеряемая в Вт (ваттах).

Различают среднюю и мгновенную мощность, если совершаемая силой работа зависит от времени.

**Средняя мощность** за промежуток времени  $\Delta t$  равна работе силы, совершённой за единицу времени.

$$\langle N \rangle = \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

**Мгновенная мощность** – это мощность в данный момент времени.

Она равна **первой производной от работы по времени**.

$$N = \frac{dA}{dt}$$

Учитывая, что

$$dA = (\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}) \quad \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}$$

получим

$$N = (\mathbf{F} \cdot \mathbf{v})$$

**Мгновенная мощность** равна скалярному произведению силы на скорость.

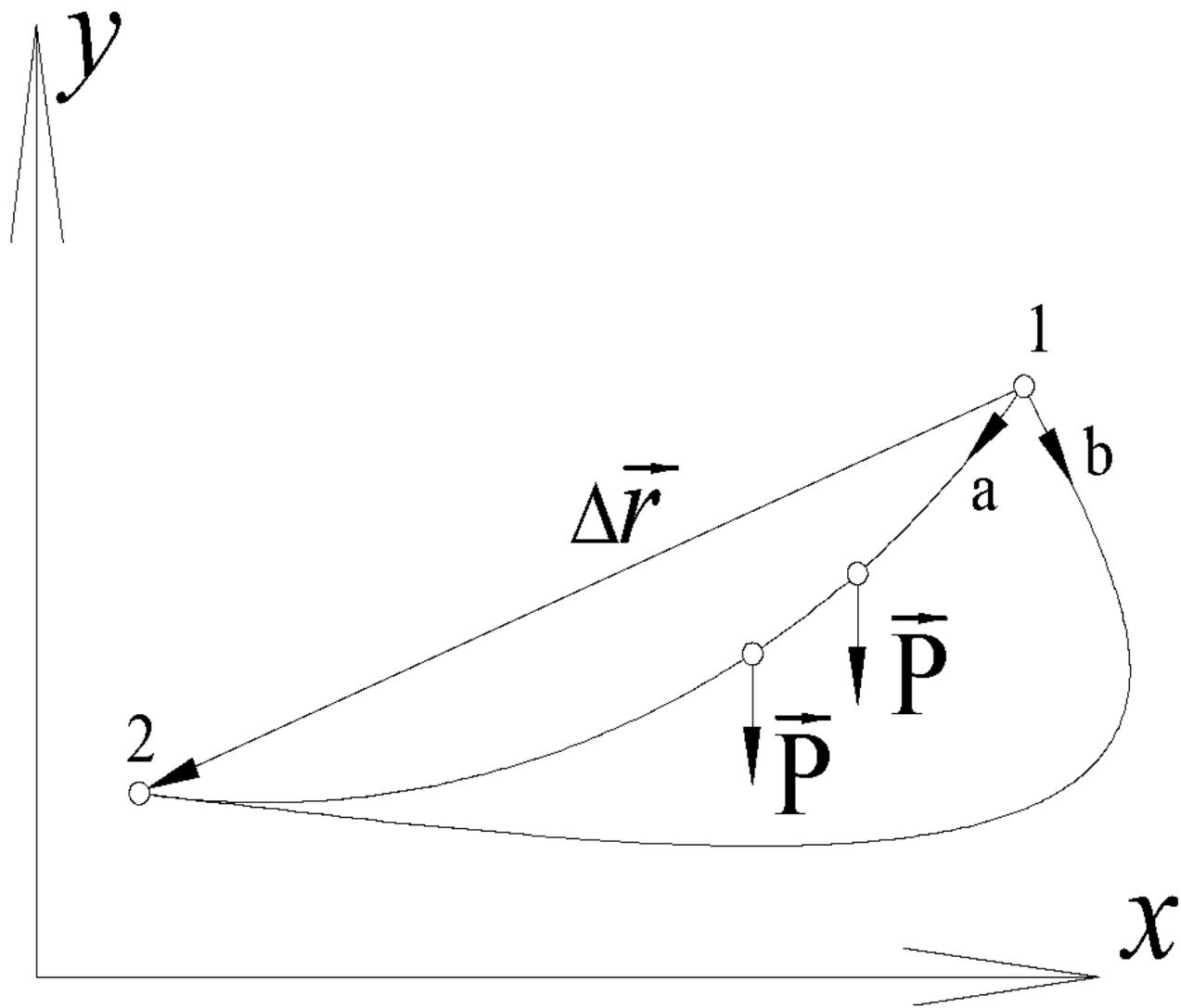
## 4.2. Консервативные и неконсервативные силы

**Консервативными** называются силы, **работа** которых:

- не зависит от формы пути, по которому материальная точка переходит из некоторого начального положения в конечное.
- по замкнутой траектории равна нулю.

Найдём работу силы тяжести при перемещении материальной точки из положения 1 в положение 2

по двум разным траекториям  $S_{1a2}$  и  $S_{1b2}$



Искомые работы соответственно равны

$$A_{1a2} = \int_{1(a)}^2 (mg \cdot dr) \quad \text{и} \quad A_{1b2} = \int_{1(b)}^2 (mg \cdot dr)$$

Будем считать, что сила  $mg$  одинакова во всех точках рассматриваемой области пространства.

Вынесем  $mg$  за знаки интегралов.

$$A_{1a2} = mg \cdot \int_{1(a)}^2 dr \quad \text{и} \quad A_{1b2} = mg \cdot \int_{1(b)}^2 dr$$

$$A_{1a2} = mg \cdot \Delta r \quad A_{1b2} = mg \cdot \Delta r$$

Получили, что , двигаясь из положения 1 в положение 2 по разным траектории 1a2 и 1b2, точка совершает одно и то же перемещение  $\Delta \vec{r}$  , следовательно, работы одинаковы:

$$A_{1a2} = A_{1b2}$$

Таким образом, **сила тяжести – консервативная сила.**

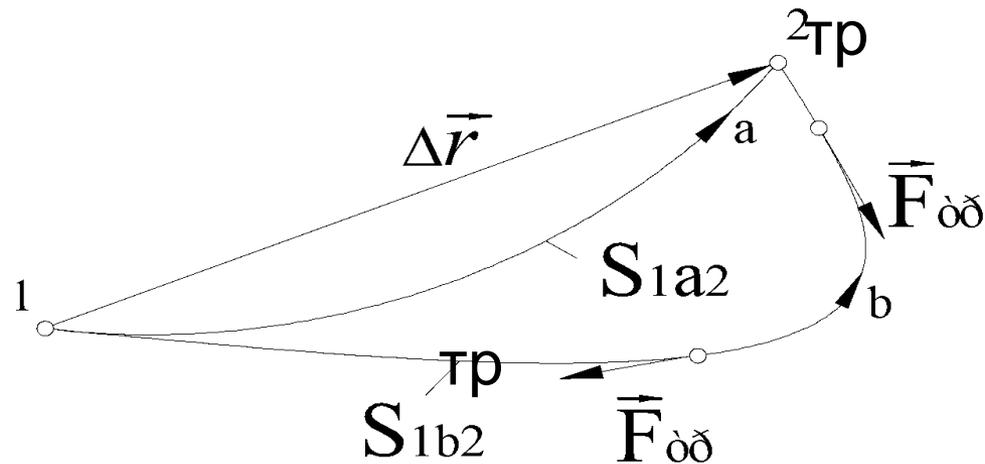
**Консервативными** являются:

- гравитационная сила
- сила упругости
- электрическая сила

**Неконсервативной** называется сила, **работа** которой **зависит** от формы пути, по которому материальная точка переходит из начального положения в конечное.

Найдем **работу силы трения**, действующей на тело при перемещении его из точки 1 в точку 2 по горизонтальной поверхности по двум разным путям

$S_{1a2}$  и  $S_{1b2}$ .



Искомые значения работ соответственно равны:

$$A_{1a2} = \int_{1(a)}^2 (\vec{F}_{\text{тр}} \cdot d\vec{r})$$

$$A_{1b2} = \int_{1(b)}^2 (\vec{F}_{\text{тр}} \cdot d\vec{r})$$

Направление силы трения в процессе перемещения тела изменяется, поэтому  $\vec{F}_{\text{тр}}$  выносить за знак интеграла нельзя.

Но проекцию силы трения на перемещение можно вынести за знак интеграла, так как её значение одинаково во всех точках траектории.

$$\dot{A}_{1a2} = \int_{(a)}^2 \mathbf{F}_{\dot{o}\dot{o}} \cdot |d\mathbf{r}| \cos \pi =$$

$$= -F_{\dot{o}\dot{o}} \int_{(a)}^2 |d\mathbf{r}| =$$

$$= -F_{\dot{o}\dot{o}} \int_{(a)}^2 dS = -F_{\dot{o}\dot{o}} S_{1a2}$$

$$\dot{A}_{1\acute{a}2} = \int_{(a)}^2 \mathbf{F}_{\acute{o}\delta} \left| \mathbf{dr}^{\boxtimes} \right| \cos \pi =$$

$$= -F_{\acute{o}\delta} \int_{(a)}^2 \left| \mathbf{dr}^{\boxtimes} \right| =$$

$$= -F_{\acute{o}\delta} \int_{(a)}^2 dS = -F_{\acute{o}\delta} S_{1\acute{a}2}$$

Так как  $S_{1a2} \neq S_{1\bar{a}2}$ , то и  $A_{1a2} \neq A_{1\bar{a}2}$

**Неконсервативными** являются:

- сила трения
- магнитные силы Ампера и Лоренца
- сила давления

**Потенциальным** называется силовое поле, в котором действуют консервативные силы.

К потенциальным полям относятся гравитационное и электростатическое поле.

**Вихревым** называется силовое поле, в котором действуют неконсервативные силы.

К вихревым полям относится магнитное поле.

## 4.3. Полная механическая энергия

Способность различных форм движения к взаимным превращениям привели к мысли о том, что должна существовать единая мера различных форм движения.

Эта мера характеризует любое движение с точки зрения возможностей превращения его в другие формы.

**Полная механическая энергия** – единая мера различных форм движения материи и типов взаимодействия материальных объектов.

**Полная механическая энергия** является однозначной, непрерывной, конечной, дифференцируемой функцией механического состояния объекта.

**Функция состояния** – такая физическая характеристика объекта, изменение которой при переходе объекта из одного состояния в другое не зависит от пути перехода и целиком определяется параметрами начального и конечного состояний.

## Материальные объекты:

- могут участвовать в разных взаимодействиях;
- могут участвовать в различных формах движения;
- могут перемещаться в пространстве;
- в них могут происходить различные процессы (молекулярные, электромагнитные, ядерные и др.).

Обычно изменения, обусловленные участием объекта в различных типах взаимодействий и формах движения, рассматривают отдельно.

В связи с этим **энергию определяют как сумму нескольких слагаемых**, каждое из которых зависит только от одного или двух параметров.

## Полная механическая энергия

Механическое состояние объекта характеризуется двумя параметрами – радиус-векторами материальных точек, из которых он состоит, и их скоростями (импульсами).

Поэтому **полная механическая энергия** объекта является функцией координат и скоростей материальных точек.

**Кинетическая энергия** определяется скоростями точек объекта.

**Потенциальная энергия** зависит от их координат.

**Полная механическая энергия** равна сумме кинетической энергии взаимодействия частей тела и потенциальной энергии взаимодействия тела с внешними телами.

$$E = E_K + E_n$$

## 4.4. Кинетическая энергия и её связь с работой

Пусть на материальную точку с массой  $m$  действует сила  $\vec{F}$ .

Найдем работу этой силы за время, в течение которого модуль скорости точки изменяется от  $v_1$  до  $v_2$ .

Элементарная работа силы  $\vec{F}$  равна

$$A = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Преобразуем это выражение:

$$\begin{aligned} dA &= \vec{F} \cdot d\vec{r} = m (\vec{a} \cdot d\vec{r}) = \\ &= m \left( \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} \right) = m (\vec{v} \cdot d\vec{v}) \end{aligned}$$

Найдем **скалярное произведение** вектора скорости  $\vec{v}$   
на его приращение  $d\vec{v}$  .

$$\left( \vec{v} \cdot d\vec{v} \right) = v |d\vec{v}| \cos \alpha ,$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{v}$  и  $d\vec{v}$  .

Поскольку угол между векторами  $\vec{v}$  и  $d\vec{v}$  равен  $0^\circ$ ,

то

$$\left( \vec{v} \cdot d\vec{v} \right) = v dv .$$

Тогда **элементарная работа** запишется как

$$dA = m \cdot v \cdot dv$$

**Полная работа**, совершаемая силой  $\vec{F}$  при изменении скорости точки от  $v_1$  до  $v_2$ , равна интегралу:

$$A = \int dA = \int_{v_1}^{v_2} m v dv \quad \text{или} \quad A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} .$$

Получили, что **работа силы**:

- 1) не зависит от формы пути перехода материальной точки из начального состояния со скоростью  $v_1$  к конечному состоянию со скоростью  $v_2$ ;

- 2) не зависит от способов, посредством которых было достигнуто данное изменение скорости;
- 3) не зависит от того, каковы были промежуточные состояния:
- а) быстро или медленно изменялась скорость,
  - б) постоянная или переменная сила действовала на точку,
  - в) по прямолинейной или криволинейной траектории она перемещалась.

Величина  $\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$  есть приращение некоторой функции  $E_k$  механического состояния точки, зависящей от скорости.

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = E_K(v_2) - E_K(v_1)$$

**Кинетическая энергия** определяется формулой:

$$E_K = \frac{mv^2}{2}$$

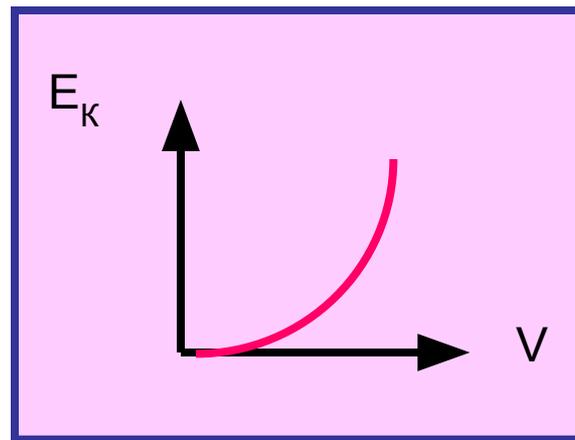
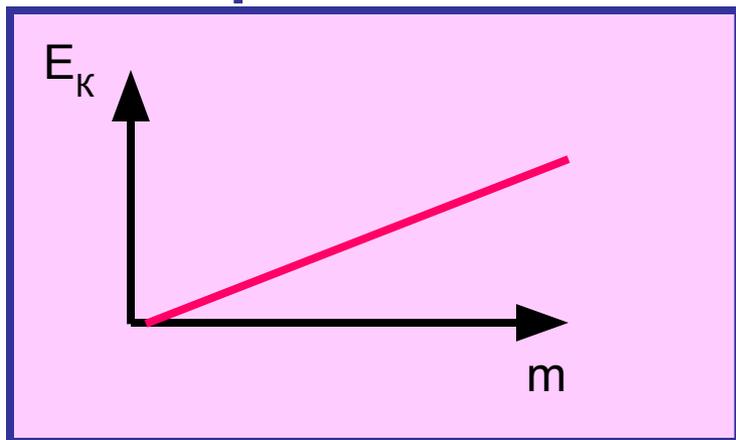
**Изменение кинетической энергии равно работе силы:**

$$\Delta E_K = A$$

Таким образом, **кинетическая энергия:**

- функция механического состояния;
- зависит от массы материальной точки и квадрата её скорости.

$$E_K = \frac{mv^2}{2}$$

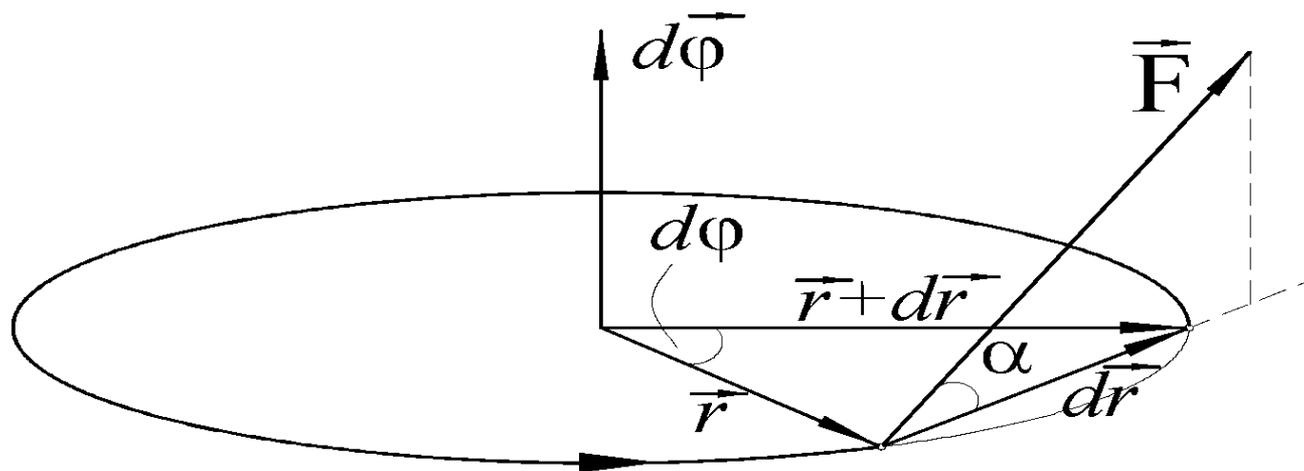


**Изменение кинетической энергии равно работе любых (внутренних и внешних, консервативных и неконсервативных) сил:**

$$\Delta E_K = A_{\text{любых сил}}$$

## Кинетическая энергия при вращательном движении

Найдем работу, совершаемую внешней силой при повороте твердого тела на некоторый угол вокруг неподвижной оси.



**Элементарная работа силы**  $\vec{F}$ , действующей на тело, равна

$$\begin{aligned} dA &= \vec{F} \cdot d\vec{r} = F |d\vec{r}| \cos\alpha = \\ &= F_{\tau} |d\vec{r}| \end{aligned}$$

$\alpha$  – угол между векторами  $\vec{F}$  и  $d\vec{r}$ .

$F_{\tau}$  – проекция вектора силы  $\vec{F}$  на направление вектора  $d\vec{r}$ .

$$|d\vec{r}| = dS = r \cdot d\varphi$$

Тогда

$$dA = F_{\tau} \cdot r \cdot d\varphi \quad \text{или}$$

$$dA = M_z \cdot d\varphi$$

**$M_z$**  – момент силы относительно оси  $Z$ , совпадающей с направлением углового перемещения.

Если угол  $\alpha$  – острый:

$$\cos\alpha > 0 \quad F_{\tau} > 0, \text{ то и } M_z > 0,$$

Если угол  $\alpha$  – тупой:

$$\cos\alpha < 0 \quad F_{\tau} < 0, \text{ то и } M_z < 0.$$

$$dA = M_z \cdot d\varphi$$

**Элементарная работа силы при вращательном движении** равна скалярному произведению момента этой силы относительно оси вращения на элементарное угловое перемещение тела.

**Полная работа силы** при повороте тела на конечный

угол:

$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_z \cdot d\varphi$$

## Кинетическая энергия при вращательном движении

Запишем  $dA = M_z \cdot d\varphi$  .

Но ранее показано, что  $M_z = J \varepsilon_z$  , где  $\varepsilon_z = \frac{d\omega}{dt}$

Тогда  $dA = J \left( \frac{d\omega}{dt} \cdot d\varphi \right) = J \omega d\omega$

Интегрируя, получим

$$A = \int_{\omega_1}^{\omega_2} J \omega d\omega = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}$$

Как показано ранее, **работа всех действующих на тело сил**, равна **изменению кинетической энергии** этого тела:  $A = \Delta E_k$ .

Поэтому выражение

$$E_k = \frac{J \omega^2}{2}$$

представляет собой **кинетическую энергию вращательного движения твердого тела.**

Эту формулу можно получить иначе.

Кинетическая энергия, которой обладает тело, складывается из кинетических энергий отдельных его точек.

Разобьем вращающееся тело на элементы массой  $dm$ , отстоящие на расстоянии  $r$  от оси вращения.

Тогда кинетическая энергия каждого элемента равна

$$dE_{K(\hat{\omega})} = \frac{dm \cdot v^2}{2}$$

Так как  $v = \omega r$ ,

то

$$dE_{K(\text{вр})} = \frac{dm \omega^2 r^2}{2}$$

Кинетическая энергия всего тела найдется интегральным суммированием:

$$E_{K(\hat{\omega})} = \int dE_{K(\hat{\omega})} = \int \frac{\omega^2}{2} dm r^2 = \frac{\omega^2}{2} \int dm \cdot r^2$$

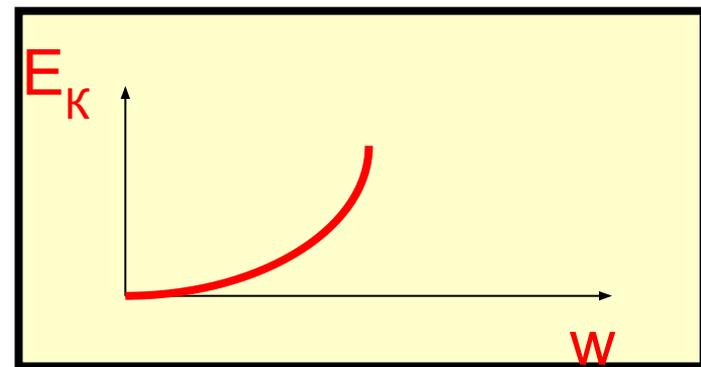
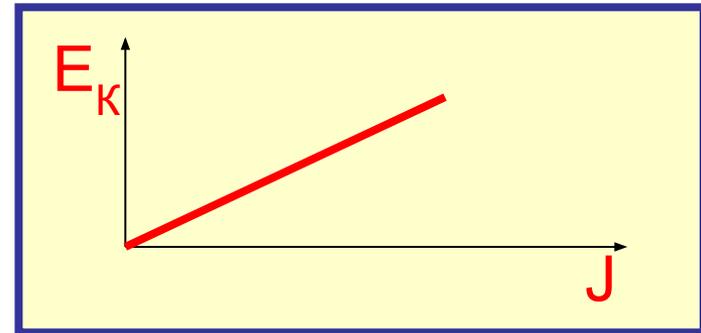
выражение  
тела

$$J = \int dm \cdot r^2$$

– есть момент инерции

Тогда для **кинетической энергии вращательного движения** получаем выражение:

$$E_{K(\text{вр})} = \frac{J \omega^2}{2}$$



Если тело одновременно движется **поступательно** и **вращается** вокруг оси, проходящей через центр масс и сохраняющей неизменную ориентацию в пространстве, то **кинетическая энергия** такого движения **равна сумме энергий поступательного и вращательного движений**:

$$E_K = \frac{m v^2}{2} + \frac{J \omega^2}{2}$$

## Свойства кинетической энергии

1. **Кинетическая энергия** – однозначная, конечная, непрерывная, дифференцируемая функция механического состояния объекта.
2. **Кинетическая энергия** не может быть отрицательной.
3. **Кинетическая энергия** – величина аддитивная: кинетическая энергия системы тел равна сумме кинетических энергий отдельных тел.

**4. Изменение кинетической энергии равно работе всех действующих на тело сил – и консервативных и неконсервативных.**

Если работа сил положительна, то кинетическая энергия тела возрастает, если отрицательна – уменьшается.

**5. Тело, обладающее кинетической энергией, способно совершить работу.**

## 4.6. Потенциальная энергия и её связь с работой

**Потенциальная энергия** – это энергия взаимодействия тел.

Взаимодействие может быть разным: гравитационным, электромагнитным и т. д.

**Потенциальная энергия** равна максимальной работе соответствующих сил в данных конкретных условиях.

**Потенциальная энергия тела, поднятого над землёй**) определяется формулой:

$$E_{\text{п}} = mgh$$

**Потенциальная энергия гравитации** определяется по формуле:

$$E_{\text{П}} = -\frac{G \cdot mM}{r}$$

$r$  - расстояние между центрами тяжести тел.

Знак «минус» означает, что космические тела притягиваются.

Потенциальная энергия деформированной пружины:

$$E_{\text{П}} = \frac{k x^2}{2}$$

## Свойства потенциальной энергии

1. **Потенциальная энергия** – однозначная, конечная, непрерывная, дифференцируемая функция состояния механического объекта.
2. **Потенциальная энергия** может быть только **взаимной**. Она в одинаковой степени характеризует оба взаимодействующих тела.
3. **Числовое значение потенциальной энергии** определяется с точностью до произвольной постоянной, значение которой зависит от выбора нулевого уровня (начала отсчета) потенциальной энергии.

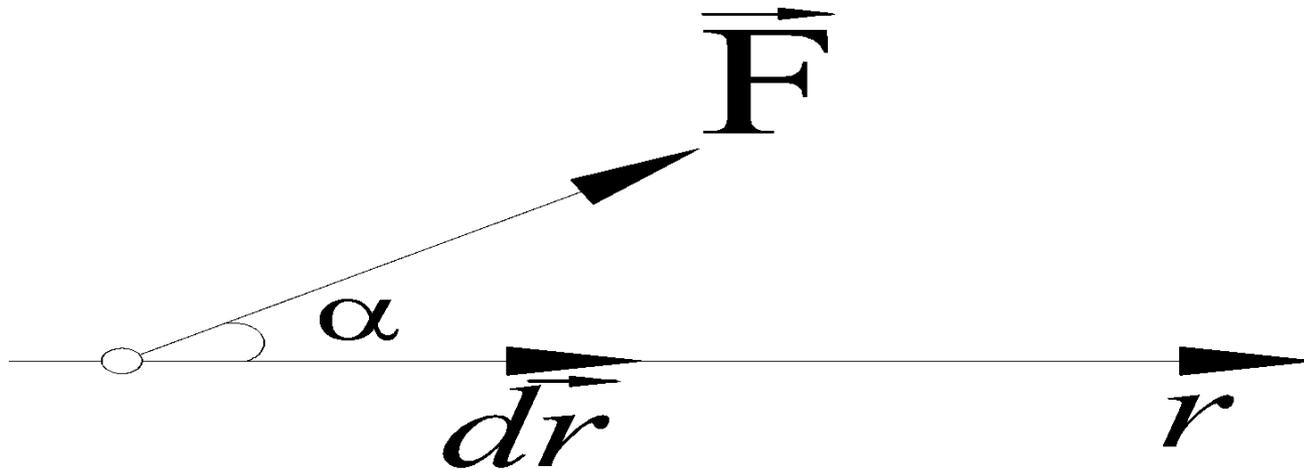
Нулевой уровень можно выбирается на бесконечном расстоянии между телами, т.е. там, где сила их взаимодействия равна нулю.

4. **Потенциальная энергия** может иметь как положительное, так и отрицательное значение.
5. Состояние взаимодействующих тел можно охарактеризовать потенциальной энергией только в том случае, если между телами действуют **консервативные силы**.
6. **Изменение потенциальной энергии, взятое с обратным знаком** равно работе консервативной силы.

$$-\Delta E_{\dot{i}} = A\hat{e}$$

## 4.7. Связь потенциальной энергии с консервативной силой

Между потенциальной энергией материальной точки и консервативной силой, действующей на точку и обуславливающей наличие этой энергии, существует связь.



Если материальная точка переместилась в потенциальном поле в произвольном направлении  $\vec{r}$ , то **консервативная сила совершит при этом работу:**

$$dA = \vec{F} \hat{e} \cdot d\vec{r} = F_{\hat{e},r} dr$$

где  $F_r$  – проекция силы на направление  $d\vec{r}$ .

С другой стороны **работа консервативной силы равна убыли потенциальной энергии:**

$$dA = -dE_{\Pi}$$

Приравнивая правые части, получим

$$F_{\hat{e},r} = -\frac{dE_{\ddot{i}}}{dr}$$

Проекция консервативной силы на произвольное направление  $r$  равна по абсолютной величине и противоположна по знаку производной от потенциальной энергии по этому направлению.

Полученное соотношение справедливо для любого направления в пространстве, в частности, для осей  $X, Y, Z$  декартовой системы координат.

$$F_x = -\frac{dE_{\Pi}}{dx} \quad F_y = -\frac{dE_{\Pi}}{dy}$$

$$F_z = -\frac{dE_{\Pi}}{dz}$$

Учтём, что вектор силы можно записать как:

$$\vec{F} = F_x \cdot \vec{i} + F_y \cdot \vec{j} + F_z \cdot \vec{k}$$

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – орты координатных осей X, Y, Z.

Тогда

$$\vec{F} = - \left( \frac{dE_{\Pi}}{dx} \cdot \vec{i} + \frac{dE_{\Pi}}{dy} \cdot \vec{j} + \frac{dE_{\Pi}}{dz} \cdot \vec{k} \right)$$

Вектор, стоящий в правой части этого выражения, называется **градиентом функции потенциальной энергии** и обозначается как **grad Ep**.

Понятие градиента вводится для любых векторных величин, значение модуля которых зависит от направления в пространстве.

**Градиент любой функции** – это вектор, направленный в сторону возрастания функции и численно равный изменению функции на единичном расстоянии.

$$\text{grad}f = \frac{df}{dx} \mathbf{i} + \frac{df}{dy} \mathbf{j} + \frac{df}{dz} \mathbf{k}$$

$$\text{grad}E_{\Pi} = \frac{dE_{\Pi}}{dx} \mathbf{i} + \frac{dE_{\Pi}}{dy} \mathbf{j} + \frac{dE_{\Pi}}{dz} \mathbf{k}$$

### Градиент потенциальной энергии:

- вектор, направленный в сторону возрастания потенциальной энергии;
- численно равен приращению потенциальной энергии, приходящейся на единицу длины этого направления.

Мы получили, что 
$$\mathbf{F}_K = -q \text{grad} E_{\Pi}$$

**Консервативная сила**, действующая на материальную точку, равна по модулю и противоположна по направлению градиенту потенциальной энергии.

Две формулы в равной мере выражают связь **консервативной силы с потенциальной энергией** и наоборот.

$$F_r = -\frac{dE_{\Pi}}{dr} \quad -\Delta E_{\Pi} = \int_{r_1}^{r_2} F_K \cdot dr$$

Величина консервативной силы равна изменению потенциальной энергии тела на единичном расстоянии.

Изменение потенциальной энергии, взятое с обратным знаком равно работе консервативной силы.

Рисунок отражает указанные выше соотношения для силы тяжести и потенциальной энергии в гравитационном силовом поле.

