Лекция 5. Моделирование многофазных потоков

1. Представление результатов. Пост-обработка

Опции *Hybrid и Conservative*

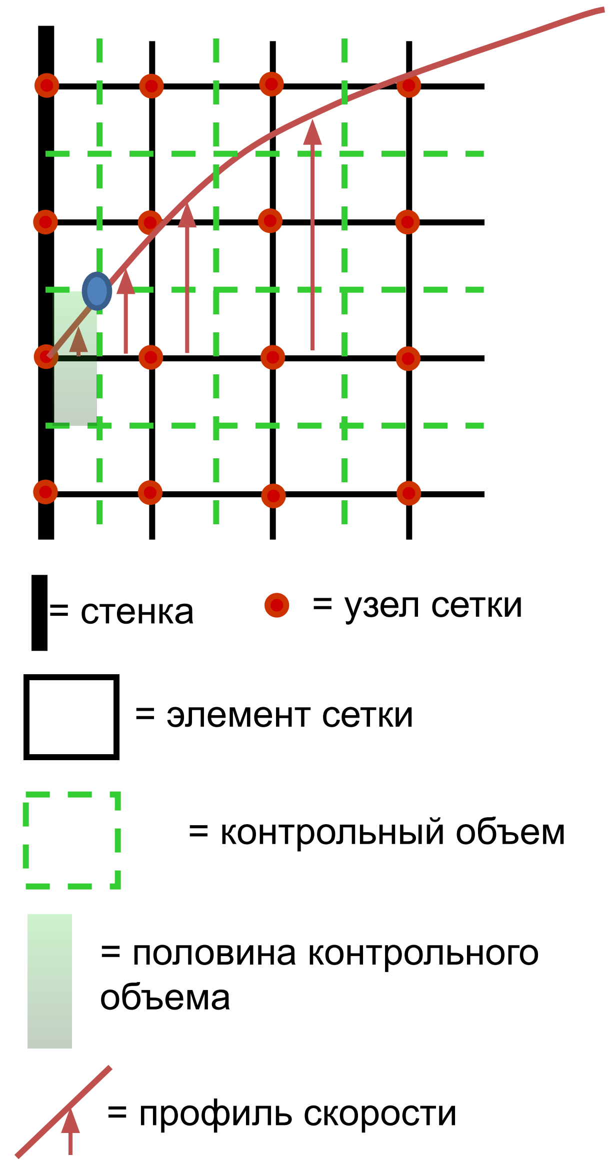
Контрольный объем, используемый ANSYS CFX для расчета, базируется на сетке, но не эквивалентен ей.

- Узел сетки располагается в середине контрольного объема.

Значения переменных, хранящиеся в файле результатов, представляют собой среднее значение внутри контрольного объема (показана синим).

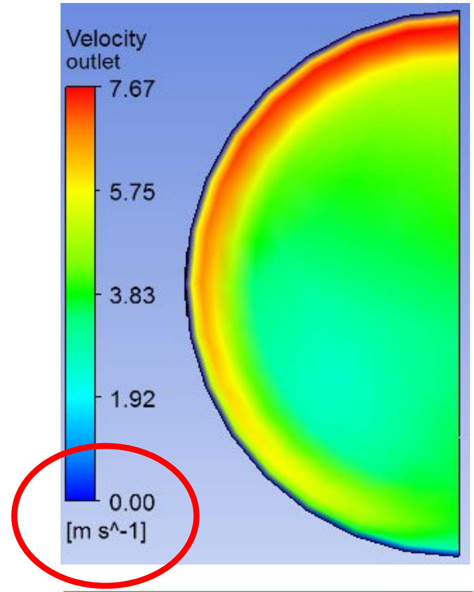
Возле границы «стенка» находится половина контрольного объема (т.к. узел лежит на стенке), в котором средняя скорость не равна нулю.

- эта ненулевая скорость хранится в узле, лежащем на стенке (Conservative).
- но известно, что на стенке скорость нулевая (по условию задачи), поэтому Post принудительно её обнуляет (Hybrid).



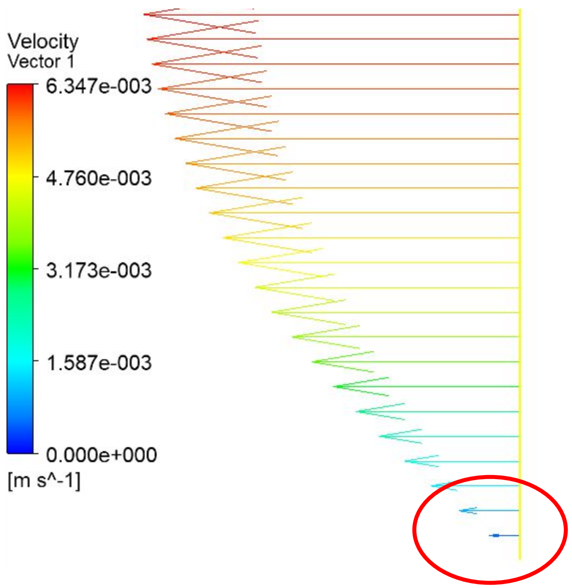
Conservative = величина контрольного объема

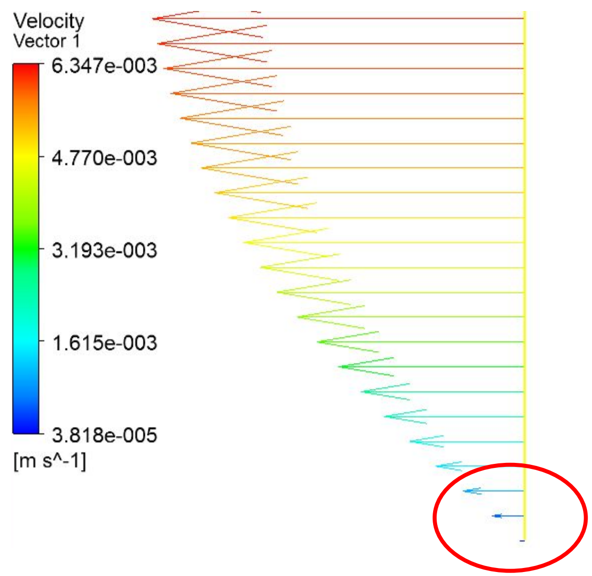
Hybrid = величина конкретного граничного условия

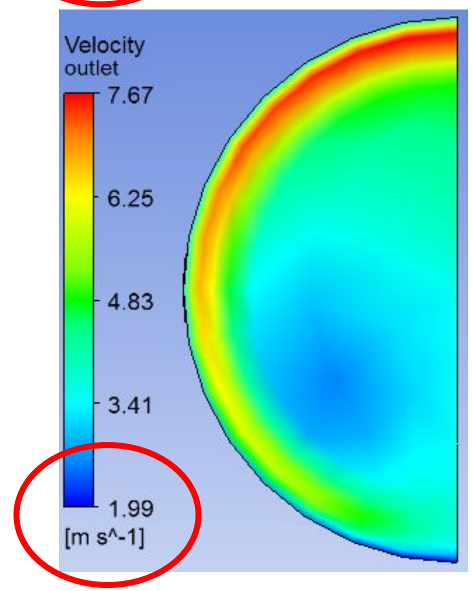


Hybrid

Для визуализации ANSYS CFX-Post использует по умолчанию метод Hybrid (скорость на стенке «0»)







Conservative

При расчете по умолчанию используется метод Conservative

(расчет расхода $G = v_{cm} \cdot V \cdot \rho$)

Создание графиков (*Chart*)

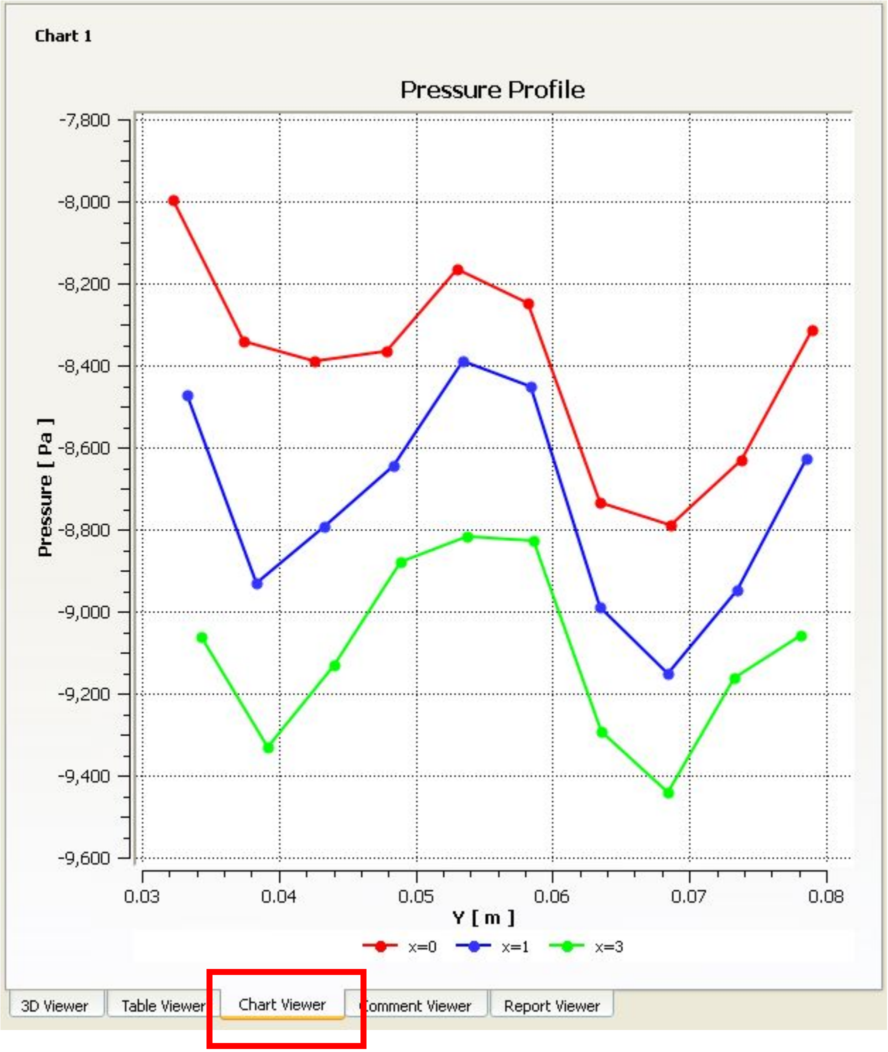
- Графическая зависимость между двумя величинами вдоль линии или кривой.

  \- Первоначально необходимо создать линию или кривую:

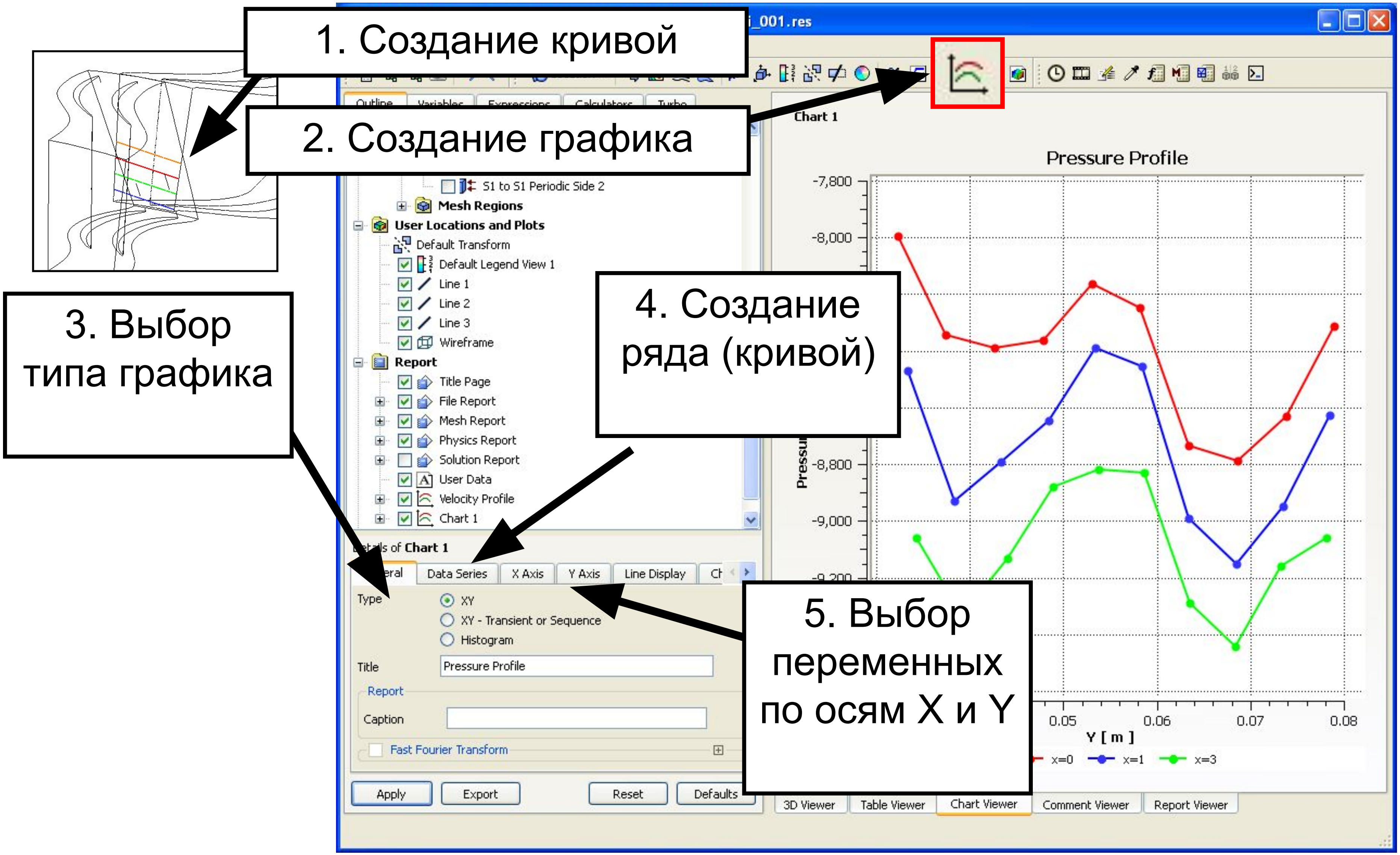
  Line, Polyline, Boundary Intersection curve, Contour line и т.д.

- Графики автоматически добавляются в отчет (вкладка Report).

- На одном графике можно отобразить несколько зависимостей.



Создание графиков (*Chart*)



Типы графиков (*Chart*)

- XY

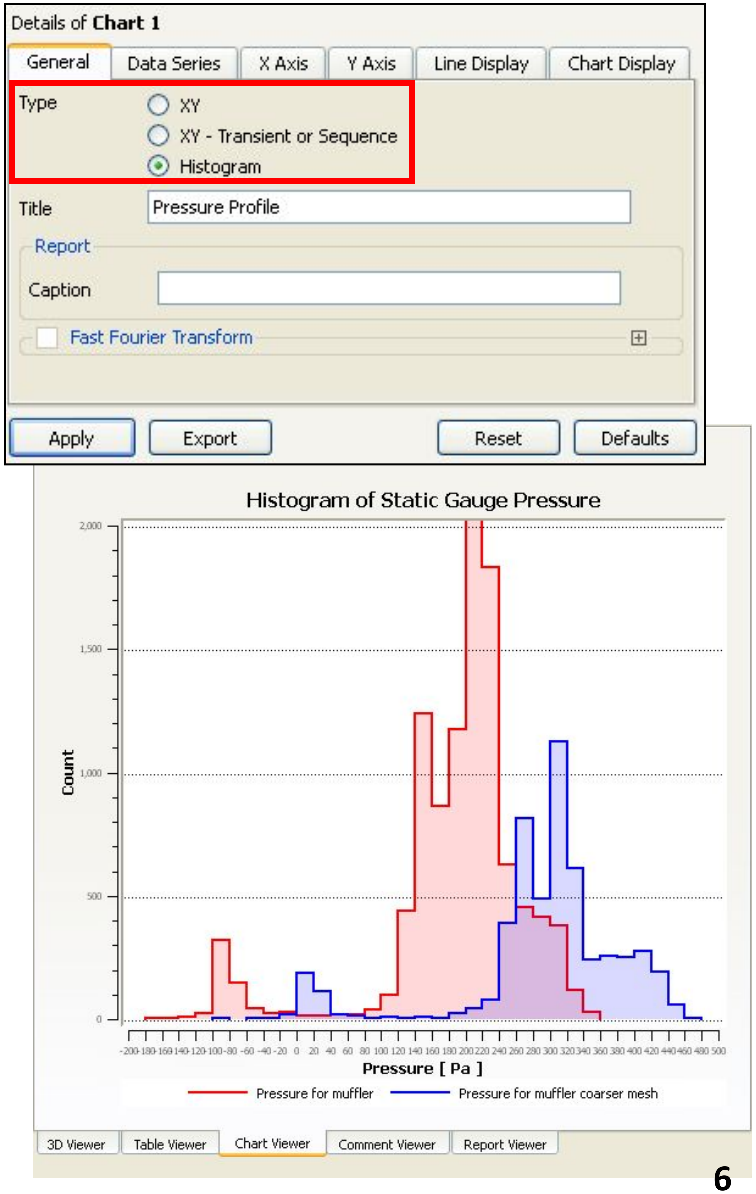
  Стандартный график на основе линии.

- XY – Transient or Sequence

  - Для нестационарных задач.
  - Изменение значения переменной в точке во времени.

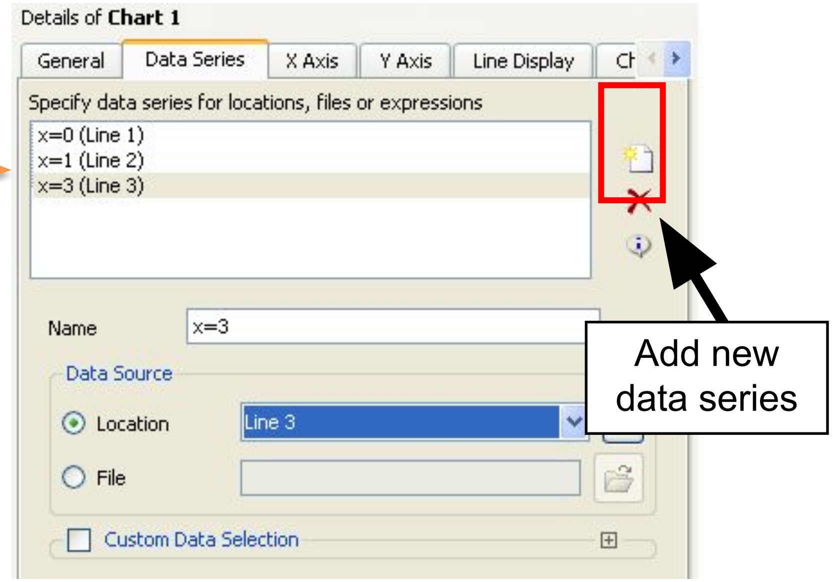
- Histogram

  - Может быть создана на любом объекте, содержащем несколько значений переменной – линии, плоскости, поверхности, домены (но не точки).



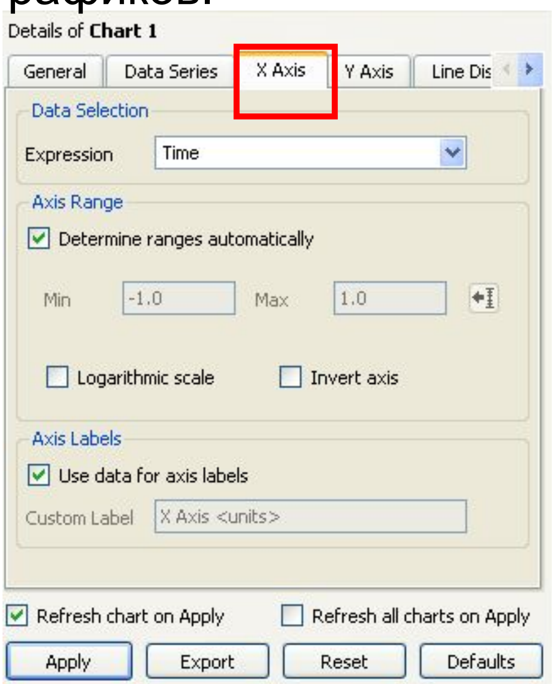
Вкладки Charts: *Data Series and Axes*

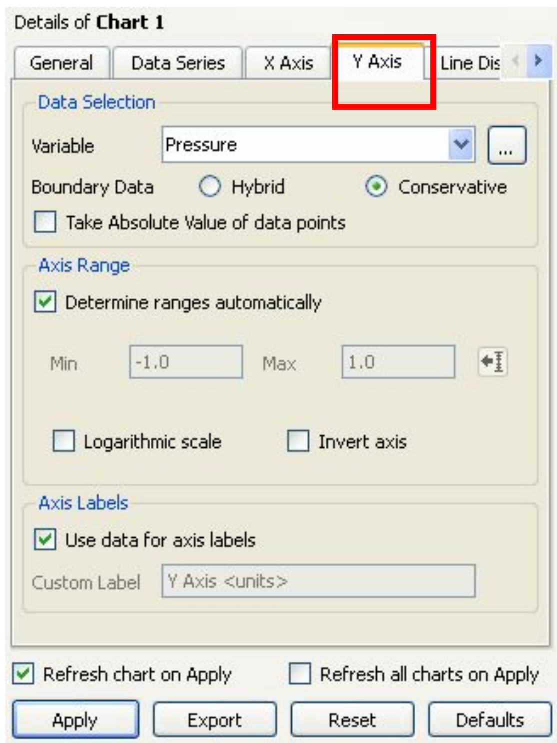
- Каждой серии данных соответствует своя кривая на графике



Вкладки Charts: *X Axis* и *Y Axis* устанавливают переменные по осям

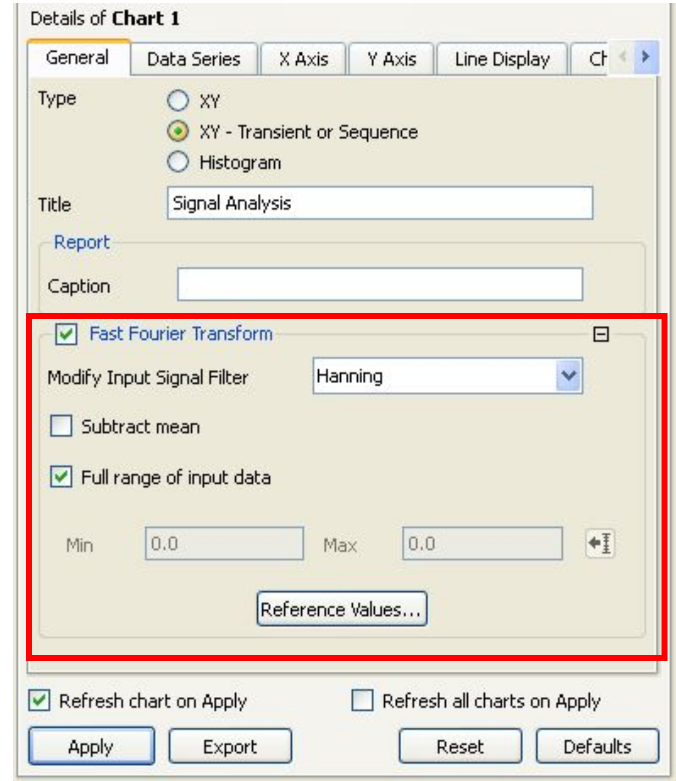
Остальные вкладки предназначены для настройки параметров отрисовки графиков.

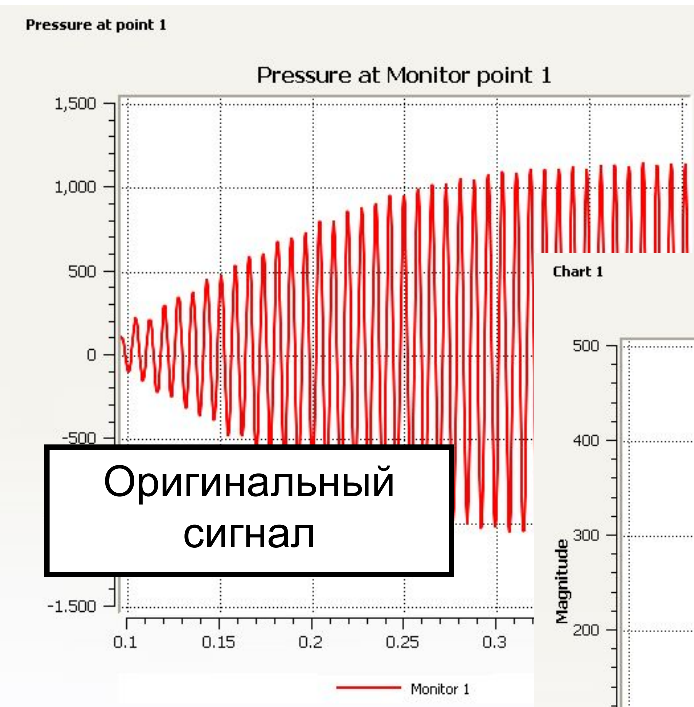


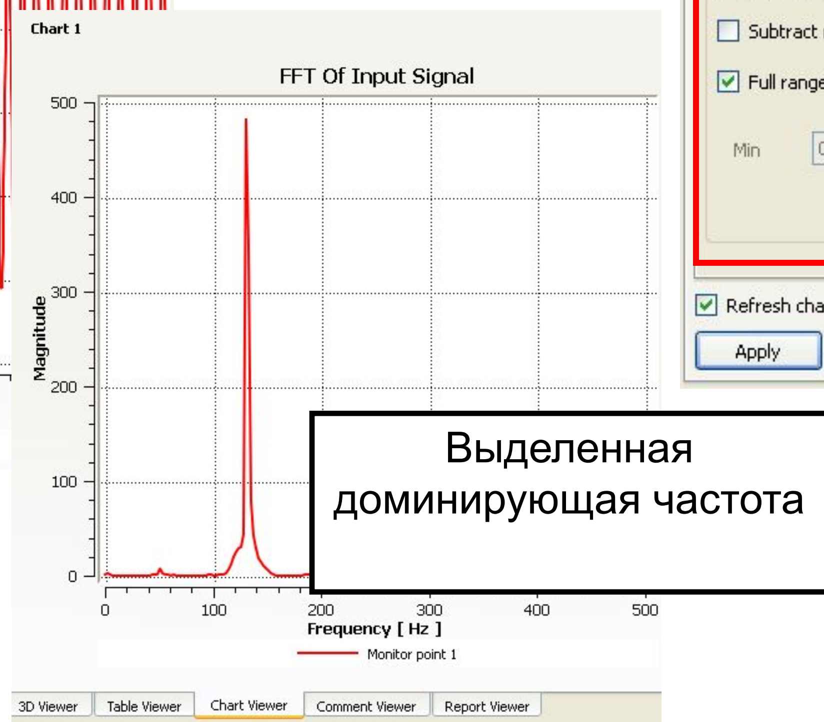


Особая опция в графиках (*Chart*): быстрое преобразование Фурье (Fast Fourier Transform)

- FFT – метод применяется для обработки сигналов с целью выделения частот







Моделирование многофазных потоков

Многофазные потоки - это сложная и пространственно неоднородная смесь нескольких фаз.

Дисперсная система — смесь из двух или большего числа фаз, которые практически не смешиваются и химически не реагируют друг с другом.

Несущая фаза (дисперсионная среда)	Дисперсная фаза
Газ	тв. частицы, капли жидкости
Жидкость	тв. частицы, пузырьки газа, другие жидкости (эмульсии)

Системы (Газ – газ) – не являются дисперсными системами.

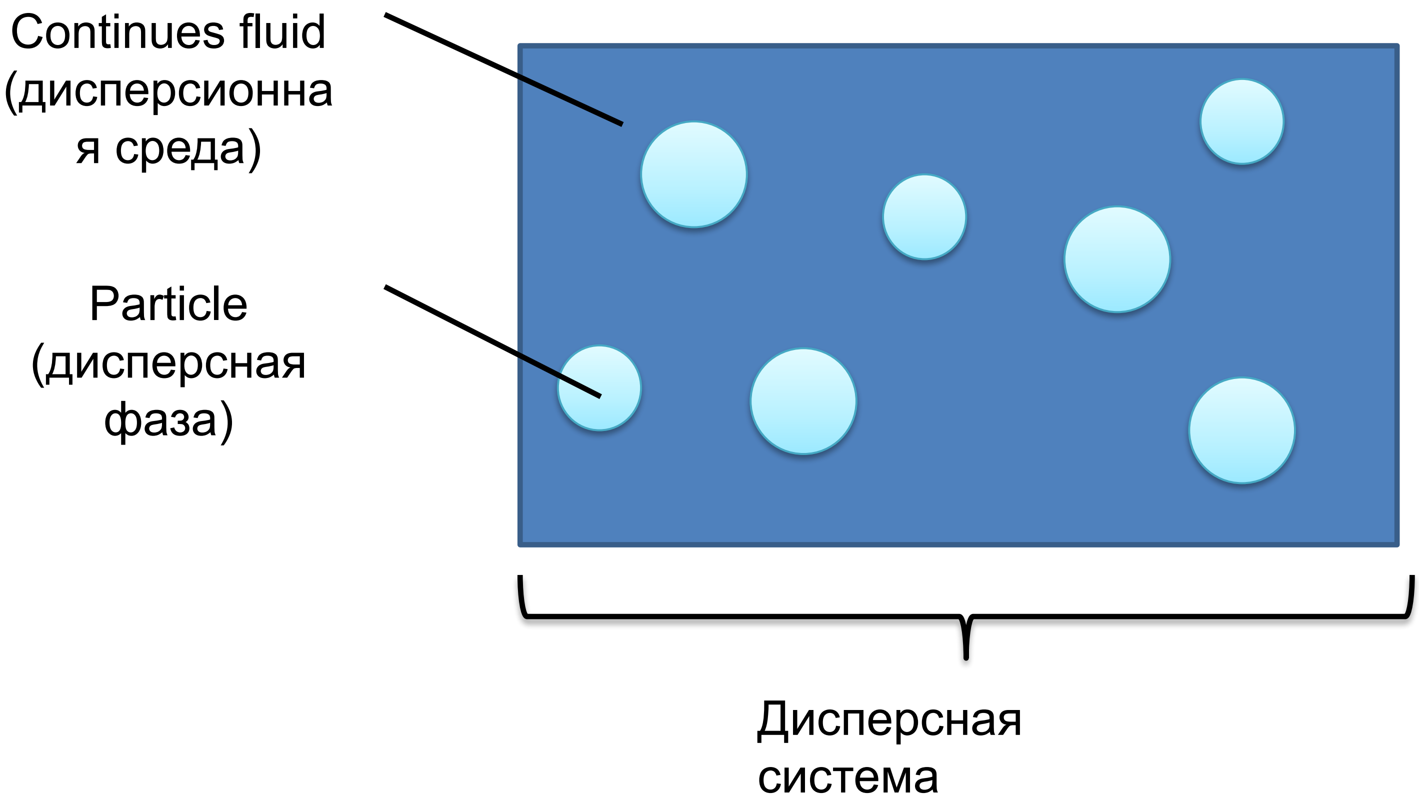
Методы математического описания:

1. Добавочные переменные
2. Модель Лагранжа
3. Модель Эйлера

Основные понятия

«Частица» – particle (твердые частицы, капли жидкости и пузырьки газа), дисперсная фаза.

Continues fluid – несущая фаза, сплошная среда, дисперсионная среда.



1. Моделирование многофазных потоков с использованием добавочных переменных

Additional Variable (добавочная переменная)

Добавочные переменные - это невзаимодействующие между собой скалярные компоненты, которые переносятся через поток.

Добавочные переменные могут быть использованы для моделирования переноса двигающегося по инерции материала в потоке жидкости, например, частиц дыма в воздухе или краска в воде.

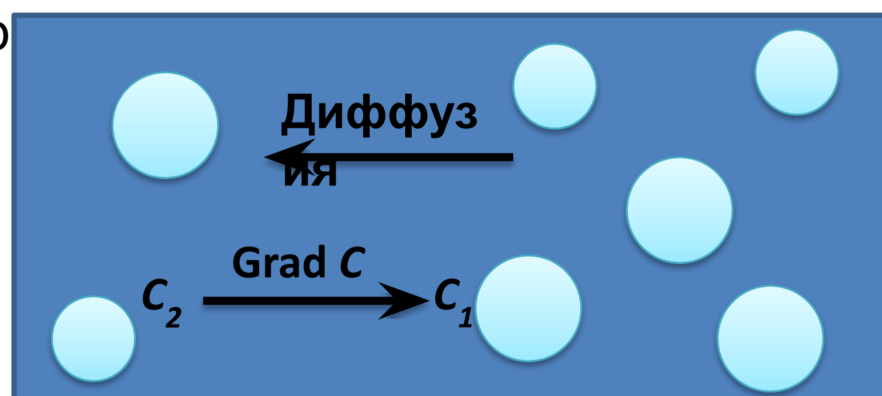
Добавочная переменная не оказывает влияния на поток жидкости/газа, в которых распространяется.

Kinematic Diffusivity (кинематический коэффициент диффузии)

Перенос дополнительных переменных является как конвективным, так и диффузионным процессом (включая ламинарную и турбулентную диффузии). Поэтому необходимо знать молекулярный кинематический коэффициент диффузии для каждой используемой в расчете дополнительной переменной.

Кинематический коэффициент диффузии – количественная характеристика скорости диффузии, равная количеству вещества, проходящего в единицу времени через участок единичной площади в результате теплового движения молекул при градиенте концентрации, равном единице. Определяется свойствами среды и типом диффундирующих частиц. Показывает, как быстро скалярная величина будет распр … утствии конвекции.

Дым в воздухе:
$D_ф = 10^{-5}$ м^2/с.



Уравнение переноса добавочной переменной

Transport equation (уравнение переноса) для ламинарного потока

Если компонента потока смоделирована с использованием уравнения переноса добавочной переменной, то **скорость компоненты равна скорости потока** и она может диффундировать через сплошную среду. Массовая доля компоне… …реноса добавоч…

$$\frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{U}\varphi)=\nabla\cdot(\rho D_{\Phi}\nabla\varphi)+S_{\varphi}$$

где ***U*** – скорость сплошной среды (ж или г, в которых распространяется компонент);

ρ – плотность смеси;

φ = Ф/ρ – сохраняемая величина в единице массы;

Ф – величина добавочной переменной в единице объема (концентрация);

S_{φ} – объемный источниковый член добавочной переменной, [Ф]/(с·м^3);

$D_{ф}$ – кинематический коэффициент диффузии.

Уравнение переноса добавочной переменной

Transport equation (уравнение переноса) для турбулентного потока

Для турбулентного потока уравнение переноса является ус

$$\frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho \boldsymbol{U} \varphi) = \nabla\cdot\left(\left(\rho D_{\Phi} + \frac{\mu_t}{Sc_t}\right)\nabla\varphi\right) + S_{\varphi}$$

где Sc_t – турбулентное число Шмидта;

μ_t – турбулентная вязкость.

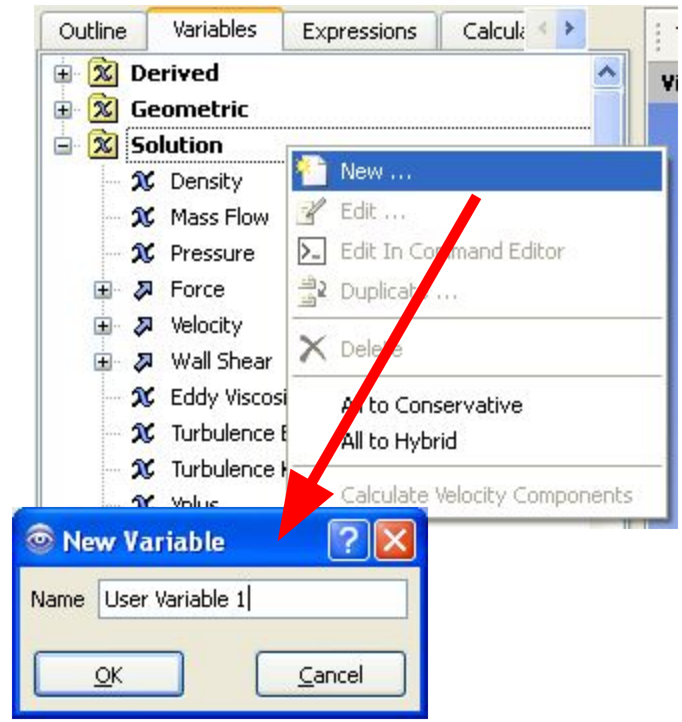
$$Sc_t = \frac{\mu_t}{\rho D_t},$$

где D_t – турбулентный кинематический коэффициент диффузии.

Турбулентное число Шмидта характеризует соотношение процессов турбулентного переноса импульса и вещества в сплошной среде.

Вкладка *Additional Variable*. Создание добавочной переменной

Создание новой переменной *Right-click → New…* во вкладке «Expressions, Functions and Variables» на соответствующем разделе Additional Variables.



Для определения пользовательских переменных необходимо определить:

1. Тип переменной (Variable Type) – Specific (специфические – задается параметр, отнесенный к единице массы), Volumetric (объемные – задается параметр, отнесенный к единице объема), Unspecified (произвольные).
2. Единицы измерения (Units) – в соответствии с типом переменной.
3. Тип тензора (Tensor Type) – скалярный (Scalar) или векторный (Vector).

$$F = \frac{\text{величина}}{\text{объем жидкости}} \qquad F = \frac{\text{величина}}{\text{масса жидкости}} \qquad F = \frac{p_{abs} - p_{ref.}}{0.5\rho v^2}$$

Создание добавочной переменной, моделирующей распространение компоненты среды в потоке

1. В Меню выбираем *Insert > Expressions, Functions and Variables >* **Addititional Variable**

2. Вводим имя переменной **Name** <…>

3. **OK**

4. Выбираем тип переменной **Variable Type** – *Volumetric*.

5. Вводим единицы измерения **Units** *[kg m^-3]*.

6. OK.

Применение метода добавочных переменных

1. Используется, когда дисперсная фаза распространяется в большом объеме сплошной среды, обладающей высокой инерционностью (стабильностью, устойчивостью к внешним возмущениям). Т.е. дисперсная фаза не оказывает влияния на дисперсионную среду (выброс из дымовых труб, сброс в водоём).

2. Дисперсная фаза движется со скоростью сплошной среды.

3. Определяем только величину добавочной переменной (концентрацию фазы).

4. Задача проста в реализации, требует малого расчетного времени.

2. Модель Лагранжа для моделирования многофазных течений

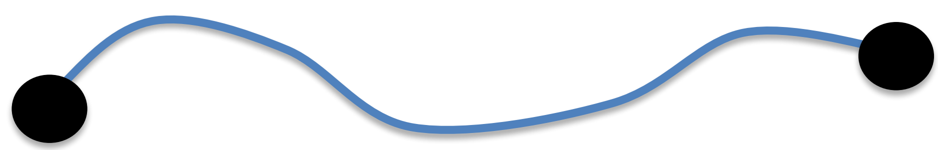
Модель движения твердых частиц (Lagrangian particle tracking method, LTM или Discrete Phase Model, DPM) — позволяет определить траектории отдельных частиц, капель, пузырьков в непрерывной фазе, т.е.

Определяет положение частицы в любой момент времени. Начальное положение частицы м.б. задано координатами (a; b; c) в момент времени t_0.

$X(t) = x(a, b, c, t)$

$Y(t) = y(a, b, c, t)$

$Z(t) = z(a, b, c, t)$



(a; b; c) при t_0 (x; y; t) при t

На практике данный метод используется, когда частицы составляют небольшую часть от объема (обычно менее 10%).

Учитывает взаимное влияние частиц и непрерывной фазы.

Может рассчитать явления тепломассообмена, такие как испарение и кипение капель жидкости, а также физико-химические реакции, в частности, горение.

Не определяет количество частиц, находящихся в данной точке пространства.

Уравнение движения взвешенной частицы Лагранжа

$$m_p \frac{d\boldsymbol{U}_p}{dt} = \boldsymbol{F}_D + \boldsymbol{F}_B + \boldsymbol{F}_R + \boldsymbol{F}_{VM} + \boldsymbol{F}_p + \boldsymbol{F}_{BA}$$

где $\boldsymbol{m_p}$ – масса дисперсной частицы;

$\boldsymbol{U_p}$ – скорость дисперсной частицы;

$\boldsymbol{F_D}$ – сила сопротивления, действующая на частицу;

$\boldsymbol{F_B}$ – выталкивающая сила, возникающая под действием силы тяжести;

$\boldsymbol{F_R}$ – сумма сил, возникающая при вращении расчетной области (центростремительная сила и сила Кориолиса);

$\boldsymbol{F_{VM}}$ – сила присоединенных масс (имеет определяющее значение, когда перемещаемая масса жидкости превышает массу частицы, как при движении пузырьков газа);

$\boldsymbol{F_p}$ – сила, обусловленная градиентом давления в сплошной среде (имеет существенный вклад, если плотность сплошной среды сравнима или больше, чем плотность частиц);

$\boldsymbol{F_{BA}}$ – сила Бассе.

Сила сопротивления (Drag Force)

$$\boldsymbol{F}_D = \frac{1}{2} C_D \rho_f A_f \left|\boldsymbol{U}_s\right| \boldsymbol{U}_s = \frac{1}{2} C_D \rho_f A_f \left|\boldsymbol{U}_f - \boldsymbol{U}_p\right| (\boldsymbol{U}_f - \boldsymbol{U}_p)$$

где C_D – коэффициент лобового сопротивления;

A_f – эффективное сечение частицы (площадь проекции тела частицы на плоскость, перпендикулярную к направлению движения, для сферической частицы)

$$A_f = \frac{\pi d^2}{4} ,$$

d – диаметр частицы);

ρ_f – плотность несущей фазы.

Для расчета коэффициент сопротивления C_D ANSYS CFX предлагает несколько моделей.

1. Модель Шиллер-Науманна (Schiller Naumann Drag Model). Используется для единичных твердых частиц преимущественно сферической формы.

$$C_D = \max[\frac{24}{\boldsymbol{Re}}(1+0.15\,\boldsymbol{Re}^{0.687}), 0.44], \qquad \boldsymbol{Re} = \frac{\rho_f \left|\boldsymbol{U}_p - \boldsymbol{U}_f\right| d}{\mu_f}$$

μ_f – динамическая вязкость несущей фазы.

2. Модель Иши-Зубера (Ishii-Zuber Drag Model). Описывает одиночные капли жидкости, форма которых приближена к эллипсу.

3. Модель Грейс (Grace Drag Model)

Модель сопротивления Грейс применяется при расчете обтекания одиночного пузырька газа.

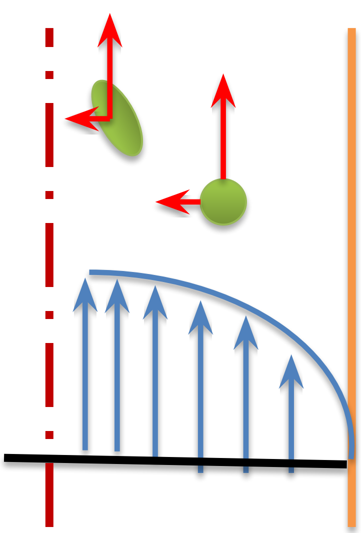
Выталкивающая сила (Buoyancy Model)

Выталкивающая сила – это сила, действующая на частицу, погруженную в жидкость или газ. Выталкивающая сила равна весу вытесненной жидкости или газа в объеме погруженной частицы и определяется в виде

$$\boldsymbol{F}_B = g(m_\text{p} - m_f) = g m_p \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_p}\right)$$

Для сферической частицы формулу выше можно представить как

$$\boldsymbol{F}_B = \frac{\pi g d^3}{6}(\rho_p - \rho_f)$$



Силы, обусловленные вращением расчетной области (Rotating Domain)

При вращении расчетной области на дисперсную частицу действуют две силы – центростремительная сила и сила Кориолиса:

$$F_R = m_p\left(-2\Omega\times U_p - \Omega\times\Omega\times r_p\right)$$

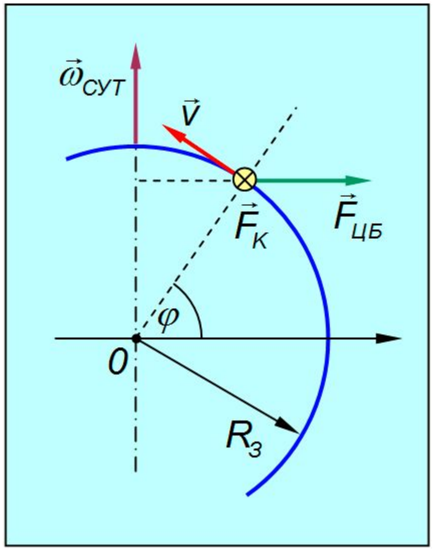
где Ω – вектор вращения;

r_p – радиус-вектор частицы.

$$\boldsymbol{S}_{M,\mathrm{rot}} = \boldsymbol{S}_{\mathrm{Cor}} + \boldsymbol{S}_{\mathrm{cfg}}$$

$$\boldsymbol{S}_{\mathrm{Cor}} = -2\,\rho\,\omega\times\boldsymbol{U}$$

$$\boldsymbol{S}_{\mathrm{cfg}} = -\rho\,\omega\times\left(\omega\times\boldsymbol{r}\right)$$

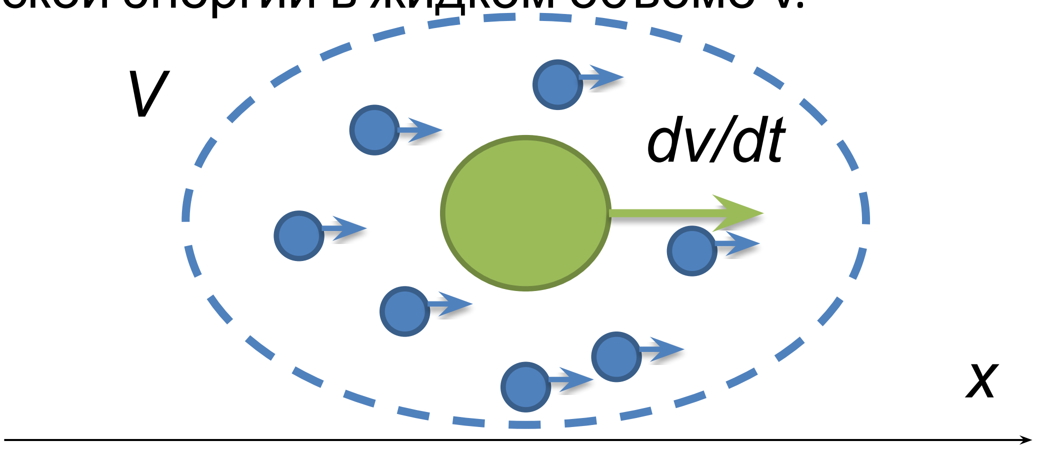


Сила присоединенных масс (Virtual Mass Forse).

Сила присоединенных масс возникает при ускоренном движении дисперсной частицы относительно несущей среды, когда в последней образуются мелкомасштабные возмущения.

Природа возникновения присоединенных сил

Предположим, что тело под действием внешних сил движется в неподвижной вязкой жидкости в направлении оси X с переменной скоростью. Тогда из-за наличия вязкости жидкости тело выводит из состояния покоя прилегающие к нему частицы жидкости. Таким образом, жидкость в объеме V приходит в движение. Следовательно, часть энергии, прикладываемой к телу извне, расходуется не только на преодоление сил инерции самого тела, но и на изменение кинетической энергии в жидком объеме V.



$$\boldsymbol{F}_{VM} = \frac{C_{VM} m_f}{2}\left(\frac{d\boldsymbol{U}_f}{dt} - \frac{d\boldsymbol{U}_p}{dt}\right)$$

При включении данной силы в расчет пользователю необходимо задать величину коэффициента присоединенных масс $\boldsymbol{C_{VM}}$ на основе имеющихся литературных или экспериментальных данных. Величина коэффициента зависит главным образом от формы частиц, а также материала и их шероховатости.

Для вращающейся расчетной области сила присоединенных масс имеет вид:

$$\boldsymbol{F}_{VM} = \frac{C_{VM} m_f}{2}\left(\boldsymbol{U}_f \nabla \boldsymbol{U}_f + 2\Omega \times \boldsymbol{U}_f + \Omega \times \Omega \times r_p\right)$$

Сила, обусловленная градиентом давления
(Pressure Gradient Force)

Данная сила возникает из-за локальной разности давления в несущей среде в окрестности частицы, и определяется как

$$\boldsymbol{F}_p = -\frac{m_f}{\rho_f}\Delta p \cdot$$

Эта сила имеет место только, если существует большой градиент давления в среде и, если плотность частиц меньше или сравнима с плотностью несущей среды.

Для стационарного режима пренебрегая диффузными явлениями силу градиента давления можно представить в виде

$$\boldsymbol{F}_p = m_f \frac{\rho_f}{\rho_p}(\boldsymbol{U}_f \nabla \boldsymbol{U}_f + 2\Omega \times \boldsymbol{U}_f + \Omega \times \Omega \times r_p)$$

Взаимодействие несущей фазы и дисперсной фазы

Particle Coupling → **Fully Coupled** (взаимное влияние фаз друг на друга)

→ **One-Way Coupled** (одностороннее взаимодействие). Применяется в потоках с малыми массовыми нагрузками, где частицы оказывают незначительное влияние на поток жидкости.

Число Стокса (***Sk*** или ***Stk***) — критерий подобия, используемый в гидродинамике многофазных потоков, который определяет соотношение между кинетической энергией взвешенных частиц и энергией их взаимодействия с жидкостью.

$$Sk=\lambda/2r=(\rho d^2 r)/(\eta L)$$

λ - инерционный пробег частицы;

r – характеристический размер препятствия;

ρ – плотность частицы;

d – диаметр частицы;

η – динамическая вязкость жидкости;

L – характеристическая длина.

Число Стокса позволяет предсказать поведение частиц взвеси, когда жидкость будет огибать препятствие. Если ***Sk*** ≫ ***1***, то частицы взвеси будут двигаться прямо, наталкиваясь на препятствие, а если **Sk** ≪ **1**, то частицы будут огибать его вместе с жидкостью, т.е. двигаться по линиям тока.

3. Модель Эйлера для моделирования многофазных течений

Модель Эйлера определяет концентрацию частиц в конкретной точке в определенный момент времени.

1. При использовании модели Эйлера, отдельно для каждой фазы решаются уравнения массы, количества движения и сохранения энергии.

2. При описании движения жидкости, частицы (капли, пузырьки) не рассматриваются по отдельности. В уравнениях движения учитывается межфазовая сила сопротивления и другие силы, наблюдаемые в многофазных дисперсных системах. Обычно в результате расчетов определяется локальная скорость, температура и объемная доля каждой фазы в жидкости. При этом границы между фазами не определяются.

3. Существует несколько вариантов модели Эйлера для многофазной жидкости: если разность скоростей относительно невелика, модель можно упростить до решения одного уравнения движения смеси вместо решения нескольких уравнений для каждой фазы.

4. Модель Эйлера применяется для изучения явлений, происходящих в псевдосжиженных слоях, барботажных колоннах, смесительных баках, при оседании частиц во взвешенном растворе, перемещении суспензии по трубопроводу при высоких концентрациях твердой фазы, в пневмотранспортных и гидротранспортных системах.

Модель Эйлера:

+ возможность расчета потоков с высокой объемной долей частиц;

+ приемлемое время расчета и затрат вычислительных ресурсов;

+ возможность использования любых моделей турбулентности;

- невозможность задания размеров частиц с широким спектром распределения;

- не дает информацию о траектории и о местоположении отдельной частицы;

- когда есть изменение фазы, диаметр частиц указывается пользователем, а не вычисляется автоматически с помощью модели. Это может снизить точность (модель конденсации капель является исключением).

Математическое описание модели Эйлера

Ограничимся рассмотрением модели движения частиц Эйлера гетерогенными системами.

Гетерогенная система – неоднородная система, состоящая из однородных частей (фаз), разделённых поверхностью раздела.

Введем следующие обозначения: α, β, γ, и т.д. – обозначение фазы гетерогенной системы; r_α – объемная доля фазы α; N_p – суммарное количество фаз в системе; ρ_α – плотность фазы α.

Объемная доля фазы α вычисляется как:

$$r_\alpha = \frac{V_\alpha}{V},$$

где V_α – объем фазы α в объеме системы V.

Передача импульса, тепло- и массообменные процессы находится в прямой зависимости от площади поверхности контакта двух фаз, которая характеризуется удельной площадью межфазной поверхности $A_{\alpha\beta}$, м$^{-1}$.

Удельная площадь межфазной поверхности $A_{\alpha\beta}$ – это площадь межфазной поверхности между фазой α и фазой β к отнесенная к единице объема.

1. Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial\left(r_\alpha \rho_\alpha\right)}{\partial t}+\nabla\cdot\left(r_\alpha \rho_\alpha \boldsymbol{U}_\alpha\right)=\boldsymbol{F}_{MS\alpha}+\sum_{\beta=1}^{N_p}\Gamma_{\alpha\beta},$$

где $F_{MS\alpha}$ – дополнительный источник массы, определенный пользователем при необходимости;

$\Gamma_{\alpha\beta}$ – массовый расход при межфазном переносе от фазы от фазы β к фазе α, отнесенный к единице объема.

Межфазный перенос должен быть учтен при моделировании следующих процессов:

- Изменение термодинамического состояния фазы. Например, плавление/кристаллизация в твердых/жидких фазах, испарение/конденсация в газожидкостных системах.
- Диффузия растворенных частиц по всей границе раздела фаз. Примерами процессов являются растворение газа в жидкости или испарение жидкости в газовую среду, содержащую пары этой жидкости.
- Распад и объединение частиц может рассматриваться как процесс переноса массы между двумя фазами, представляющие частицы одного вида, но разного размера.

2. Уравнение сохранения количества движения

$$\frac{\partial\left(r_\alpha \rho_\alpha \boldsymbol{U}_\alpha\right)}{\partial t}+\nabla\cdot\left(r_\alpha\left[\rho_\alpha \boldsymbol{U}_\alpha \otimes \boldsymbol{U}_\alpha\right]\right)=-r_\alpha \nabla p_\alpha+\nabla\cdot\left(r_\alpha \mu_\alpha\left[\nabla \boldsymbol{U}_\alpha+\left(\nabla v_\alpha\right)_{Tr}\right]\right)+$$

$$+\sum_{\beta=1}^{N_p}\left(\Gamma_{\alpha\beta}^{+} \boldsymbol{U}_\beta-\Gamma_{\beta\alpha}^{+} \boldsymbol{U}_\alpha\right)+\boldsymbol{F}_{M\alpha}+\boldsymbol{F}_\alpha,$$

где p_α – давление в фазе α;

Tr – индекс, обозначающий оператор транспонирования матрицы;

$F_{M\alpha}$ – источниковый член, обусловленный действием внешних сил;

F_α – межфазные силы, действующие на фазу α со стороны других фаз;

$\left(\Gamma_{\alpha\beta}^{+} \boldsymbol{U}_\beta-\Gamma_{\beta\alpha}^{+} \boldsymbol{U}_\alpha\right)$ – член, отражающий передачу импульса при межфазном переносе массы.

Передача импульса между фазами происходит за счет межфазных сил, действующих на фазу α при взаимодействии с фазой β. Суммарная сила, действующая на фазу при взаимодействии со всеми фазами определяется как:

$$\boldsymbol{F}_{M\alpha}=\sum_{\beta\neq\alpha}\boldsymbol{F}_{\alpha\beta},$$

где $F_{\alpha\beta}$ – суммарная межфазовая сила. Суммарная межфазовая сила может включать в себя силу сопротивления, подъемную силу, силу присоединенных масс, силы давления при столкновении твердых частиц и др.

3. Условие сохранения объема

Условие сохранение объема – это равенство суммы всех объемных долей фаз системы единице:

$$\sum_{\alpha=1}^{N_p} r_\alpha = 1$$

4. Условие равенства давления в фазах

Для однозначного разрешения уравнений гидродинамики многофазного потока в постановке Эйлера необходимо численно решить систему из $5N_p$ уравнений, относительно $5N_p$ неизвестных:

- три компоненты скорости фазы u_α, v_α, w_α;
- объемная доля фазы r_α;
- давление в фазе p_α.

Система (1)-(3) содержит $(4N_p+1)$ уравнений. Для замыкания системы не хватает (N_p-1) уравнений, поэтому вводится ограничение на переменную давления – во всех фазах давление одинаково:

$$p_\alpha = p \text{ для всех } \alpha = 1, 2, \ldots, N_p$$

Особенности расчета в модели Эйлер-Эйлер

- **Restitution Coefficient** (коэффициент восстановления)

Имеет значения от 0 до 1, определяет степень упругости столкновения пары твердых частиц. Представляет собой отношение относительных скоростей частицы после столкновения и до столкновения. Используется только в кинетической модели.

Модель кинетической теории для давления твердых тел аналогична уравнению состояния идеальных газов, модифицированных с учетом неупругих столкновений и максимальной твердой упаковки:

$P_s = \rho_s r_s \Theta_s (1 + 2(1 + e) g_0 r_s)$,

e – коэффициент восстановления;

Θ_s – градиент температур;

g_0 – функция радиального распределения;

r_s – объемная доля частиц.

Для гранулированных потоков в сжимаемом режиме.