

**Уважаемые студенты групп 11, 12, 14, 18!**

**Внимательно прочитайте требования к выполнению!**

1. Решения присылать строго с 15.00 до 21.00, до 10.05 включительно, в любой день, не позже. **Ответы высылать, начиная с 5 мая!, всё, что пришлётё раньше не буду проверять!**
2. Новое задание будет размещено в проколледже 12.05.20., в 15.00.
3. **Каждое, не только в начале переписки, а каждое своё сообщение начинаете со своей фамилии и номера группы.**
4. Фото делать **не боком, не под наклоном, не в темноте, крупным планом!**
5. Оценки передам старостам, каждому индивидуально сообщать не буду.
6. Решения из занятия 4 больше не присылать!

**Задание на период 28.04.20-10.05.20**

1. Презентацию переписать в тетрадь.
2. **№336, и задания из задания 5** выполнить в тетради.
3. Отправить фото решений **№336 и задания из задания 5** мне,  
20.2.17 Серебренниковой С.В. в ВК.

# Определение первообразной

Функция  $F(x)$  называется первообразной для функции  $f(x)$  на заданном промежутке, если для всех  $x$  из этого промежутка

$$F'(x) = f(x)$$

## Основное свойство первообразной

---

Любая первообразная для функции  $f$  на промежутке  $I$  может быть записана в виде

$$F(x) + C,$$

Где  $F(x)$  – одна из первообразных для функции  $f(x)$  на промежутке  $I$ , а  $C$  произвольная постоянная.

# Таблица первообразных

$K, n, e$  – постоянные (числа)

|        |        |                         |                      |             |            |               |                         |                           |         |
|--------|--------|-------------------------|----------------------|-------------|------------|---------------|-------------------------|---------------------------|---------|
| $f(x)$ | $k$    | $x^n$                   | $\frac{1}{\sqrt{x}}$ | $\sin x$    | $\cos x$   | $\frac{1}{x}$ | $\frac{1}{\cos^2 x}$    | $\frac{1}{\sin^2 x}$      | $e^x$   |
| $F(x)$ | $kx+c$ | $\frac{x^{n+1}}{n+1}+c$ | $2\sqrt{x}+c$        | $-\cos x+c$ | $\sin x+c$ | $\ln x+c$     | $\operatorname{tg} x+c$ | $-\operatorname{ctg} x+c$ | $e^x+c$ |

# Правила нахождения первообразных

## 1 правило

Если  $F(x)$  – первообразная для функции  $f(x)$ , а  $G(x)$  – первообразная для функции  $g(x)$ , то  $F(x)+G(x)$  – первообразная для функции  $f(x)+g(x)$

*Первообразная суммы равна  
сумме первообразных*

## 2 правило

Если  $F(x)$  – первообразная для функции  $f(x)$ , а  $a$  – константа, то  $aF(x)$  – первообразная для функции  $af(x)$

*Постоянный множитель  
можно выносить за знак  
первообразной*

## 3 правило

Если  $F(x)$  – первообразная для функции  $f(x)$ , а  $k$  и  $b$ - константы, причем  $k \neq 0$

то  $\frac{1}{k} F(kx + b)$  - первообразная для

функции  $f(kx + b)$

№335

a)  $f(x) = 2 - x^4$

Найти:  $F$  - первообразную.

находим для каждого слагаемого по порядку.

$$F(x) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1 столбик}}}{2x} - \frac{x^{4+1}}{4+1} + C.$$

$\uparrow$   
2 столбик

$$F(x) = 2x - \frac{x^5}{5} + C$$

б)  $f(x) = x + \cos x$

$$F(x) = \frac{x^{1+1}}{1+1} + \int \sin x + C =$$
$$= \frac{x^2}{2} + \sin x + C.$$

(здесь работают 2 и 5 столбик таблицы).

№339.

a)  $f(x) = 2 \cos x$       $M(-\frac{\pi}{2}; 1)$       $F = ?$

$F(x) = 2 \sin x + C$  - это первообразная,  
она по условию проходит через

точку  $M(-\frac{\pi}{2}; 1)$ , значит  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} \\ F(-\frac{\pi}{2}) = 1. \end{cases}$

подставим эти значения в запись

$$F(x) = 2 \sin x + C$$

$$1 = 2 \cdot \sin(-\frac{\pi}{2}) + C$$

$$1 = -2 \cdot 1 + C$$

$$1 = -2 + C$$

$$C = 3$$

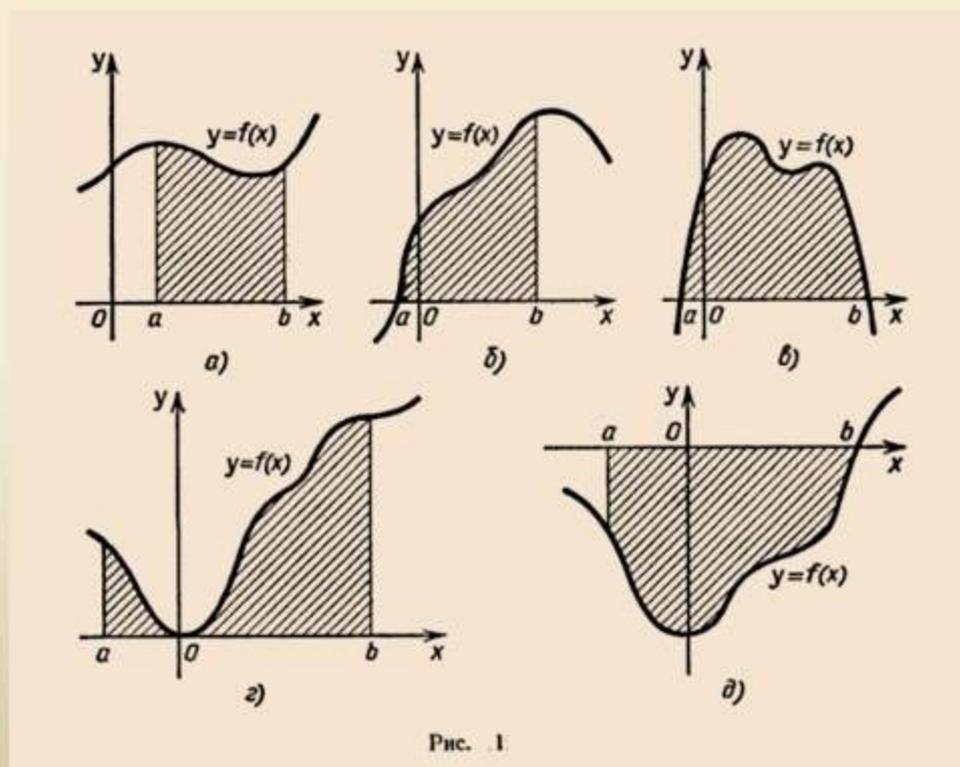
значит первообразная, которая проходит  
через точку  $M$  имеет вид:

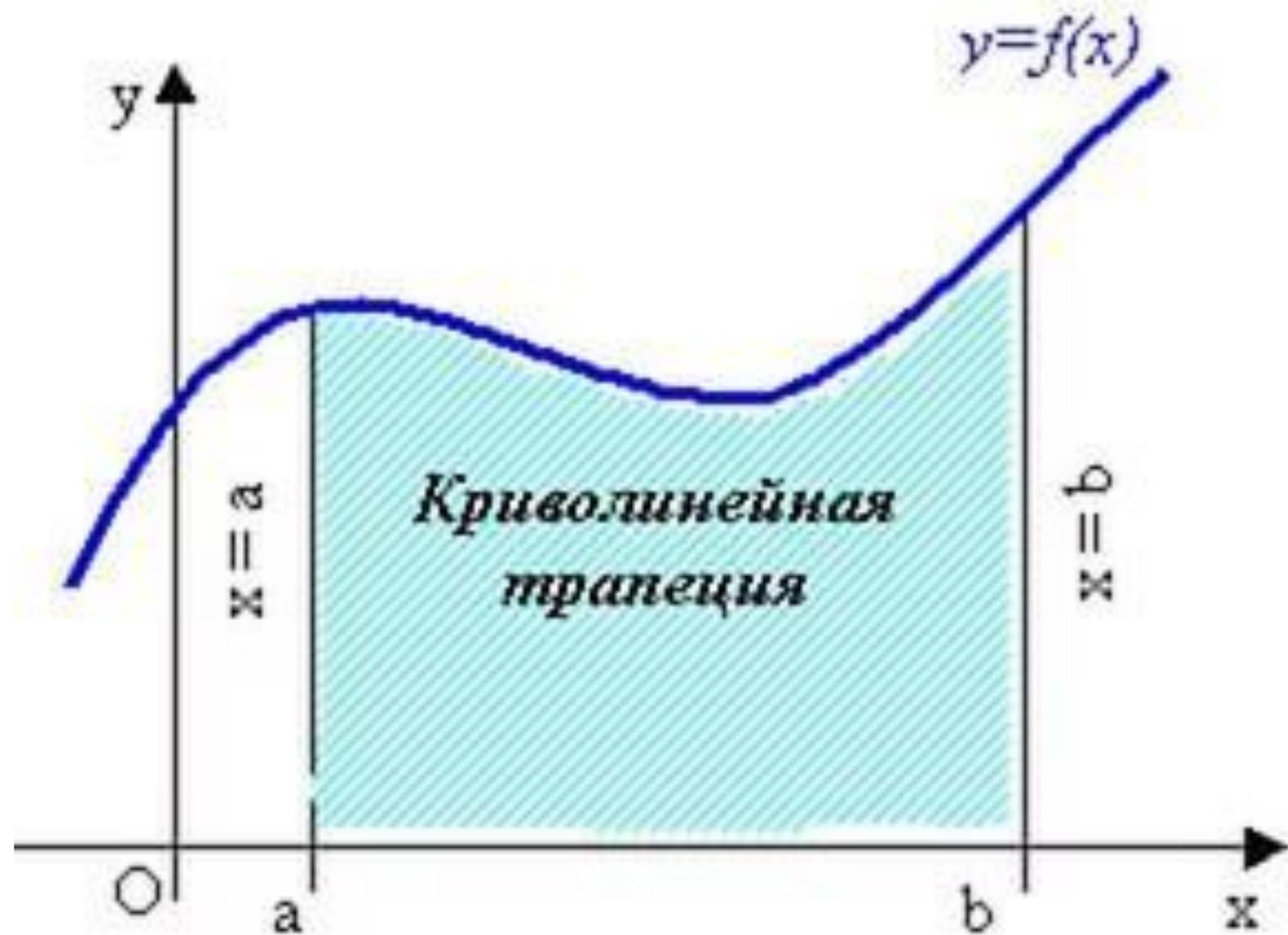
$$\underline{\underline{F(x) = 2 \sin x + 3}}$$

## Криволинейная трапеция

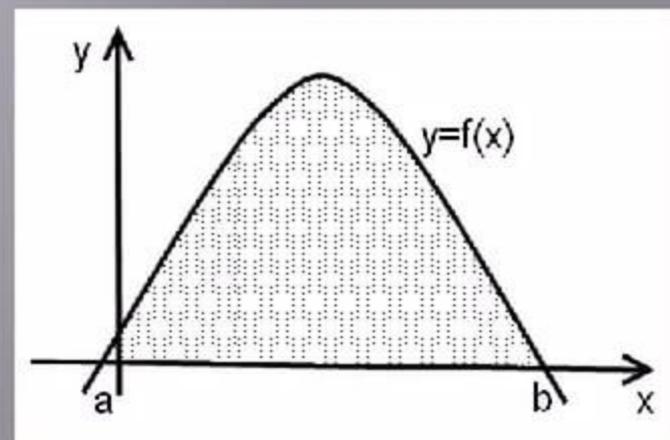
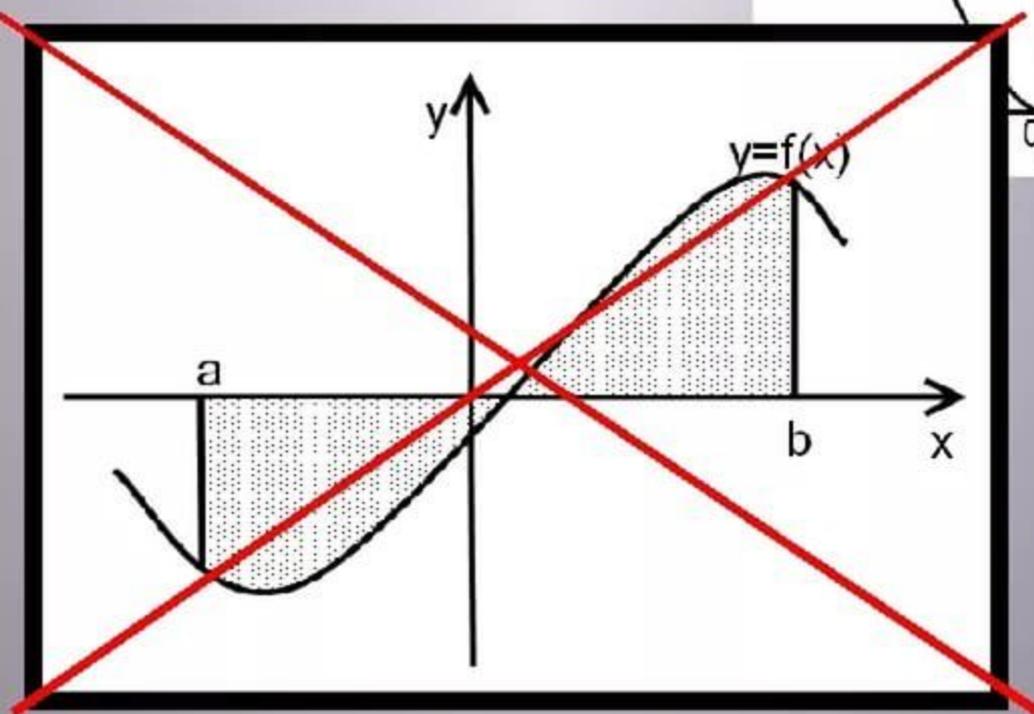
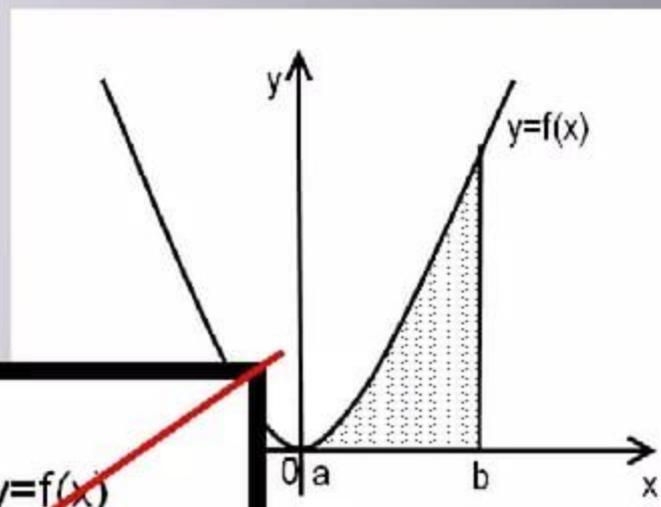
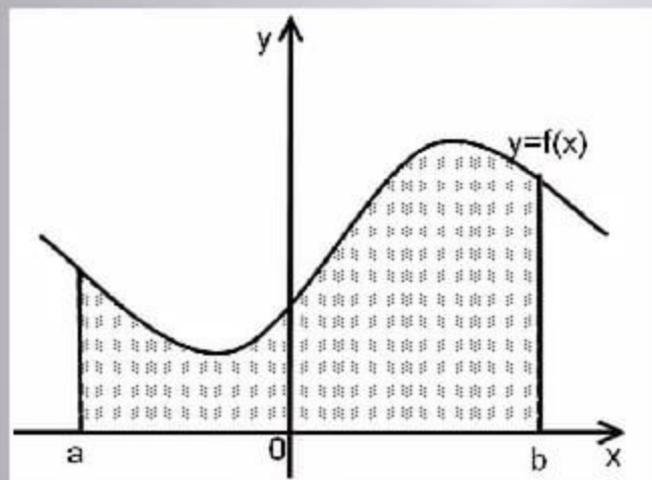
Пусть на отрезке  $[a;b]$  оси  $Ox$  задана непрерывная функция  $f(x)$ , не меняющая на нем знака. Фигуру, ограниченную графиком этой функции, отрезком  $[a;b]$  и прямыми  $x = a$  и  $x = b$ , называют **криволинейной трапецией**.

Различные примеры криволинейных трапеций приведены на рис. 1, а — д.

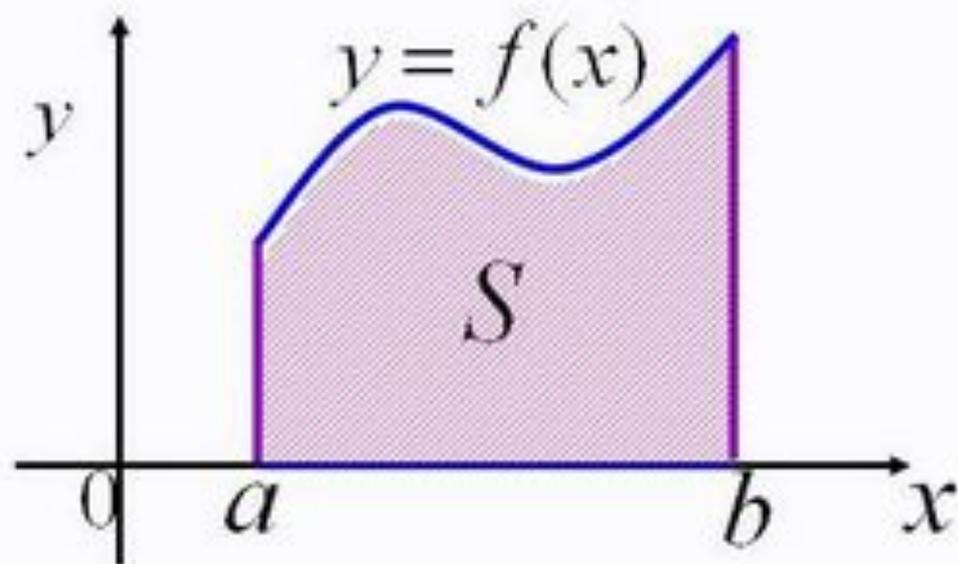




# Криволинейная трапеция



# Площадь криволинейной трапеции.



$$S = F(b) - F(a)$$

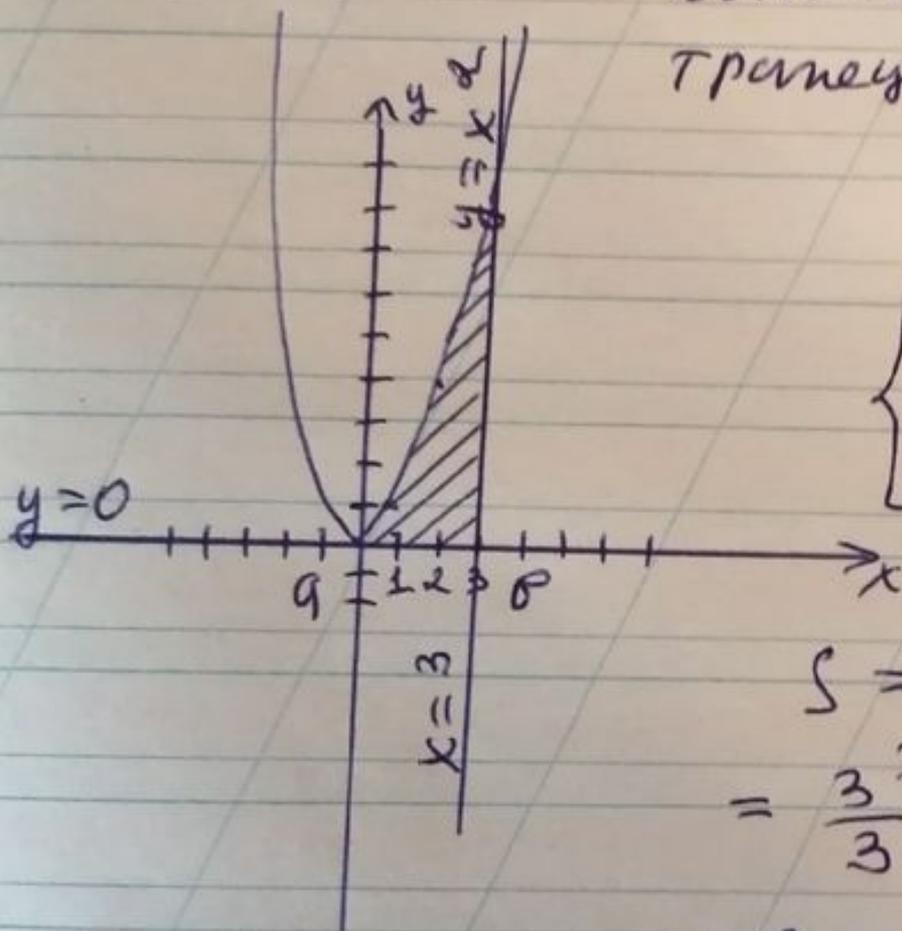
где  $F(x)$  – любая первообразная функции  $f(x)$ .

№353.

$$y = x^2; y = 0; x = 3$$

а) построим фигуру, ограниченную этими линиями:

данная фигура является криволинейной трапецией  $\Rightarrow S = F(b) - F(a)$



$$\begin{cases} y = x^2 \\ F = \frac{x^3}{3} + C \\ a = 0 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} S &= F(3) - F(0) = \\ &= \frac{3^3}{3} - \frac{0^3}{3} = 9 - 0 = 9 \text{ кв. ед.} \end{aligned}$$

ответ:  $S = 9$  кв. ед.

# Пошаговый пример

**Пример:** Вычислить площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями

$$y = 4 - x^2 \text{ и } y = 0$$

**Решение:**

1. Построим криволинейную трапецию:

$y = 4 - x^2$  - квадратичная функция, график - парабола, ветви направлены вниз.  
 $y = 0$  - ось абсцисс.

2. Найдём  $[a; b]$ :

$$4 - x^2 = 0; x^2 = 4$$
$$x = -2 \text{ или } x = 2, \text{ т. е. } a = -2 \text{ } b = 2$$

3. Найдём площадь криволинейной трапеции по формуле:

$$S = F(b) - F(a)$$

$$S = F(2) - F(-2) = \underline{10,6}.$$

