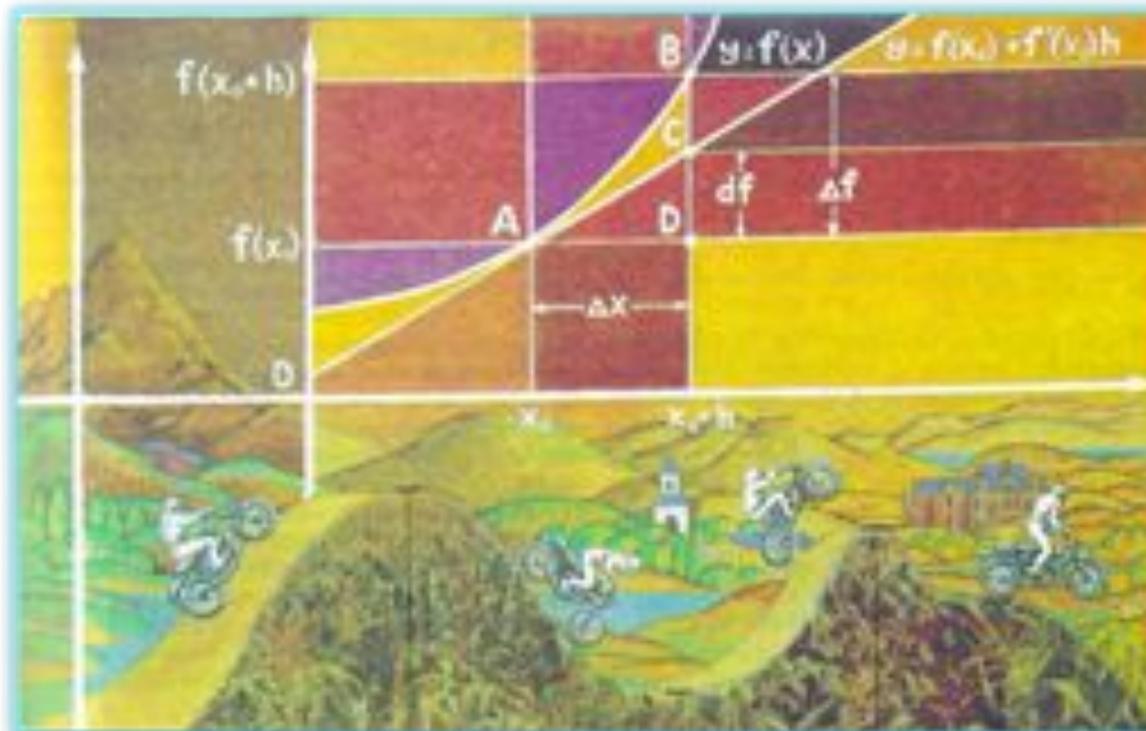


Основное свойство первообразной функции.



Математический анализ – изучает методы дифференциального и интегрального исчислений.

Дифференцирование - нахождение производной (дифференциала) и применение к исследованию функций.

Зная функцию можно увидеть её поведение (график)

Интегрирование - действие обратное дифференцированию. Или восстановление функции $f(x)$ по данной производной $f'(x)$. Латинское слово “*integro*” означает – восстановление.

Если известно поведение функции в окрестностях каждой точки ее определения, то можно восстановить функцию.

Определение. Функция $F(x)$ называется первообразной для функции $f(x)$ на заданном промежутке J , если для всех x из этого промежутка $F'(x) = f(x)$.

Так функция $F(x) = x^3$ - первообразная для $f(x) = 3x^2$

- Однако, легко можно заметить, что $f(x)$ находится неоднозначно.

В качестве $f(x)$ можно взять $f(x) = x^3 + 1$ $f(x) = x^3 + 2$
 $f(x) = x^3 - 3$ и др.

Т.к. производная каждой из них равно $3x^2$.

- Все эти функции отличаются друг от друга постоянным слагаемым. Поэтому общее решение задачи можно записать в виде $f(x) = x^3 + C$, где C - любое постоянное действительное число.

Основное свойство первообразной функции.

- Если $F(x)$ одна из первообразных для функции $f(x)$ на промежутке J , то множество всех первообразных этой функции имеет вид: $F(x)+C$, где C - любое действительное число.
- Геометрический смысл основного свойства первообразной. Графики всех первообразных функции $f(x)$ получаются из любого из них параллельным переносом вдоль оси Oy (рис. 1).

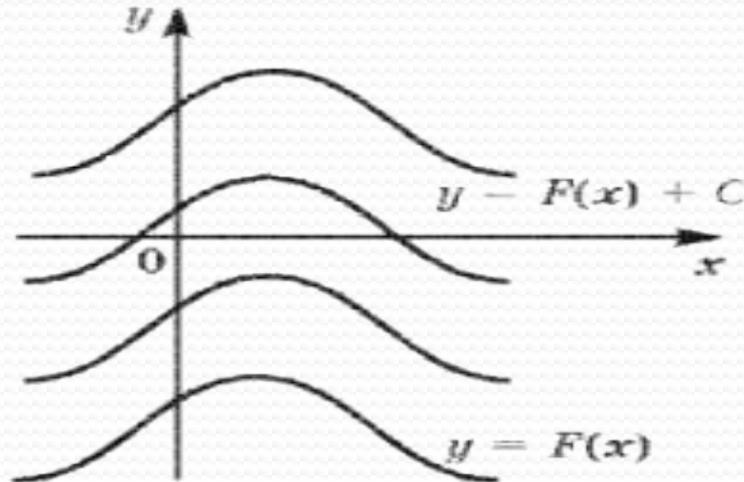


Рис. 1

Задача 1.

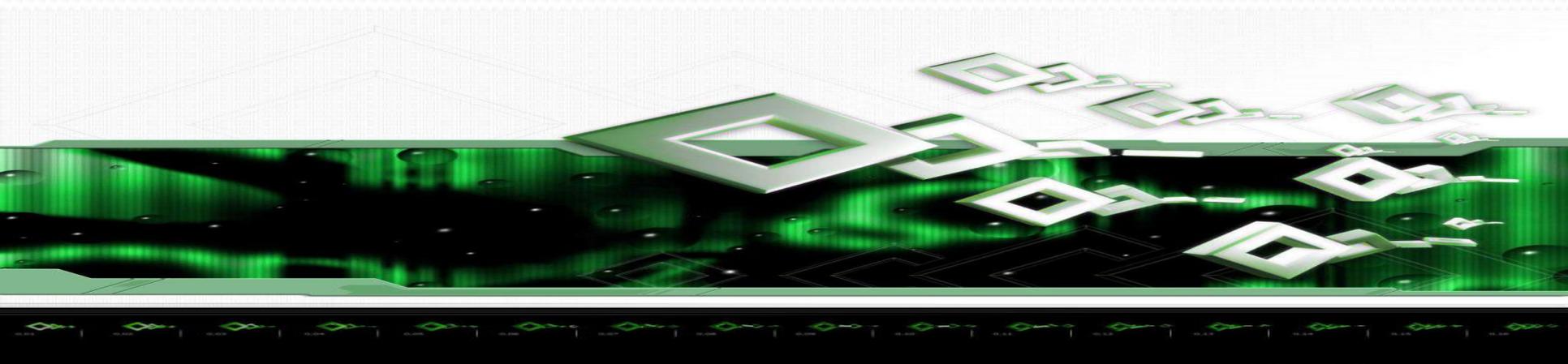
Найти множество первообразных функции $f(x) = \cos x$. Изобразить графики первых трех.

Решение:

$\sin x$ - одна из первообразных для функции $f(x) = \cos x$

$F(x) = \sin x + C$ - множество всех первообразных.

$F_1(x) = \sin x - 1$ $F_2(x) = \sin x$ $F_3(x) = \sin x + 1$



Задача 2.

Для функции $f(x) = 2x$ найти первообразную, график которой проходит через т.М (1;4)



Задача 3.

Будет ли функция $F(x) = 2\sqrt{x}$ первообразной для $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ на интервале $(0; +\infty)$?



Таблица первообразных

Функция $f(x)$

Первообразная $F(x)$

K

$Kx + C$

X^n ($n \neq -1$, n -целое число)

$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$

$\frac{1}{\sqrt{x}}$

$2\sqrt{x} + C$

$\sin x$

$-\cos x + C$

$\cos x$

$\sin x + C$

$\frac{1}{\cos^2 x}$

$\operatorname{tg} x + C$

$\frac{1}{\sin^2 x}$

$-\operatorname{ctg} x + C$

e^x

$e^x + C$

Три правила нахождения первообразных

1. Если F есть первообразная для $f(x)$, а G – первообразная $g(x)$, то $F+G$ есть первообразная для $f+g$.

Пример 1: Найти общий вид первообразных для функции $f(x)=x^3 + \cos x$, то $F(x) = \sin x + C$

2. Если F есть первообразная для $f(x)$, а k – постоянная, то kF есть первообразная для $kf(x)$.

Пример 2: Найти общий вид первообразных для функции $f(x)=3 \sin x$, то $F(x) = 3 \cdot (-\cos x) + C = -3\cos x + C$

3. Если $F(x)$ есть первообразная для $f(x)$, а k и b – постоянные, причем то $F(kx+b)$ есть первообразная для $f(kx+b)$

Пример 3: Найти общий вид первообразных для функции $f(x)=\sin(3x-2)$, то $F(x)=$