

**Внутренний теплообмен в ТТР.
Термически тонкие и термически массивные тела.
Определение продолжительности нагрева
и плавления термически тонкого тела.**

Термически тонкое тело (ТТТ) – это тело, при нагреве которого внутреннее термическое сопротивление пренебрежимо мало по сравнению с внешним.

Для расчетов обычно принимается следующий аналитический признак принадлежности тела к классу ТТТ:

$$\frac{R_{\text{внутр}}}{R_{\text{внешн}}} \leq 0,1$$

$R_{\text{внутр}} = R/\lambda$ – для стационарного теплообмена.

R – характерный размер тела

λ – коэффициент теплопроводности

Для плиты с односторонним нагревом R – ее толщина, при двустороннем нагреве – половина толщины. Для шара, цилиндра – радиус.

$$\frac{\alpha R}{\lambda_{\text{матер}}} = \text{Bi}; \quad \frac{\alpha R}{\lambda_{\text{газа}}} = \text{Nu}; \quad \frac{R \sigma_{\text{в}} T_{\text{Г}}^3}{\lambda} = \text{Bi}_{\text{рад}} < 0,1$$

Термически массивное тело (ТМТ) – это тело, при нагреве которого внутреннее термическое сопротивление соизмеримо с внешним или больше его.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ НАГРЕВА ТТТ.

$$T(R, \tau) = \bar{T}(\tau) = T$$

Предположение: температура поверхности тела равна его среднемассовой температуре. Это существенно упрощает задачу.

Дифференциальное уравнение нагрева ТТТ:

$$q_{p.m} = \text{const}; \quad q_{p.m} F d\tau = M c dT;$$

$$d\tau = \frac{M}{F} \frac{c}{q_{p.m}} dT; \quad m_f = \frac{M}{F} = \frac{\rho R}{2\nu + 2};$$

$$m_f = \frac{M}{F} \text{ – удельная масса тела, отнесенная к } 1 \text{ м}^2 \text{ его поверхности теплообмена};$$

ν – коэффициент формы.

Тела правильной формы: - неограниченная пластина: $\nu = -1/2$;

- неограниченный цилиндр: $\nu = 0$

- шар: $\nu = +1/2$.

$$d\tau = m_f \frac{c}{q_{p.m}} dT; \quad \int_0^{\tau_H} d\tau = \int_{T_{нач}}^{T_{кон}} m_f \frac{c}{q_{p.m}} dT; \quad m_f = \text{const.}$$

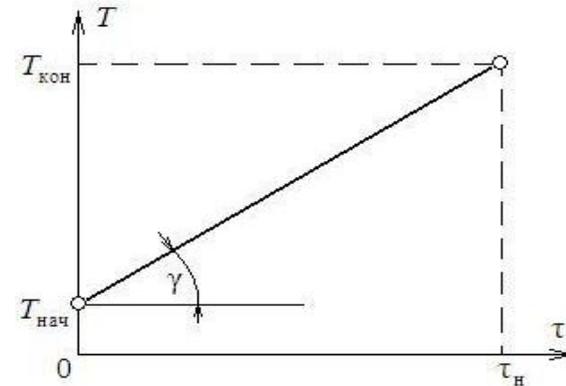
Случаи:

1. $c = \text{const}; q_{p.m} = \text{const}$ (ГУ 2 рода)

$$\tau_H = m_f \frac{c}{q_{p.m}} (T_{\text{кон}} - T_{\text{нач}});$$

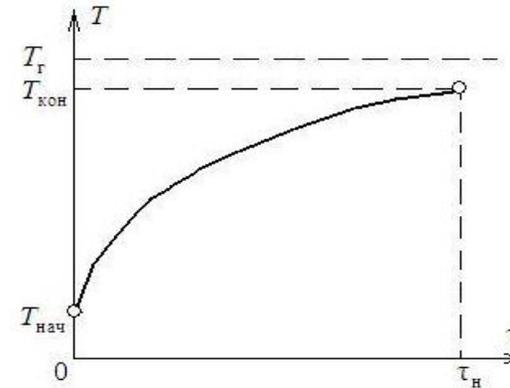
$c \uparrow \Rightarrow \text{угол наклона } \gamma \downarrow \Rightarrow \tau_H \uparrow$

$q_{p.m} \uparrow \Rightarrow \text{угол наклона } \gamma \uparrow \Rightarrow \tau_H \downarrow$



2. $c = \text{const}; T_\Gamma = \text{const}; \alpha = \text{const}$ (ГУ 3 рода)

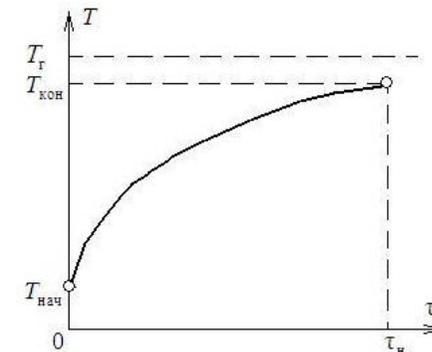
$$d\tau = m_f \frac{c}{\alpha(T_\Gamma - T)} dT; \quad \tau_H = m_f \frac{c}{\alpha} \ln \frac{T_\Gamma - T_{\text{нач}}}{T_\Gamma - T_{\text{кон}}}.$$



3. $c = \text{const}; T_\Gamma = \text{const}; \sigma_B = \text{const}$ (радиационный режим)

$$d\tau = m_f \frac{c}{\sigma_B (T_\Gamma^4 - T^4)} dT = m_f \frac{c}{\sigma_B T_\Gamma^3} \frac{d\theta}{1 - \theta^4}; \quad \theta = \frac{T}{T_\Gamma}.$$

$$\tau_H = m_f \frac{c}{\sigma_B T_\Gamma^3} (\psi(\theta_{\text{кон}}) - \psi(\theta_{\text{нач}})); \quad \psi(\theta) = \frac{1}{4} \ln \frac{1 + \theta}{1 - \theta} + \frac{1}{2} \text{arctg } \theta.$$

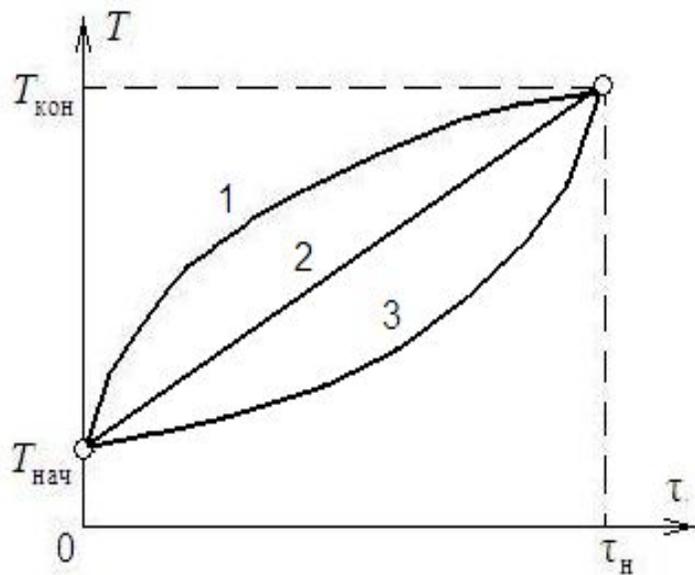


4. $c = a_0 + a_1 T; \quad q_{p.m} = \text{const}$

$$d\tau = m_f \frac{a_0 + a_1 T}{q_{p.m}} dT;$$

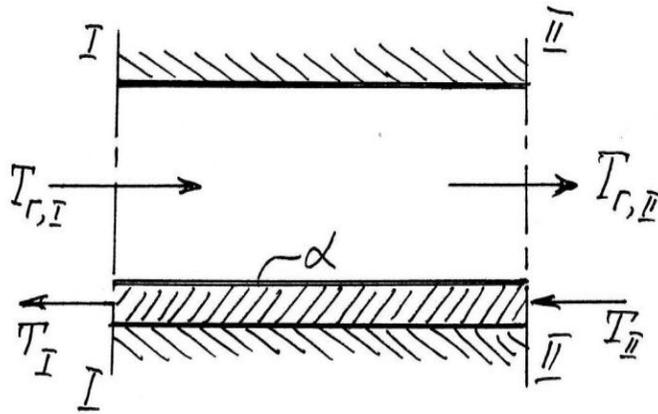
$$\tau_H = \frac{m_f}{q_{p.m}} \left(a_0 (T_{\text{кон}} - T_{\text{нач}}) + \frac{a_1}{2} (T_{\text{кон}}^2 - T_{\text{нач}}^2) \right) = \frac{m_f}{q_{p.m}} (T_{\text{кон}} - T_{\text{нач}}) \left(a_0 + a_1 \frac{T_{\text{кон}} + T_{\text{нач}}}{2} \right);$$

$$a_0 + a_1 \frac{T_{\text{кон}} + T_{\text{нач}}}{2} = c(\bar{T}) \Rightarrow \tau_H = m_f \frac{c(\bar{T})}{q_{p.m}} (T_{\text{кон}} - T_{\text{нач}}). \quad \frac{d^2\tau}{dT^2} \approx a_1$$



- 1 - $a_1 > 0$
- 2 - $a_1 = 0$ (не зависит от T)
- 3 - $a_1 < 0$

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ НАГРЕВА ТТТ
В ПРОТИВОТОКЕ С ПРОДУКТАМИ ГОРЕНИЯ
В ТТР С КОНВЕКТИВНЫМ РЕЖИМОМ ВНЕШНЕГО ТЕПЛООБМЕНА
($\alpha = \text{const}$)**



$$d\tau = m_f \frac{c}{\alpha} \frac{dT}{T_r - T}$$

Сечения I, II выбираются произвольно.

Составим УТБ в предположении, что $Q_{o,c} = 0$, ограждения рабочего пространства газонепроницаемы.

$W_r = V_r c_r$ – водяной эквивалент потока, теплоемкость потока газа.

$W = P c$ – теплоемкость потока нагреваемого ТТТ.

УТБ: $W_r (T_{r,I} - T_{r,II}) = W (T_I - T_{II}) \quad : W_r ; \quad (1)$

$$m_W = \frac{W}{W_r} . \quad (2)$$

Введем обозначения: перепад температур по газу $\delta T_{\Gamma} = T_{\Gamma, I} - T_{\Gamma, II}$, по материалу – $\delta T = T_I - T_{II}$

Тогда из (1) и (2) получаем важное соотношение, которое используем позже:

$$\frac{\delta T_{\Gamma}}{\delta T} = \frac{W}{W_{\Gamma}} = m_W. \quad (3)$$

Продолжим работу с преобразованием уравнения (1). Из (1) и (2) получаем:

$$T_{\Gamma, I} - m_W T_I = T_{\Gamma, II} - m_W T_{II} = T_{\Gamma} - m_W T = T_{\phi} - \text{фиктивная температура.}$$

Должно быть задано $T_{\text{нач}}, T_{\text{о.г}}$, чтобы подсчитать T_{ϕ}

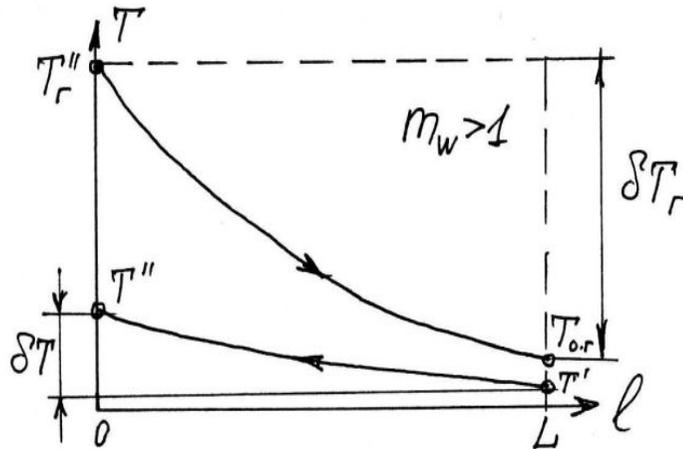
$$T_{\Gamma} = T_{\phi} + m_W T \Rightarrow d\tau = m_f \frac{c}{\alpha} \frac{dT}{T_{\phi} + (m_W - 1)T};$$

$$\tau_H = m_f \frac{c}{\alpha} \frac{1}{m_W - 1} \ln \frac{T_{\phi} + (m_W - 1)T_{\text{кон}}}{T_{\phi} + (m_W - 1)T_{\text{нач}}}.$$

Температурные графики для различных m_W

1) $m_W > 1$

Графики вогнуты, т.е. вторая производная больше нуля.

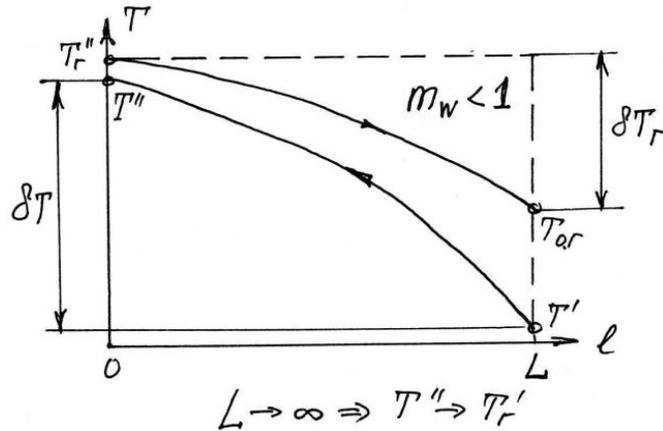


Перепад температур $\Delta T = T_r - T$ растет по ходу нагрева, при $\alpha = \text{const}$

$q_{p.m} \uparrow \Rightarrow \frac{dT}{d\tau} \uparrow \Rightarrow$ температурная кривая выгибается вверх. Если $L \rightarrow \infty \Rightarrow T_{o,r} \rightarrow T'$

Имеются предпосылки существенного уменьшения тепловых потерь с отходящими газами.

2) $m_W < 1$



3) $m_W = 1$

Возникает неопределенность: $\tau_H = \frac{0}{0}$.

$$T_r - m_W T = T_r - T = \text{const} \Rightarrow q_{p.m} = \alpha(T_r - T) = \text{const}$$

Приходим к ГУ 2 рода.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ НАГРЕВА ТТТ
В ПРОТИВОТОКЕ С ПРОДУКТАМИ ГОРЕНИЯ
В ТТР С РАДИАЦИОННЫМ РЕЖИМОМ ВНЕШНЕГО ТЕПЛООБМЕНА**

($\sigma_B = \text{const}$)

$$d\tau = m_f \frac{c}{\sigma_B} \frac{dT}{T_r^4 - T^4}; \quad T_r = T_\phi + m_W T.$$

$$\tau_H = m_f \frac{c}{\sigma_B T_\phi^3} \left(\psi(\theta_\phi(T_{\text{кон}}), m_W) - \psi(\theta_\phi(T_{\text{нач}}), m_W) \right), \quad \theta_\phi = \frac{T}{T_\phi}.$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ ПЛАВЛЕНИЯ ТТТ

Однокомпонентный состав.

Плавление – при некоторой фиксированной температуре $T_{\text{пл}}$

Принимаем, что в начальный момент времени тело нагрето до температуры плавления: $\tau = 0 \Rightarrow T(0) = T_{\text{пл}}$.

$$q_{\text{р.м}} F d\tau = -r_{\text{пл}} dM;$$

где dM – убыль массы нерасплавленной части тела;

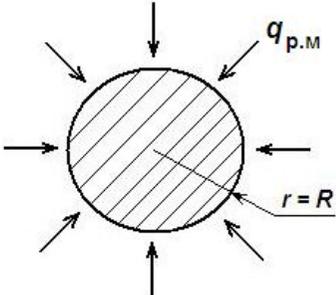
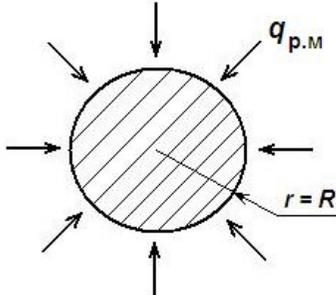
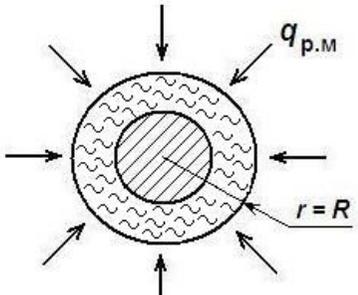
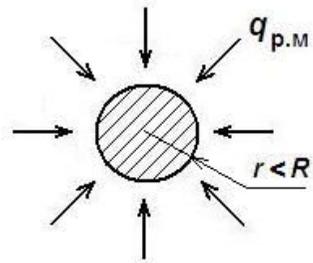
M – масса нерасплавленной части тела: изменяется от M_0 до 0;

F – площадь поверхности теплообмена:

1) $F = F_0$ – если плавится пластина или при плавлении тел другой формы,
если образующийся расплав не удаляется и в ходе процесса плавления
форма и размеры тела сохраняются неизменными;

2) F изменяется от F_0 до 0 – в прочих случаях.

Для тел правильной формы используются две расчетных схемы: с сохранением расплава и с мгновенным удалением расплава.

	Схема с сохранением расплава	Схема с мгновенным удалением расплава
$\tau = 0$		
$\tau > 0$		
Расчетная формула	$\tau_{\text{пл}} = \frac{r_{\text{пл}}}{q_{\text{p.m}}} \frac{\rho R_0}{2\nu + 2}$	$\tau_{\text{пл}} = \frac{r_{\text{пл}}}{q_{\text{p.m}}} \rho R_0 \neq f(\nu)$

Многокомпонентный состав: плавление происходит в температурном диапазоне $[T'_{\text{пл}}, T''_{\text{пл}}]$

Время плавления приравнивается времени нагрева от $T'_{\text{пл}}$ до $T''_{\text{пл}}$ с некоторой условной теплоемкостью $c_{\text{усл}}$:

$$\tau_{\text{пл}} = \tau_{\text{н}}^*; \quad \tau_{\text{н}}^* = \frac{\rho R_0}{2\nu + 2} \frac{c_{\text{усл}}}{q_{\text{p.m}}} (T''_{\text{пл}} - T'_{\text{пл}});$$

$$c_{\text{усл}} = c + \frac{r_{\text{пл}}}{T''_{\text{пл}} - T'_{\text{пл}}}$$

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!!!