СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

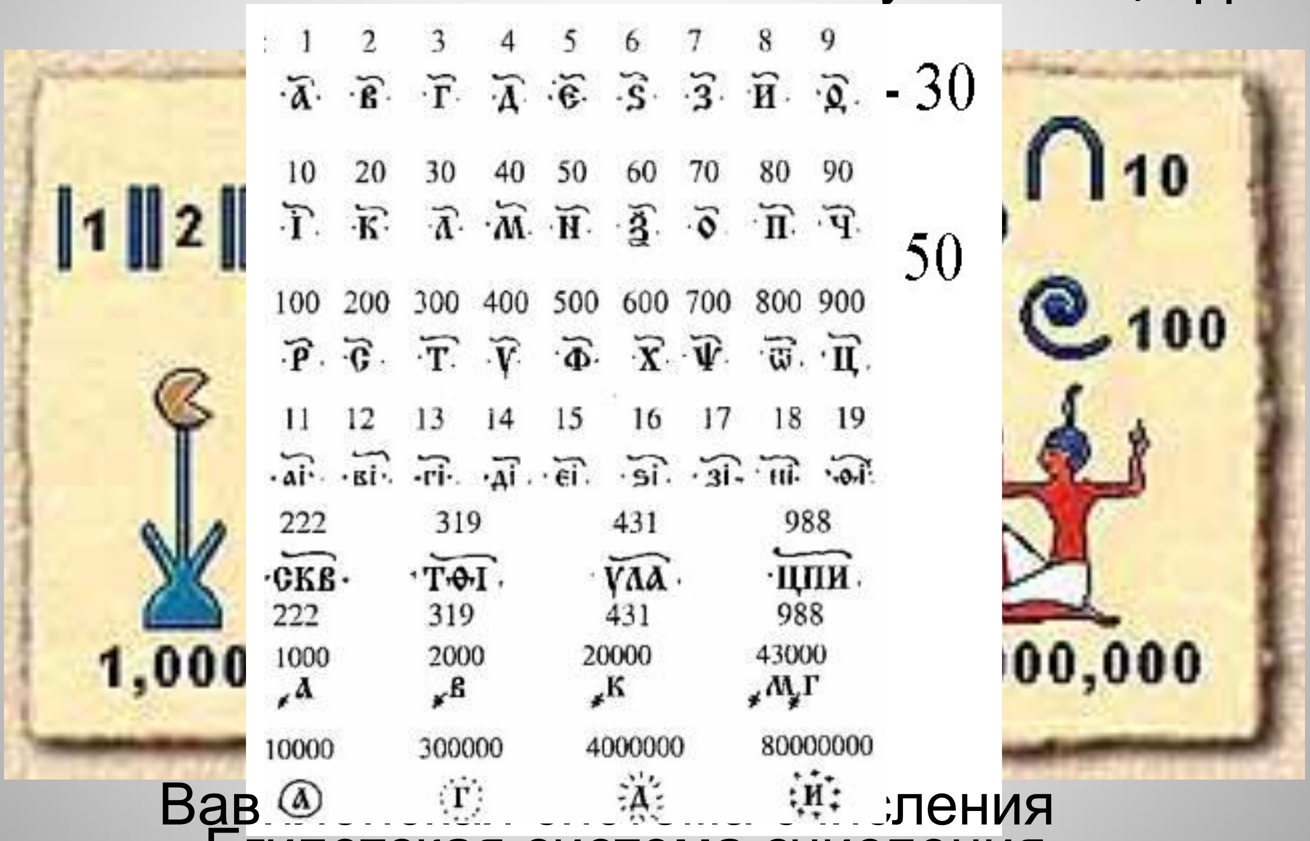
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНФОРМАТИКИ

Общие сведения

Система счисления - это знаковая система, в которой приняты определённые правила записи чисел.

Цифры - знаки, при помощи которых записываются числа,.

Алфавит системы счисления - совокупность цифр.



Вавилонская система счисления

Египетская система счисления

Древнеславянская система счисления

Узловые и алгоритмические числа

Узловые числа обозначаются цифрами.

Алгоритмические числа получаются в результате каких-либо операций из узловых чисел.

× 100 +

× 10 +

=

Унарная система счисления

Простейшая и самая древняя система - так называемая **унарная** система счисления.

В ней для записи любых чисел используется всего один символ - палочка, узелок, зарубка, камушек.

Узелки, дощечки

Примеры

Зарубки

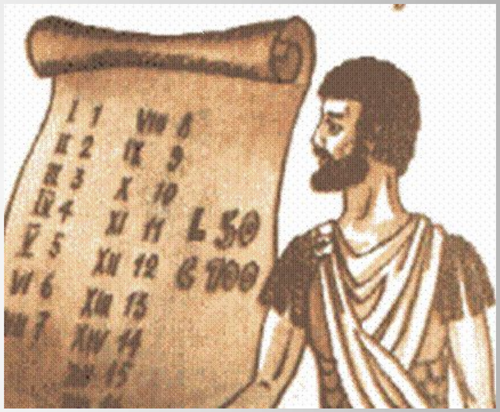
Камушки

Непозиционная система счисления

Система счисления называется ***непозиционной***, если количественный эквивалент (количественное значение) цифры в числе не зависит от её положения в записи числа.

Римская система счисления

1	**I**	100	**C**
5	**V**	500	**D**
10	**X**	1000	**M**
50	**L**		



Здесь ***алгоритмические*** числа получаются путём сложения и вычитания ***узловых*** чисел с учётом следующего правила:

каждый меньший знак, поставленный справа от большего, прибавляется к его значению, а каждый меньший знак, поставленный слева от большего, вычитается из него.

Позиционная система счисления

Система счисления называется ***позиционной***, если количественный эквивалент цифры в числе зависит от её положения в записи числа.

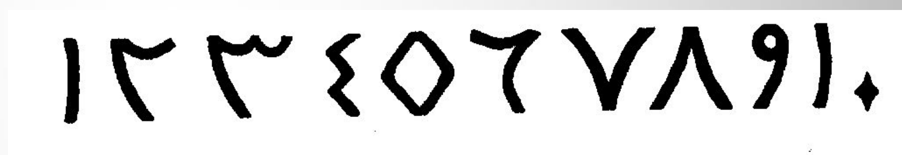
Основание позиционной системы счисления равно количеству цифр, составляющих её алфавит.

Алфавит десятичной системы составляют цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Десятичная система счисления

Цифры **1234567890** сложились в Индии около **400** г. н. э.

Арабы стали пользоваться подобной нумерацией около **800** г. н. э.



Примерно в **1200** г. н. э. эту нумерацию начали применять в Европе.

Основная формула

В позиционной системе счисления с основанием *q* любое число может быть представлено в виде:

$$\mathbf{Aq = \pm(a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \ldots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \ldots + a_{-m} \times q^{-m})}$$

Здесь:

А — число;

q — основание системы счисления;

a_i — цифры, принадлежащие алфавиту данной системы счисления;

n — количество целых разрядов числа;

m — количество дробных разрядов числа;

q^i — «вес» i-го разряда.

Такая запись числа называется **развёрнутой формой записи.**

Развёрнутая форма

$$\mathbf{Aq = \pm(a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \ldots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \ldots + a_{-m} \times q^{-m})}$$

Примеры записи чисел в развёрнутой форме:

$$2012=2\times10^3 +0\times10^2 +1\times10^1 +2\times10^0$$

$$0,125=1\times10^{-1} +2\times10^{-2} +5\times10^{-3}$$

$$14351,1=1\times10^4 +4\times10^3 +3\times10^2 +5\times10^1 +1\times10^0 +1\times10^{-1}$$

Двоичная система счисления

Двоичной системой счисления называется позиционная система счисления с основанием ***2***.

Двоичный алфавит: 0 и 1.

Для целых двоичных чисел можно записать:

$$\mathbf{a_{n-1}a_{n-2}\ldots a_1a_0 = a_{n-1}\times 2^{n-1} + a_{n-2}\times 2^{n-2} + \ldots + a_0\times 2^0}$$

Например:

$10011_2 = 1\times2^4+0\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+1\times2^0 = 2^4 + 2^1 + 2^0 = 19_{10}$

Правило перевода двоичных чисел в десятичную систему счисления:

Вычислить сумму степеней двойки, соответствующих единицам в свёрнутой форме записи двоичного числа

Правило перевода целых десятичных чисел в двоичную систему счисления

$$\frac{a_{n-1}\times 2^{n-1}+a_{n-2}\times 2^{n-2}+\ldots a_1\times 2^1+a_0}{2} = a_{n-1}\times 2^{n-2}+\ldots+a_1 \text{ (остаток } a_0)$$

$$\frac{a_{n-1}\times 2^{n-1}+a_{n-2}\times 2^{n-2}+\ldots a_1}{2} = a_{n-1}\times 2^{n-3}+\ldots+a_2 \text{ (остаток } a_1)$$

$$\frac{a_{n-1}\times 2^{n-1}+a_{n-2}\times 2^{n-2}+\ldots a_2}{2} = a_{n-1}\times 2^{n-4}+\ldots+a_3 \text{ (остаток } a_2)$$

. . .

На *n*-м шаге получим набор цифр: $\mathbf{a_0a_1a_2\ldots a_{n-1}}$

Компактное оформление

363	181	90	45	22	11	5	2	1
1	1	0	1	0	1	1	0	1

$$363_{10} = 101101011_2$$

314	157	78	39	19	9	4	2	1
0	1	0	1	1	1	0	0	1

$$314_{10} = 100111010_2$$

Двоичная арифметика

Арифметика двоичной системы счисления основывается на использовании следующих таблиц сложения и умножения:

+	0	1
0	0	1
1	1	10

x	0	1
0	0	0
1	0	1

Арифметика одноразрядных двоичных чисел

Ôàéë "SWF"

Арифметика многоразрядных двоичных чисел

Ôàéë "SWF"

Умножение и деление двоичных чисел

Ôàéë "SWF"

Переведите числа из римской системы счисления в десятичную:

1. MCXLVII
2. MDCCCXII
3. MCMXLV
4. MMXIV

Решение:

1. 1000+100+10-50+5+2=1147

2. 1000+500+100+100+10+1+1=1812

3. 1000+500+1000+10-50+5=1945

4. 1000+1000+10-1+5=2014 2.

Переведите из двоичной системы счисления в десятичную:

1)1000011110101

2)110011

3)100011

4)0101011

5) 10010100111

Решение:

1)4096+128+64+32+16+4+1=

2) 32+16+2+1=

3) 32+2+1=

4) 32+8+2+1=

5) 1024+128+32+4+2+1=

Переведите из десятичной системы в двоичную:

1)123

2) 45

3) 99

4) 456

5) 1024

6) 4095

Самое главное

Система счисления — это знаковая система, в которой приняты определённые правила записи чисел.

Система счисления называется ***позиционной***, если количественный эквивалент цифры в числе зависит от её положения в записи числа.

В позиционной системе счисления с основанием q любое число может быть представлено в виде:

$$\mathbf{A_q = \pm(a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \ldots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \ldots + a_{-m} \times q^{-m})}$$

Здесь:

A — число;

q — основание системы счисления;

a_i — цифры, принадлежащие алфавиту данной системы счисления;

n — количество целых разрядов числа;

m — количество дробных разрядов числа;

q^i — «вес» *i*-го разряда.

Опорный конспект

Система счисления — это знаковая система, в которой приняты определённые правила записи чисел.

Цифры **-** знаки, при помощи которых записываются числа.

Алфавит **-** совокупность цифр системы счисления.

В позиционной системе счисления с основанием ***q*** любое число может быть представлено в виде:

$$A_{\boldsymbol{q}} = \pm(a_{\boldsymbol{n-1}} * q^{n-1} + a_{n-2} * q^{n-2} + \ldots + a_0 * q^0 + a_{-1} * q^{-1} + \ldots + a_{-m} * q^{-m}).$$