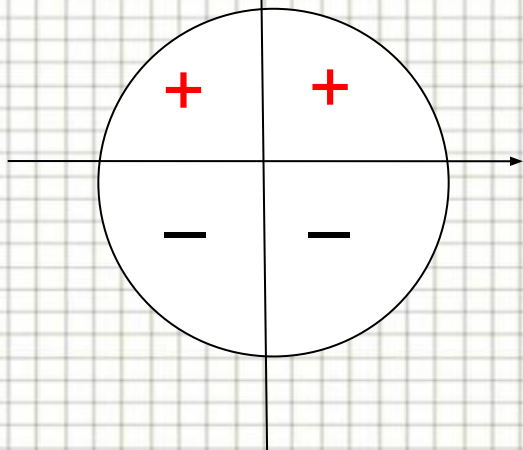


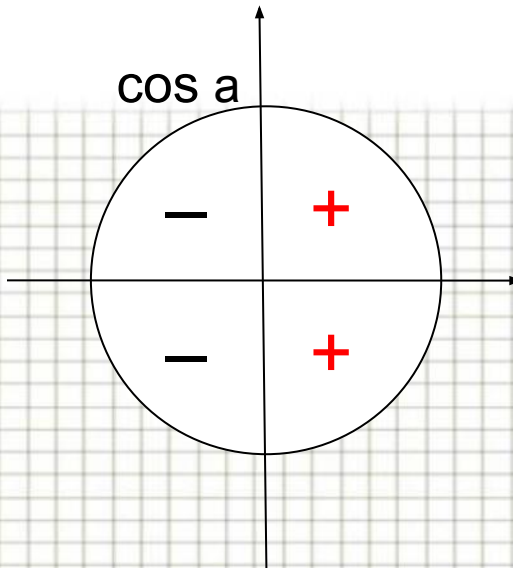
**СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ  
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ  
ФУНКЦИЯМИ ОДНОГО И ТОГО ЖЕ  
УГЛА**

# ЗНАКИ тригонометрических функций

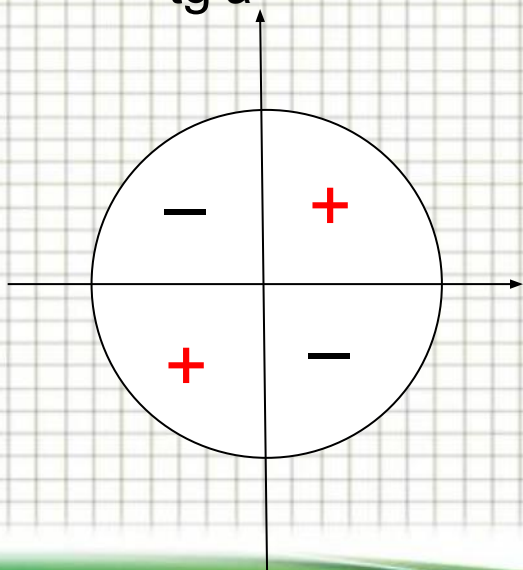
$\sin a$



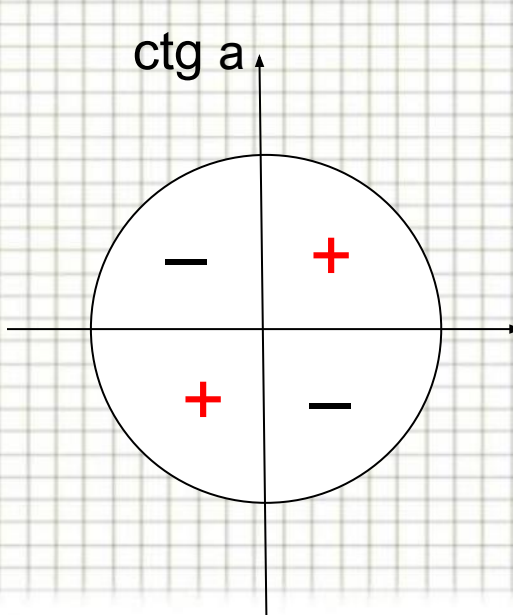
$\cos a$



$\operatorname{tg} a$



$\operatorname{ctg} a$



# Основное тригонометрическое тождество

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

Выразите  $\cos \alpha$  из основного тригонометрического тождества

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

## Основные тригонометрические тождества

$$1. \sin^2 t + \cos^2 t = 1 \quad , \quad 1 - \sin^2 t = \cos^2 t$$

$$1 - \cos^2 t = \sin^2 t$$

$$2. \operatorname{tg} t = \frac{\sin t}{\cos t}$$

$$3. \operatorname{ctg} t = \frac{\cos t}{\sin t}$$

$$4. \operatorname{tg} t \cdot \operatorname{ctg} t = 1$$

$$5. \operatorname{tg}^2 t + 1 = \frac{1}{\cos^2 t}$$

$$6. \operatorname{ctg}^2 t + 1 = \frac{1}{\sin^2 t}$$

# Выражение одних тригонометрических функций через другие

	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
$\sin \alpha$		$\pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$	$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}$	$\frac{1}{\pm \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$
$\cos \alpha$	$\pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$		$\frac{1}{\pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}$	$\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\pm \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{\sin \alpha}{\pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$	$\frac{\pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha}$		$\frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\frac{\pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha}$	$\frac{\cos \alpha}{\pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$	$\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$	

№1. Дано:  $\cos t = 0,4$ ;  $90^\circ < t < 180^\circ$

Найти:  $\sin t$ .

Решение:

$$1) \sin^2 t + \cos^2 t = 1,$$

$$\sin^2 t = 1 - \cos^2 t,$$

$$\sin^2 t = 1 - 0,16,$$

$$\sin^2 t = 0,84,$$

Т.К.  $t \in 2\text{ч}$ , то  $\sin t > 0$

$$\sin t = +\sqrt{0,84} = \sqrt{\frac{84}{100}} = \sqrt{\frac{21}{25}} = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

ОТВЕТ:  $\sin t = \frac{\sqrt{21}}{5}$

# Пример:

Дано:  $\sin \alpha = 0,8$       $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

Найти:  $\cos \alpha$

■ Решение:  $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - 0,64} = \pm 0,6$$

т.к.  $\alpha$  – 2 четверть и  $\cos \alpha < 0$ , то  $\cos \alpha = -0,6$

■ Ответ:

$$\cos \alpha = -0,6$$



Найдите  $\frac{3 \cos \alpha - 4 \sin \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}$  если  $\operatorname{tg} \alpha = 3$

Найдите  $\frac{10 \cos \alpha + 4 \sin \alpha + 15}{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 3}$  если  $\operatorname{tg} \alpha = -2,5$

## Основные тригонометрические тождества

$$1. \sin^2 t + \cos^2 t = 1 \quad , \quad 1 - \sin^2 t = \cos^2 t$$

$$1 - \cos^2 t = \sin^2 t$$

$$2. \operatorname{tg} t = \frac{\sin t}{\cos t}$$

$$3. \operatorname{ctg} t = \frac{\cos t}{\sin t}$$

$$4. \operatorname{tg} t \cdot \operatorname{ctg} t = 1$$

$$5. \operatorname{tg}^2 t + 1 = \frac{1}{\cos^2 t}$$

$$6. \operatorname{ctg}^2 t + 1 = \frac{1}{\sin^2 t}$$

# 1) Упростить выражения

$$\frac{\cos^3 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} \cdot \operatorname{tg}^3 \alpha$$

$$\frac{\sin^3 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} \cdot \operatorname{ctg}^3 \alpha$$

$$2) \frac{\sin^3 \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^3 \alpha (\cos^3 \alpha - 1)}$$

$$2) \frac{\cos^3 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^3 \alpha (\sin^3 \alpha - 1)}$$

$$3) \frac{\sin^3 \alpha}{1 - \cos \alpha} - \cos \alpha$$

$$3) \frac{\cos^3 \alpha}{1 + \sin \alpha} + \sin \alpha$$

$$4) \frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha}$$

$$4) \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} - \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$5) (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha) \sin \alpha \cos \alpha$$

$$5) \sin^2 \alpha + \operatorname{ctg}^3 \alpha \cdot \sin^3 \alpha$$