рациональным и действительным показателем. Их свойства.

1

Вспомним теорию

Арифметическим корнем n – ой степени ($n \in N$, $n \geq 2$) из неотрицательного числа а называется такое неотрицательное число, n – я степень которого равна а:

$$\sqrt[2n+1]{a^{2n+1}} = a, \quad n \in N \quad ;$$

$$\sqrt[2n]{a^{2n}} = |\, a \,|, \quad n \in N \quad ;$$

$$\sqrt[nk]{a^{mn}} = \sqrt[k]{a^{m}}, \quad при \quad a \geq 0 .$$

2

Степень с рациональным показателем.

1) $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad где \quad m \in Z, n \in N, a > 0;$

Если $\frac{m}{n} > 0, \quad то \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad при \quad a \geq 0.$

2) При a > 0, b > 0, p и q - рациональные числа:

$$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$$

$$\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$$

$$(a^p)^q = a^{pq}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$$

$$(ab)^p = a^p \cdot b^p$$

Степень с действительным показателем. Решение задач.

Вычислить

57 1) $64^{\frac{1}{2}}$; 2) $27^{\frac{1}{3}}$; 3) $8^{\frac{2}{3}}$; 4) $81^{\frac{3}{4}}$; 5) $16^{-0,75}$; 6) $9^{-1,5}$

Представь те степень в виде корня!

VN

Степень с действительным показателем. Решение

58 1) $2^{\frac{4}{5}} \cdot 2^{\frac{11}{5}}$; 2) $5^{\frac{2}{7}} \cdot 5^{\frac{5}{7}}$; 3) $9^{\frac{2}{3}} : 9^{\frac{1}{6}}$; 4) $4^{\frac{1}{3}} : 4^{\frac{5}{6}}$; 5) $\left(8^{\frac{1}{12}}\right)^{-4}$

Примените свойства степени

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$a^x \div a^y = a^{x-y}$$

$$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

VN

Степень с действительным показателем. Решение

59 1) $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}}$; 2) $7^{\frac{2}{3}} \cdot 49^{\frac{2}{3}}$; 3) $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}}$; 4) $150^{\frac{3}{2}} : 6^{\frac{3}{2}}$

ените свойства степени

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$a^x \div a^y = a^{x-y}$$

$$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

VN

Степень с действительным показателем. Решение

60 1) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}$; 2) $(0,04)^{-1,5} - (0,125)^{-\frac{2}{3}}$

ените свойства

степени

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$a^x \div a^y = a^{x-y}$$

$$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

VN

Степень с действительным показателем. Решение

3) $8^{\frac{9}{7}} : 8^{\frac{2}{7}} - 3^{\frac{6}{5}} \cdot 3^{\frac{4}{5}}$;

4) $\left(5^{-\frac{2}{5}}\right)^{-5} + \left((0,2)^{\frac{3}{4}}\right)^{-4}$

Примените свойства степени

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$a^x \div a^y = a^{x-y}$$

$$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

VN

Степень с действительным показателем. Решение

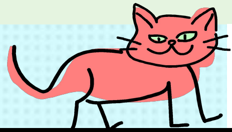
62 Представить в виде степени с рациональным показателем:

1) $a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a}$; 2) $b^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{b}$;  3) $\sqrt[3]{b} : b^{\frac{1}{6}}$

Представьте корень в виде степени и примените свойства степеней!

VN

Степень с действительным показателем. Решение



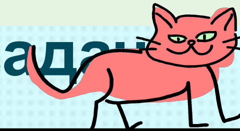
61 Найти значение выражения:

1) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a}$ при $a = 0{,}09$; 2) $\sqrt{b} : \sqrt[6]{b}$ при $b = 27$;

Представьте корень в виде степени и примените свойства степеней!

VN

Степень с действительным показателем. Решение зада



68 Вычислить:

1) $2^{\sqrt{5}} \cdot 2^{-\sqrt{5}}$; 2) $3^{2\sqrt{2}} : 9^{\sqrt{2}}$; 3) $(5^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}}$; 4) $((0,5)^{\sqrt{2}})^{\sqrt{8}}$

Примените свойства степени

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$a^x \div a^y = a^{x-y}$$

$$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

VN

Задания для самостоятельной работы

Вычислить: 1) $5(\sqrt{27}-\sqrt{3}):\frac{2}{\sqrt{3}}$

2) $((\sqrt[4]{2}+\sqrt[4]{8})^2-6)((\sqrt[4]{2}-\sqrt[4]{8})^2+6)$

3) $64^{-\frac{5}{6}}-(0{,}125)^{-\frac{1}{3}}-32\cdot 2^{-4}\cdot 16^{-1\frac{1}{2}}+(3^0)^4\cdot 4$

4) $(\sqrt[3]{100}+2\sqrt[3]{5}+2\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{10}-\sqrt[3]{4})$

Упростить:

5) $\frac{b\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{b^4}}$

6) $\left(\frac{0{,}5a^{\frac{1}{4}}}{(2-a)^{\frac{3}{4}}}+\frac{(2-a)^{\frac{1}{4}}\cdot a^{-\frac{3}{4}}}{2}\right):(2a-a^2)^{-\frac{3}{4}}$

Проверка

1) $5(\sqrt{27}-\sqrt{3}):\frac{2}{\sqrt{3}}$ $=\frac{5(3\sqrt{3}-\sqrt{3})\cdot\sqrt{3}}{2}=15$

2) $((\sqrt[4]{2}+\sqrt[4]{8})^2-6)((\sqrt[4]{2}-\sqrt[4]{8})^2+6)=$

$$=(\sqrt{2}+\sqrt{8}+2\sqrt[4]{2\cdot 8}-6)(\sqrt{2}+\sqrt{8}-2\sqrt[4]{2\cdot 8}+6)=$$

$$=(\sqrt{2}+\sqrt{8}-2)(\sqrt{2}+\sqrt{8}+2)=(\sqrt{2}+\sqrt{8})^2-4=$$

$$=2+8+2\sqrt{16}-4=14$$

Проверка

4)

$$64^{-\frac{5}{6}}-(0{,}125)^{-\frac{1}{3}}-32\cdot 2^{-4}\cdot 16^{-1\frac{1}{2}}+(3^{0})^{4}\cdot 4=$$

$$=(2^{6})^{-\frac{5}{6}}-(0{,}5^{3})^{-\frac{1}{3}}-2^{5}\cdot 2^{-4}\cdot(2^{4})^{-\frac{3}{2}}+1\cdot 4=$$

$$=2^{-5}-(\frac{1}{2})^{-1}-2\cdot 2^{-6}+4=2^{-5}-2-2^{-5}+4=2$$

Проверка

5) $$(\sqrt[3]{100}+2\sqrt[3]{5}+2\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{10}-\sqrt[3]{4})=$$

По формуле $(a^2+ab+b^2)(a-b)=a^3-b^3$ **следует**

$$=(\sqrt[3]{10})^3-(\sqrt[3]{4})^3=10-4=6$$

6) $$\frac{b\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{b^4}}$$

$$=b^{1+\frac{2}{3}-\frac{4}{3}}=b^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{b}$$

Проверка

7) $$\left(\frac{0{,}5a^{\frac{1}{4}}}{(2-a)^{\frac{3}{4}}}+\frac{(2-a)^{\frac{1}{4}}\cdot a^{-\frac{3}{4}}}{2}\right):(2a-a^2)^{-\frac{3}{4}}=1$$

$$1)\ \frac{2\cdot 0{,}5a^{\frac{1}{4}}+(2-a)^{\frac{3}{4}}(2-a)^{\frac{1}{4}}\cdot a^{-\frac{3}{4}}}{2\cdot(2-a)^{\frac{3}{4}}}=\frac{1}{a^{\frac{3}{4}}(2-a)^{\frac{3}{4}}};$$

$$2)\ \frac{1\cdot a^{\frac{3}{4}}(2-a)^{\frac{3}{4}}}{a^{\frac{3}{4}}(2-a)^{\frac{3}{4}}}=1$$

Тренировочный тест.

1. Найдите значение выражения: $6 \cdot 8^{-\frac{1}{3}}$.

1) 12; 2) 6; 3) 3; 4) –3.

2. Выберите верное неравенство:

1) $2^{\frac{1}{2}} < 3^{\frac{1}{2}}$; 2) $0{,}3^{\frac{1}{2}} > 0{,}5^{\frac{1}{2}}$; 3) $1{,}5^{\frac{1}{3}} < 1$; 4) $3^{-8} < 0$.

3. Среди данных чисел выберите наибольшее:

1) $5^{\frac{1}{2}}$; 2) $5^{\frac{1}{3}}$; 3) $5^{\frac{1}{4}}$; 4) 5.

4. Представьте данное выражение в виде степени:

$y^{1,7} \cdot y^{2,8} \cdot y^{-1,5}$.

1) y^{-3}; 2) $y^{-7,14}$; 3) y^{3}; 4) y^{6}.

5. Упростите выражение: $b^{-0,2} : b^{-0,7}$.

1) $\sqrt{b}$; 2) $\frac{1}{\sqrt{b}}$; 3) $b^{-0,9}$; 4) $b^{\frac{2}{7}}$.

Тренировочный тест (ответы).

№ вопроса	1	2	3	4	5
Ответ	3	1	4	3	1
