

ОБРАТНЫЕ ФУНКЦИИ



Подготовка к изучению нового материала

- Известно, что зависимость пути от времени движения тела при его равномерном движении с постоянной скоростью v выражается формулой $s = vt$. Из этой формулы можно найти обратную зависимость — времени от пройденного пути.

- Получим $t = \frac{s}{v}$

- Функцию $t(s) = \frac{s}{v}$ называют **обратной** к

функции $s(t) = vt$.

Задание:

□ Из уравнения $2x - y - 1 = 0$ выразите y через x

□ $y = 2x - 1.$

□ Из уравнения $2x - y - 1 = 0$ выразите x через y

□ *Имеем:* $x = \frac{y+1}{2}$ или $x = \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}$

Понятие обратной функции

□ Из уравнения $2x - y - 1 = 0$ мы получили две зависимости:

□ 1. $y = 2x - 1$, где y – зависимая переменная, x – аргумент;

□ 2. $x = \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}$, где x – зависимая переменная,

y – аргумент

□ Рассмотрим функцию $y = x^2$. При $y > 0$ имеем

□ $x = \sqrt{y}$ и $x = -\sqrt{y}$.

□ Функция, которая принимает каждое своё значение в единственной точке области определения, называется обратной.

□ В приведённых примерах функция $y = 2x - 1$ является обратной, а функция $y = x^2$, рассмотренная на всей области определения, не является обратной.

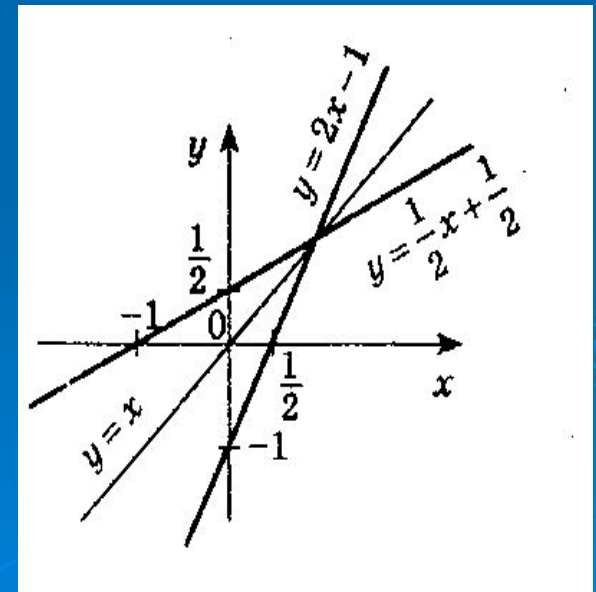
□ Зависимость $x = \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}$ - функция от

аргумента y , значения функции — x .

□ Перейдём к обычным обозначениям, получим

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

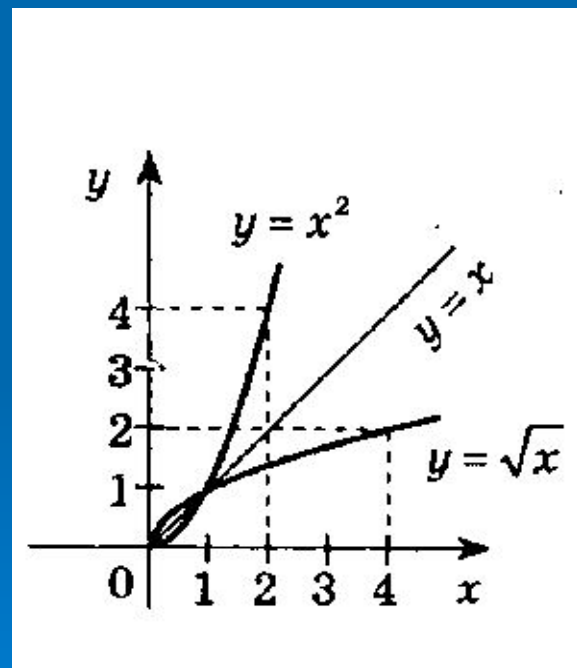
□ Построим графики полученных функций в одной системе координат. Мы видим, что их графики расположены симметрично относительно прямой $y = x$.



- Рассмотрим функцию $y = x^2$ на промежутке $[0; +\infty)$. Обратной к ней будет функция

$$y = \sqrt{x}$$

- Графики данных функций имеют вид



Вывод

- 1. Если функция $y = f(x)$ задана формулой, то для нахождения обратной к ней функции нужно решить уравнение $f(x) = y$ относительно x , а потом поменять местами x и y .
- 2. Если уравнение $f(x) = y$ имеет больше одного корня, то функции, обратной к функции $y = f(x)$, не существует.
- 3. Графики данной и обратной функции симметричны относительно прямой $y = x$.
- 4. Если функция $y = f(x)$ возрастает или убывает на некотором промежутке, то она имеет обратную функцию на этом промежутке, которая возрастает, если $f(x)$ возрастает, и убывает, если $f(x)$ убывает.
- Функция, обратная данной, определена на множестве значений функции $y = f(x)$.

Если f и g – функции, обратные одна к другой, то $D(f) = D(g)$ и $D(f) = E(g)$ E

Подведение итогов, попытайтесь ответить на вопросы:

- 1. Какую функцию мы сегодня выучили?
- 2. При каком условии для заданной функции $y = f(x)$ существует обратная?
- 3. Как расположены графики прямой и обратной к ней функций, построенные в одной системе координат?
- 4. Чем является область определения функции $y = f(x)$ для обратной к ней функции?