

ГНСС

Определение координат пункта  
и поправки часов приёмника

Летняя астрометрическая  
практика

# ГНСС

- GPS

ICD: <https://www.gps.gov/technical/icwg/IS-GPS-200K.pdf>

- ГЛОНАСС

<http://russianspacesystems.ru/bussines/navigation/glonass/interfeysnyy-kontrolnyy-dokument/>

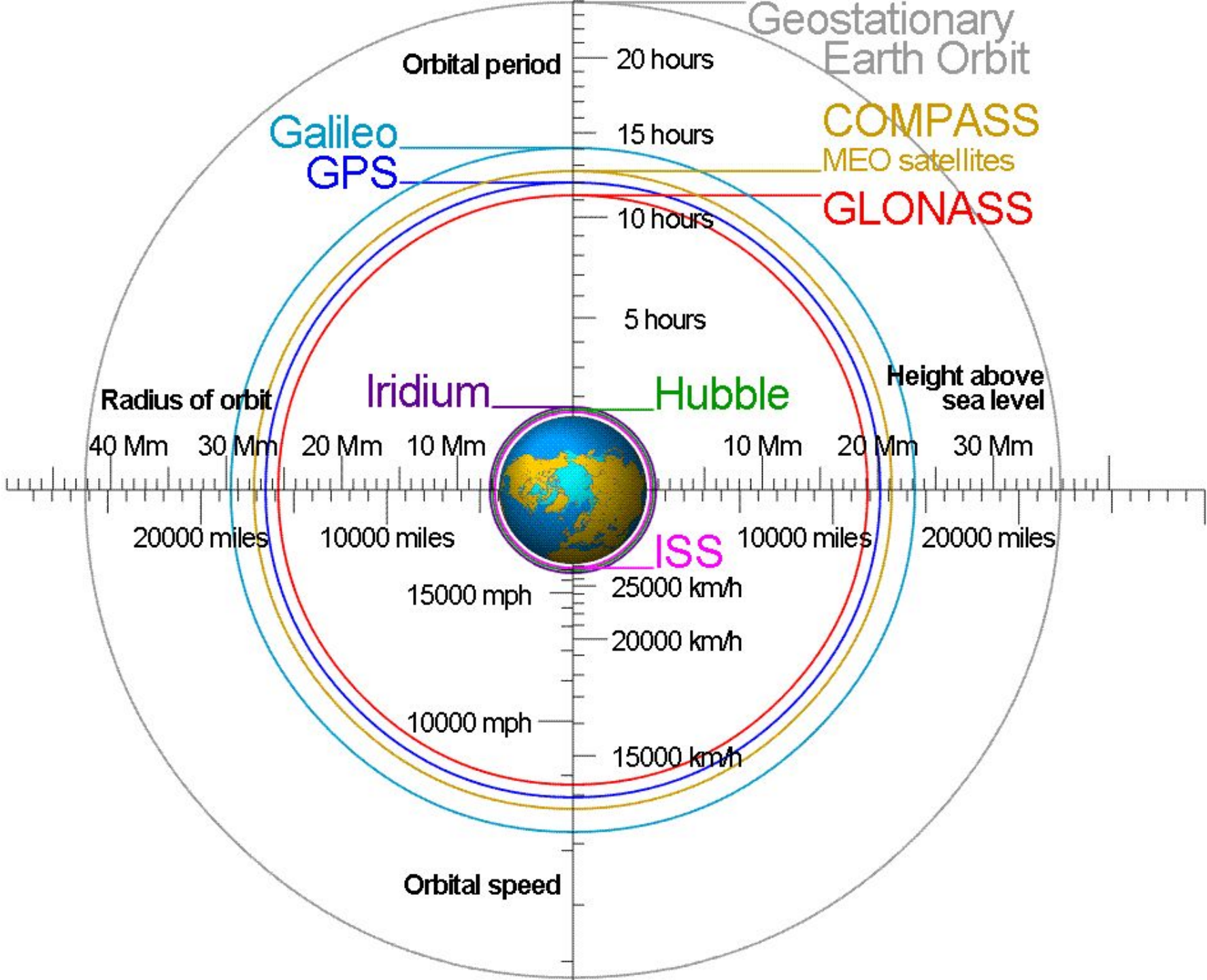
- Galileo

- BeiDou

предшественники

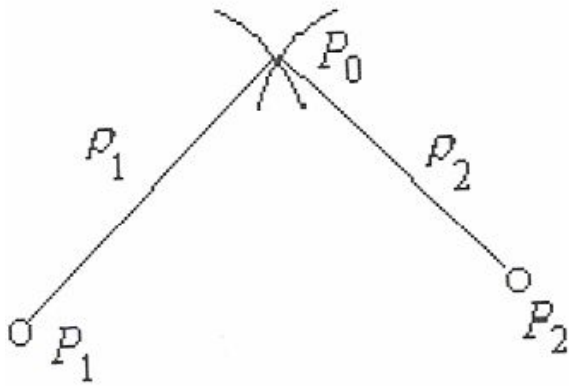
- Наземные РНС: «Чайка» (СССР) / «LORAN-C» (США)
- «ЦИКАДА» (СССР) / «TRANSIT» (США)





параметр	ГЛОНАСС	GPS	BeiDou	GALILEO
Число НС (резерв)	24 (25(22))	24 (31+1)	49*	27(22+5)
Число орбитальных Плоскостей	3	6	3	3
Число НС в орбитальной плоскости	8	4	9	9
Тип орбит	Круговая (e=0±0.01)	Круговая		Круговая
Высота орбиты, км	19100	20183	~21500	23224
Наклонение орбиты, градусы	64.8±0.3	~55	~55	56
Номинальный период обращения по среднему солнечному времени	11ч 15мин 44±5с	~11ч 58 мин	~12ч	~12ч
Способ разделения сигналов НС	Частотный	Кодовый	Кодово-частотный	Кодово-частотный
Несущие частоты радиосигналов, МГц	L1=1602.5625...1615.5 L2=1246.4375...1256.5	L1=1575.42 L2=1227.60 L5=1176.45	B1 1559.052 — 1591.788 B2: 1166.22 — 1217.37 B3: 1250.618 — 1286.423	E1=1575.42 E5=1191.795 E5A=1176.46 E5B=1207.14 E6=12787.75
период повторения дальномерного кода (или его сегмента)	1 мс	1 мс (C/A-код)	нет данных	нет данных
Скорость передачи цифровой информации(соответственно СИ- и D- код)	50 зн/с (50Гц)	50 зн/с (50Гц)	50/100 25/50 500	25, 50, 125, 500, 100Гц
Система отсчета времени	UTC	GPST	UTC (BDT)	UTC
Система отсчета координат	ПЗ-90/ПЗ90.2	WGS-84	CGCS2000	ETRF-00

## ГНСС: простая геометрическая задача



Требуется определить координаты точки  $P_0$ , если известны координаты точек  $P_1$ ,  $P_2$ , а также расстояния  $\rho_1$  и  $\rho_2$ .

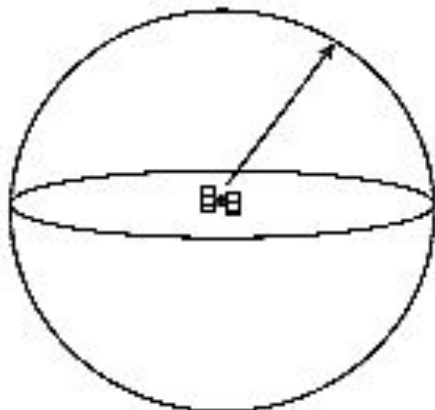
$$\rho_1 = \sqrt{(X_1 - X_0)^2 + (Y_1 - Y_0)^2}$$

$$\rho_2 = \sqrt{(X_2 - X_0)^2 + (Y_2 - Y_0)^2}$$

$$\rho_i = \sqrt{(X_i - X_0)^2 + (Y_i - Y_0)^2 + (Z_i - Z_0)^2}$$

# ГНСС: определение местоположения объекта

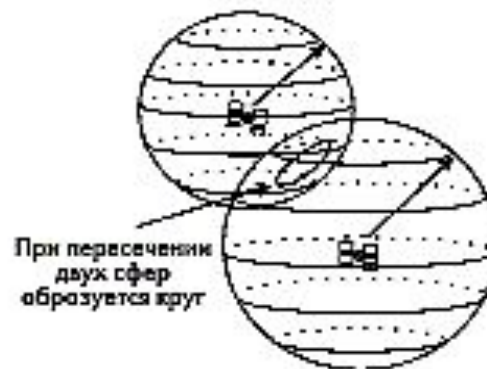
Одно измерение указывает наше положение на поверхности сферы



**а**

Мы находимся на поверхности этой сферы

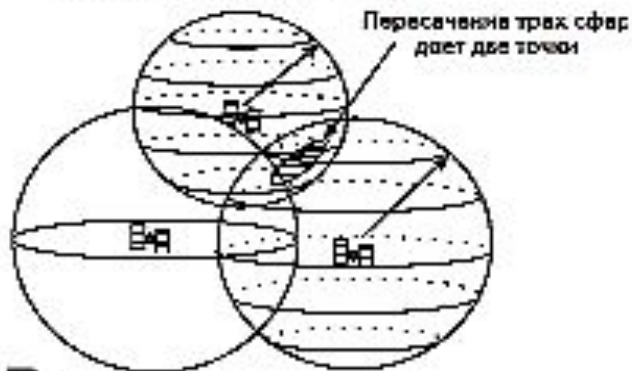
Второе измерение указывает наше месторасположение на пересечении двух сфер



**б**

При пересечении двух сфер образуется круг

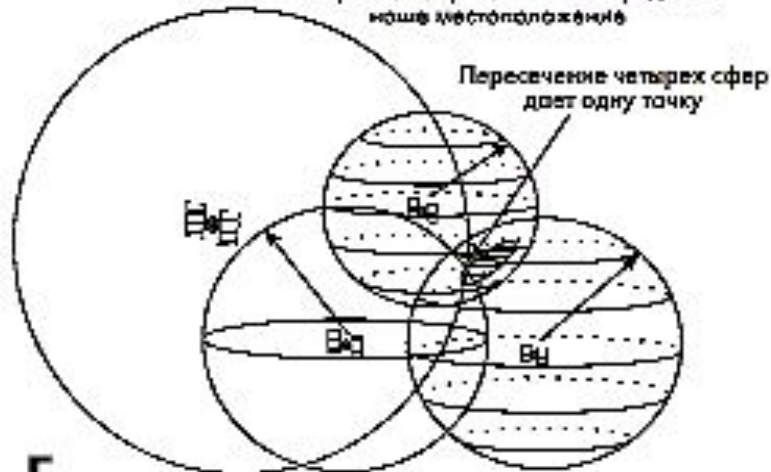
Третье измерение дает нам положение в одной из двух возможных точек



**в**

Пересечение трех сфер дает две точки

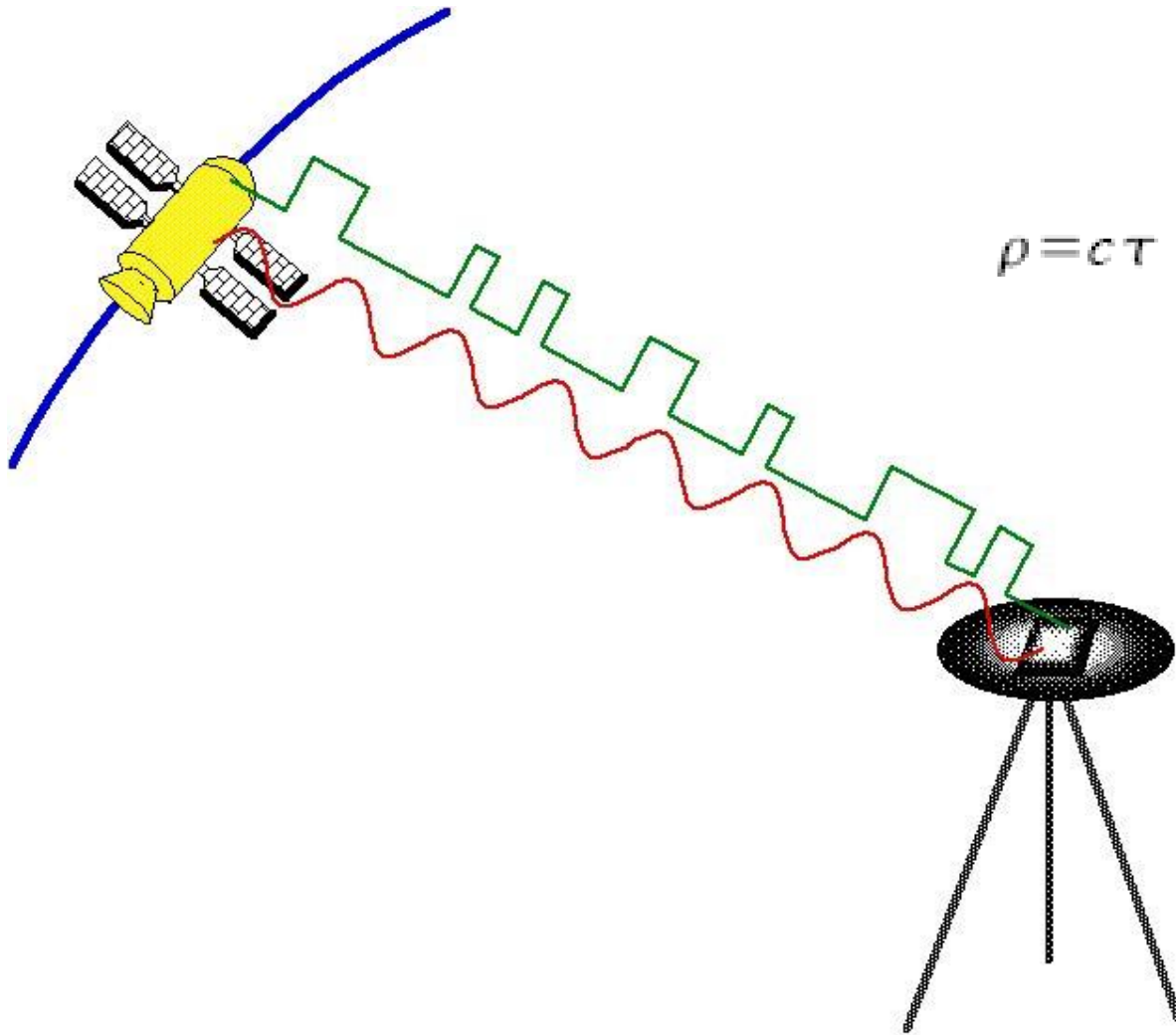
Четвертое измерение точно определяет наше местоположение



**г**

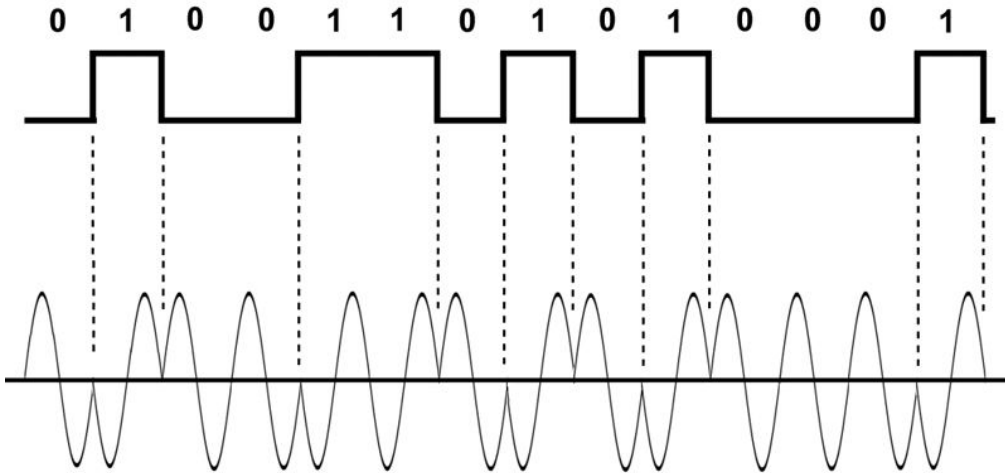
Пересечение четырех сфер дает одну точку

# Определение расстояния до спутника



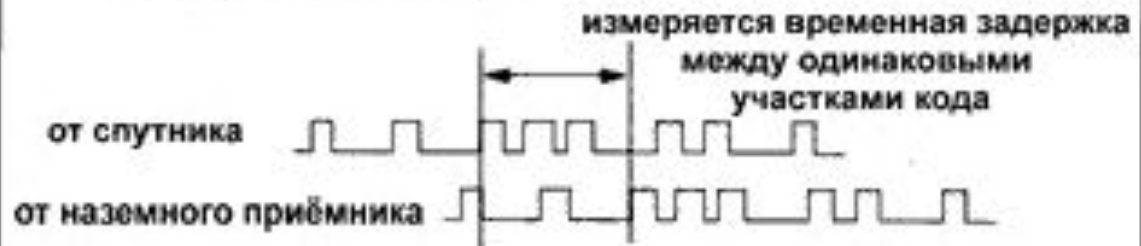


# Модуляция сигнала



Откуда мы знаем когда сигнал покинул спутник ?

- Приёмник и спутник используют одинаковый код
- Приёмник и спутник синхронизируют так, чтобы они генерировали одновременно одинаковый код
- Затем принимают входящий код со спутника и определяют насколько давно приёмник генерировал такой же код

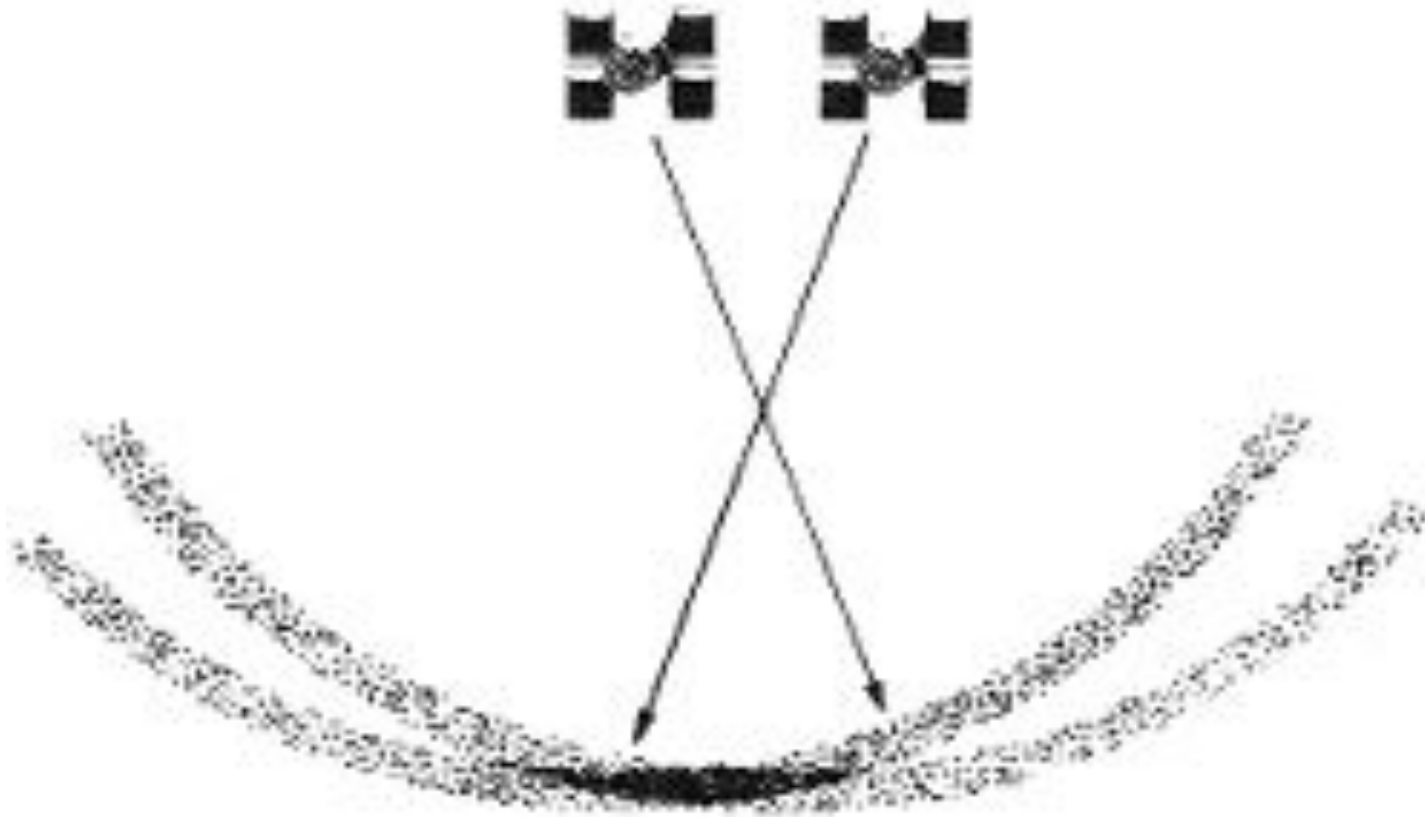


# Основные источники ошибок измерений

- .Ошибка часов приемника
- .Ошибка часов спутника
- .Ошибка эфемерид спутника
- .Задержка сигнала в ионосфере
- .Задержка сигнала в тропосфере
- .Переотражение сигнала от окружающих предметов



# DOP – Dilution of Precision (геометрический фактор)



**При сближении спутников  
область становится  
обширнее.**

# GNSS vs classic

- знания навыки

+ кнопка

- погода

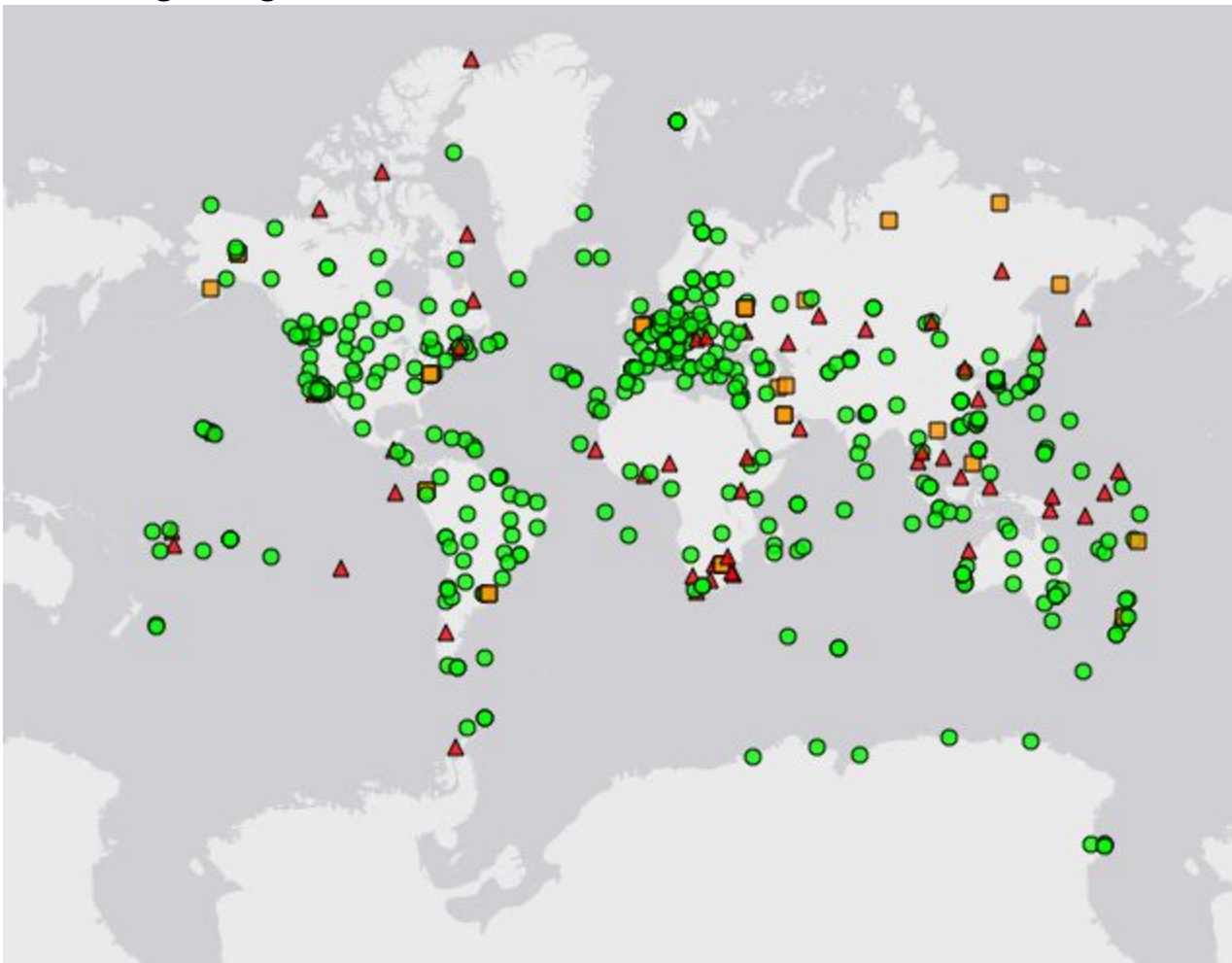
+ инструмент

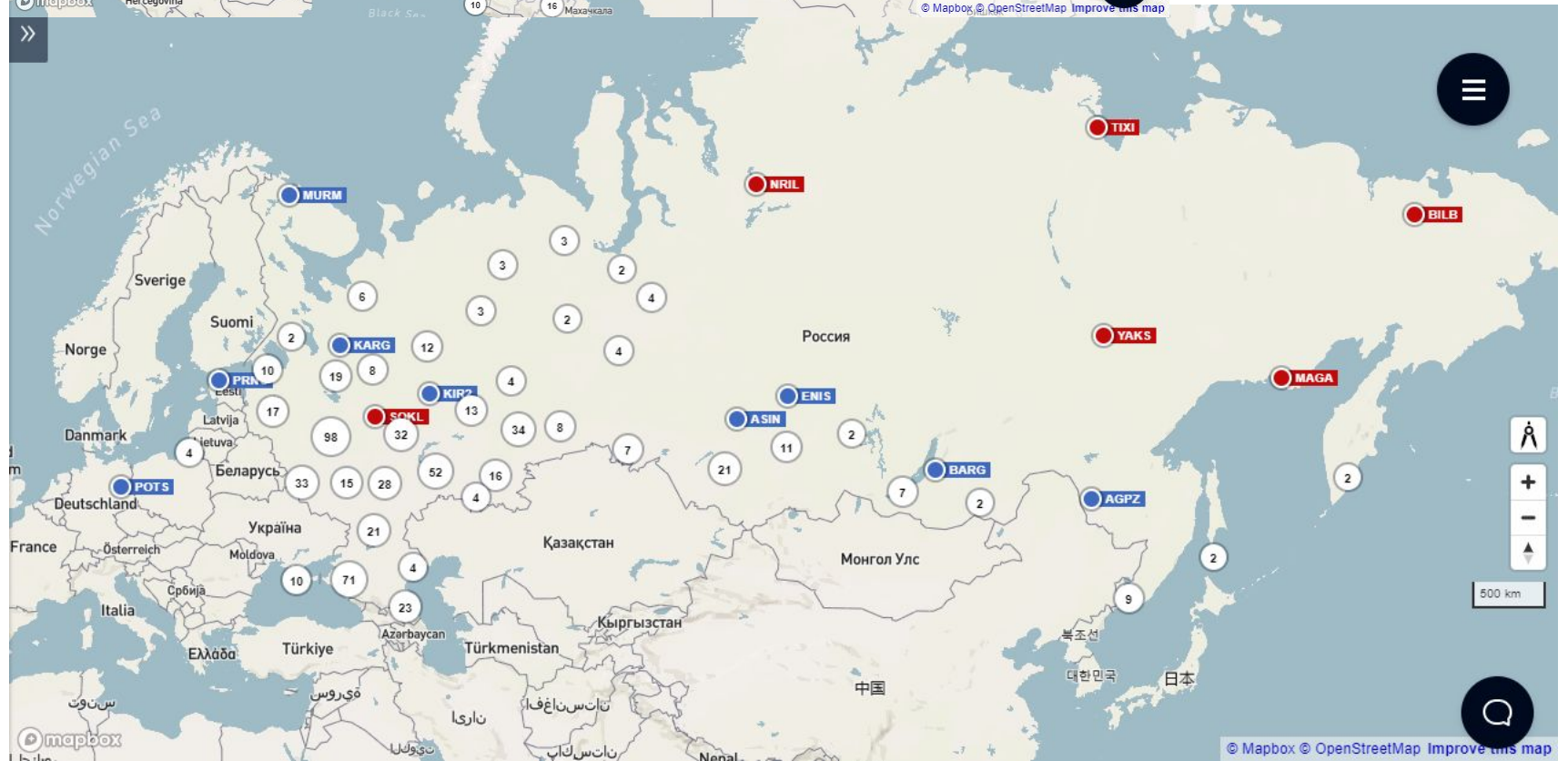
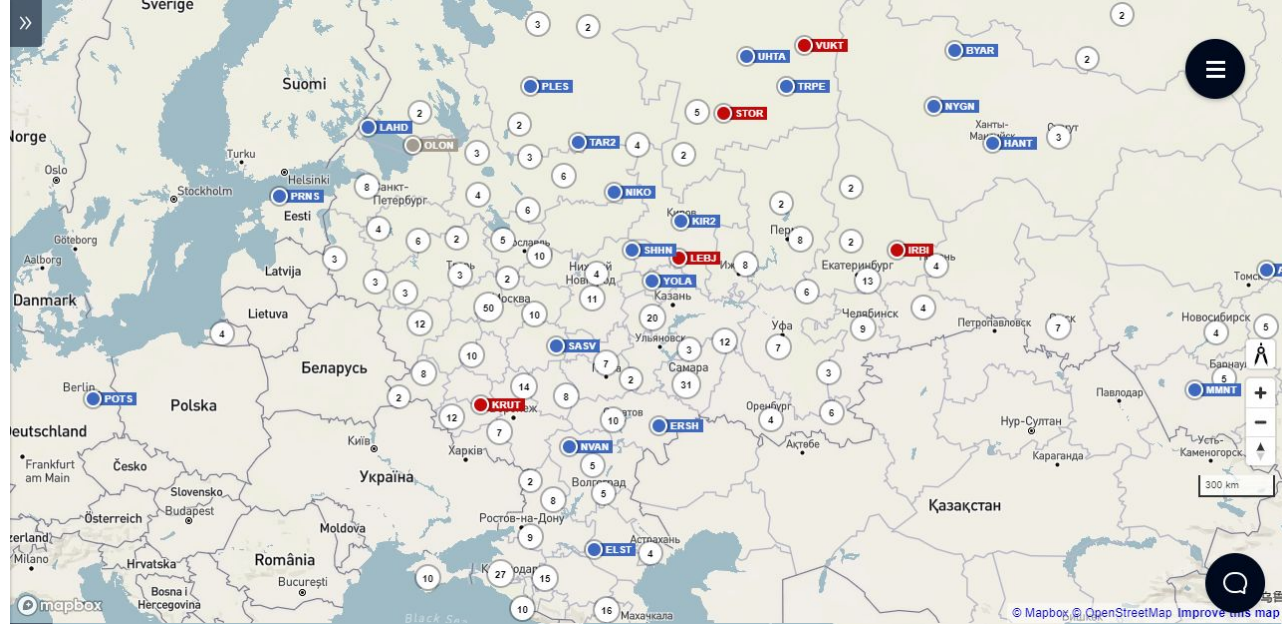
+ часы

- комплекс аппаратно-  
программных  
комплексов страны  
(мира)

# IGS

- International GNSS Service (IGS, ранее International GPS Service) — добровольное объединение более чем 200 агентств, занимающихся сбором GPS и ГЛОНАСС данных с постоянно работающих базовых станций, расположенных по всему миру.
- <http://www.igs.org>





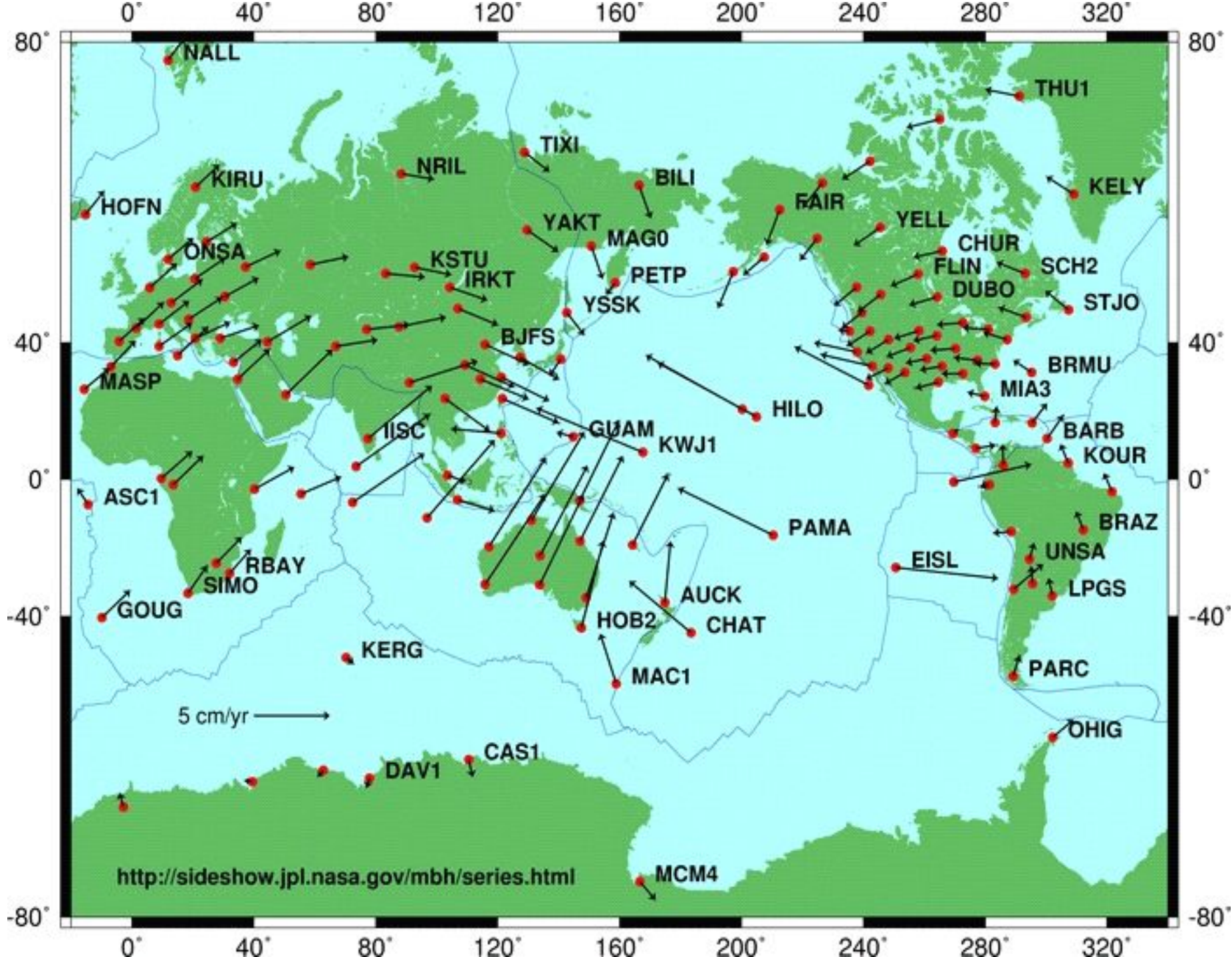
# Данные, поставляемые IGS:

- GPS Satellite Ephemerides / Satellite & Station Clocks
  - Final, Rapid, Ultra, Broadcast
- GLONASS Satellite Ephemerides
  - Final
- Geocentric Coordinates of IGS Tracking Stations
  - Position Velocities
- Earth Rotation Parameters
  - Polar Motion (PM) Polar Motion Rates (PM rate) Length-of-day (LOD)
- Atmospheric parameters
  - ionospheric TEC grid
  - Final tropospheric zenith path delay with N, E gradients



# Научные задачи, решаемые на основе IGS:

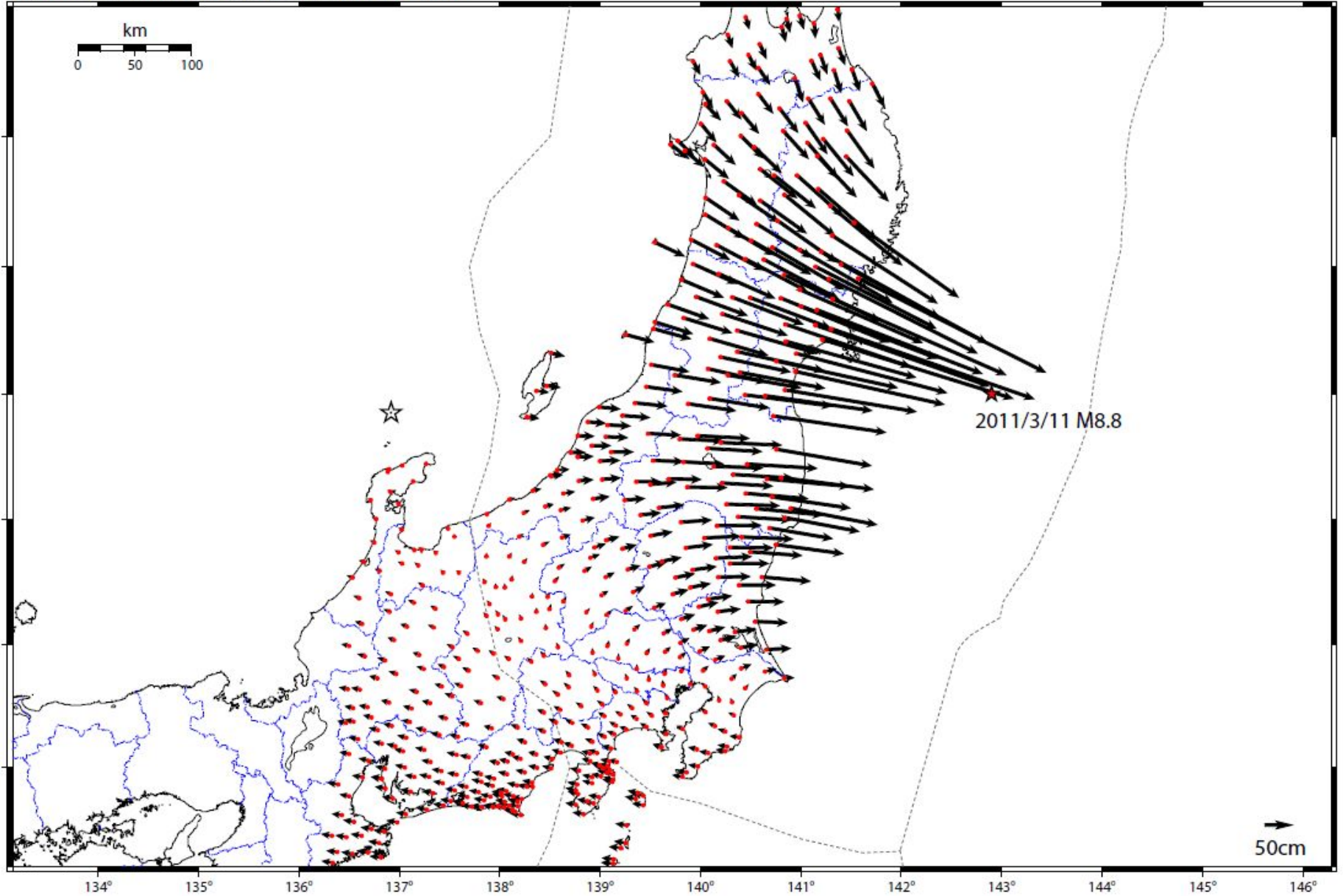
- осуществление глобальной доступности и улучшение ITRF
- мониторинг деформации твёрдого тела Земли
- мониторинг вращения Земли
- мониторинг изменения гидросферы (уровень моря, ледниковый покров)
- изучение орбит спутников
- мониторинг ионосферы
- климатологические исследования (модели предсказания погоды)
- передача времени и частоты



# 変動ベクトル図（水平）

基準期間：2011/03/01 21:00 - 2011/03/08 21:00

比較期間：2011/03/11 16:30 - 2011/03/11 16:30



[基準：R3速報解 比較：S3迅速解]

☆固定局：軸倉島（950252）

# GPS/ГЛОНАСС-приёмник



## **Javad TRE-G3T**

216 каналов GPS L1/L2 GLONASS L1/L2

Точность в автономном режиме не хуже 2 метров

Точность в RTK и постобработке

план : 1 см+1ppm\*длина базовой линии

высота : 1.5 см+1ppm\*длина базовой линии



## **Javad Triumph 2**

216 каналов GPS L1/L2 GLONASS L1/L2

Точность в автономном режиме не хуже 2 метров

Точность в RTK и постобработке

план : 1 см+1ppm\*длина базовой линии

высота : 1.5 см+1ppm\*длина базовой линии

# АНТЕННЫ

JNS Choke Ring

GPS/ГЛОНАСС

**рабочие полосы частот:**  
1565-1620 MHz (L1)  
1215-1265 MHz (L2)

**масса:** 3,7 кг

**размеры:**  
D 326мм  
H 101мм



JNS MARANT+

GPS/ГЛОНАСС

**рабочие полосы частот:**  
1565-1620 MHz (L1)  
1215-1265 MHz (L2)

**масса:** 0,5 кг

**размеры:**  
D 142мм  
H 53мм



# L1 vs L2

EMLID Reach RS+ (M+)

L1 72 канала GPS & GALILEO & (ГЛОНАСС | Beidou)



Точность в RTK и  
постобработке

план : 1 см+1ppm\*длина  
базовой линии

высота : 1.5 см+1ppm\*длина  
базовой линии

# Основные производители

Trimble

TopCon

Leica

Javad

Hemisphere

Novatel

Septentrio

PIPV

U-blox

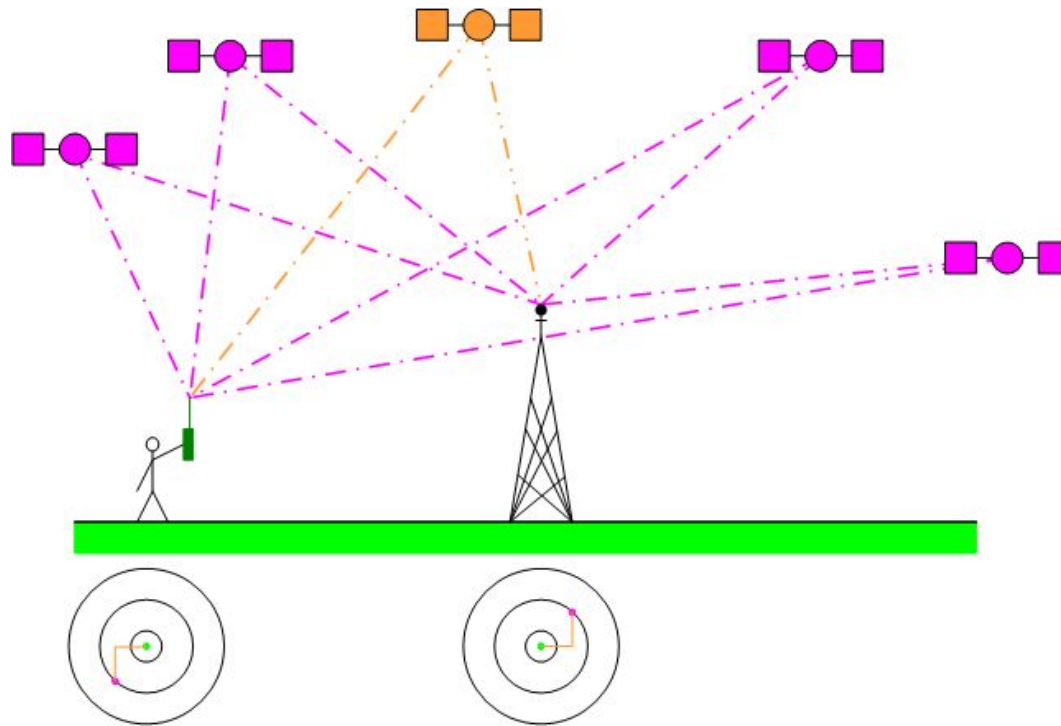
Applanix

Sky-Traq

Tersus

...

# Дифференциальный режим



$$R_1 - R_2 = d_1 - d_2 + c(dt_1 - dt_2) + e_{iono1} - e_{iono2} + e_{tropo1} - e_{tropo2} + e_{ephe1} - e_{ephe2} + e_{relat1} - e_{relat2} + e_{reste}$$

или  $e_{iono1} = e_{iono2}$

- R: расстояние, вычисленное приёмниками
- d : фактическое расстояние
- dt : ошибка синхронизации



# Программы постобработки

rtklib

Topcon Magnet

Trimble Business Center

GYPSY OASYS

Berneese

GPS-Tk

Javad Justin





# RINEX

Receiver Independent EXchange format

- текстовый ASCII файл
- ssssdddf.yyt
- пост-обработка полученных данных для выполнения более точных вычислений
- адаптируемость
- файл может содержать:
  - наблюдения (измерения)
  - навигационные данные
  - метеорологические данные
- Wiki Rinex 2.11 3.0+

# RAW

E:\2019-04-19\_DJIantmod\_tower\Base\zavo109a.19o

2.11 OBSERVATION DATA G (GPS) RINEX VERSION / TYPE

teqc 2019Feb25 20190422 17:59:49UTC PGM / RUN BY / DATE

Linux2.6.32-573.12.1.el6.x86\_64|x86\_64|gcc|Win64-MinGW64|=+ COMMENT

BIT 2 OF LLI FLAGS DATA COLLECTED UNDER A/S CONDITION COMMENT

-Unknown- MARKER NAME

-Unknown- -Unknown- OBSERVER / AGENCY

8RTA5CQQWAO JAVAD HE\_GD 2.7.0 Mar,31,2008 REC # / TYPE / VERS

-Unknown- -Unknown- ANT # / TYPE

2758323.0069 1615975.7035 5500711.5008 APPROX POSITION XYZ

0.0000 0.0000 0.0000 ANTENNA: DELTA H/E/N

1 1 WAVELENGTH FACT L1/2

7 L1 L2 C1 P1 P2 S1 S2 # / TYPES OF OBSERV

18 LEAP SECONDS

SNR is mapped to RINEX snr flag value [0-9] COMMENT

L1 &amp; L2: min(max(int(snr\_dBHz/6), 0), 9) COMMENT

pseudorange smoothing corrections not applied COMMENT

2019 4 19 0 0 1.000000 GPS TIME OF FIRST OBS

END OF HEADER

19 4 19 0 0 1.000000 0 14G19G01G12G25G11G06G22G23G14G32G03G18

G17G31

119892539.982 6 93422814.74443 22814789.845 22814788.270 22814793.801

41.000 22.0004

114818430.634 7 89468962.16244 21849217.923 21849217.528 21849225.197

44.000 29.0004

127208982.396 6 99123941.31042 24207064.265 24207061.836 24207070.827

38.000 14.0004

128526571.814 5 24457791.890

35.000

E:\2019-04-07\_\Base\zavo097a.19o

```

3.04 OBSERVATION DATA G RINEX VERSION / TYPE
JPS2RIN v.2.0.168 Sergey Smirnov 20190424 181842 UTC PGM / RUN BY / DATE
Sergey Smirnov GEOSCAN OBSERVER / AGENCY
zavo097a MARKER NAME
8RTA5CQQWAO JAVAD HE_GD 2.7.0 Mar,31,2008 REC # / TYPE / VERS
2758323.4054 1615975.9014 5500713.0014 APPROX POSITION XYZ
-Unknown- ANT # / TYPE
0.0000 0.0000 0.0000 ANTENNA: DELTA H/E/N
G 7 C1C L1C D1C S1C C1W L1W S1W SYS / # / OBS TYPES
1.000 INTERVAL
2019 4 7 8 15 0.0000000 GPS TIME OF FIRST OBS
2019 4 7 8 40 0.0000000 GPS TIME OF LAST OBS
G L1C 0.00000 13 G05 G07 G08 G10 G11 G13 G15 G17 G18 G20 SYS / PHASE SHIFT
G24 G28 G30 SYS / PHASE SHIFT
G L1W -0.25000 10 G05 G07 G08 G11 G13 G15 G17 G20 G28 G30 SYS / PHASE SHIFT
13 # OF SATELLITES
G05 473 473 473 473 317 317 317 PRN / # OF OBS
G07 1129 1129 1129 1129 1129 1129 1129 PRN / # OF OBS
G08 1501 1501 1501 1501 1501 1501 1501 PRN / # OF OBS
G10 679 679 679 679 0 0 0 PRN / # OF OBS
G11 1501 1501 1501 1501 152 152 152 PRN / # OF OBS
G13 1501 1501 1501 1501 1501 1501 1501 PRN / # OF OBS
G15 1501 1501 1501 1501 1501 1501 1501 PRN / # OF OBS
G17 1501 1501 1501 1501 381 381 381 PRN / # OF OBS
G18 1228 1228 1228 1228 0 0 0 PRN / # OF OBS
G20 1501 1501 1501 1501 1501 1501 1501 PRN / # OF OBS
G24 1184 1184 1184 1184 0 0 0 PRN / # OF OBS
G28 1501 1501 1501 1501 1501 1501 1501 PRN / # OF OBS
G30 1501 1501 1501 1501 1501 1501 1501 PRN / # OF OBS
END OF HEADER
> 2019 04 07 08 15 0.0000000 0 10 -0.000072145795
G05 25000714.143 131379617.530 5 -3503.905 34.000 25000715.713 131379617.519 1 5.000
G07 24263997.334 127508149.083 6 -3240.829 39.000 24263995.994 127508150.089 1 10.000
G08 23746303.821 124787685.474 6 -2109.894 38.000 23746302.501 124787686.454 3 18.000
G11 24325975.158 127833869.631 6 2528.028 37.000
G13 20441694.241 107421835.640 7 47.684 46.000 20441693.701 107421835.620 5 33.000
G15 21600194.580 113509803.236 7 1834.364 46.000 21600194.180 113509804.220 5 30.000
G17 24619071.023 129374118.251 6 3689.031 36.000
G20 24007274.930 126159087.505 6 1859.859 36.000 24007275.400 126159087.498 1 10.000
G28 20675861.335 108652404.925 7 359.102 46.000 20675860.495 108652404.906 5 32.000
G30 21632183.398 113677875.652 7 -2342.200 47.000 21632182.718 113677876.635 5 31.000
> 2019 04 07 08 15 1.0000000 0 10 -0.000072237921
G05 25001381.738 131383121.741 5 -3504.244 34.000 25001381.348 131383121.714 1 5.000
G07 24264613.871 127511390.268 6 -3241.267 39.000 24264613.981 127511391.244 1 10.000
G08 23746704.092 124789705.006 6 -2110.912 38.000 23746704.032 124789706.001 3 18.000

```

E:\2019-04-19\_DJIantmod\_tower\F001\GNSS\raw\_201904191004.nav

3.03 N: GNSS NAV DATA G: GPS RINEX VERSION / TYPE  
RTKCONV 2.4.3 Emlid 20190422 132717 UTC PGM / RUN BY / DATE  
log: C:\\_PROJECTS\2019-04-19\_DJIantmod\_tower\F001\GNSS\raw COMMENT  
format: u-blox COMMENT  
END OF HEADER

G24 2019 4 19 12 0 0 -.649848952889E-04 -.454747350886E-12 .000000000000E+00  
.450000000000E+02 .120437500000E+03 .511485591142E-08 .219849926948E+01  
.616349279881E-05 .827483099420E-02 .764615833759E-05 .515372578049E+04  
.475200000000E+06 -.260770320892E-06 .855641852940E+00 -.707805156708E-07  
.939103751955E+00 .220343750000E+03 .605723135440E+00 -.840392148563E-08  
.422874757288E-09 .100000000000E+01 .204900000000E+04 .000000000000E+00  
.200000000000E+01 .000000000000E+00 .279396772385E-08 .450000000000E+02  
.468306000000E+06 .400000000000E+01  
G19 2019 4 19 12 0 0 -.328877940774E-03 .443378667114E-11 .000000000000E+00  
.260000000000E+02 -.707187500000E+02 .361229332366E-08 .561568998186E+00  
-.356696546078E-05 .952751724981E-02 .137817114592E-04 .515363704300E+04  
.475200000000E+06 -.193715095520E-06 .310047007905E+01 -.150874257088E-06  
.982201665282E+00 .132687500000E+03 .137770832816E+01 -.765853329437E-08  
-.193222334200E-09 .100000000000E+01 .204900000000E+04 .000000000000E+00  
.200000000000E+01 .000000000000E+00 -.153668224812E-07 .260000000000E+02  
.468306000000E+06 .400000000000E+01

# Работа

- установить антенну в горизонт
- провести 1 мин. сеанс
- получить от преподавателя rinex'ы
- сообщить момент на который будет вестись расчёт, и номер спутника
- выполнить расчёт координат спутника
- выполнить расчёт координат приёмника



Параметр	Описание
$t_{oe}$	Эпоха
$WN$	Неделя
$e$	Эксцентриситет орбиты
$A^{\frac{1}{2}}$	Квадратный корень из большей полуоси орбиты
$\Omega_0$	Долгота восходящего узла плоскости орбиты на время эпохи
$i_0$	Наклонение орбиты на время эпохи
$\omega$	Аргумент перигея
$M_0$	Средняя аномалия на начало эпохи
$\Delta n$	Отклонение значения среднего движения
$\dot{\Omega}$	Скорость изменения долготы восходящего узла плоскости орбиты
$IDOT$	Скорость изменения наклона орбиты
$C_{uc}$	Амплитуда квадратурной поправки аргумента широты
$C_{us}$	Амплитуда синфазной поправки аргумента широты
$C_{rc}$	Амплитуда квадратурной поправки радиуса орбиты
$C_{rs}$	Амплитуда синфазной поправки радиуса орбиты
$C_{ic}$	Амплитуда квадратурной поправки наклона орбиты
$C_{is}$	Амплитуда синфазной поправки наклона орбиты

Наблюдательные данные:		
Данные	Описание	
$P$	Псевдодальность до спутника	
$t_{obs}$	Момент наблюдения	
Фундаментальные постоянные:		
Постоянная	Значение	Описание
$\mu$	$3.986004418 * 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2$	Геоцентрическая гравитационная постоянная
$\dot{\Omega}_e$	$7.2921151467 * 10^{-5} \text{ рад/с}$	Угловая скорость вращения Земли
$c$	299792458.0 м/с	Скорость света

1. Среднее движение (рад/с)

$$n_0 = \sqrt{\frac{\mu}{A^3}}. \quad (9.1)$$

2. Момент излучения сигнала спутником  $t_{obs} = d*86400+h*3600+m*60+s$

$d$  – от полуночи СБ/ВС

$$t_{em} = t_{obs} - \frac{P}{c}. \quad (9.2)$$

3. Время от начала эпохи (значение берётся по модулю  $604800/2$ , то есть, если больше  $302400$  с, то из него вычитается  $604800$  с, а если меньше -  $302400$  с, то добавляется  $604800$  с)

$$t = t_{em} - t_{oe}. \quad (9.3)$$

4. Исправленное среднее движение

$$n = n_0 - \Delta n. \quad (9.4)$$

5. Средняя аномалия

$$M = M_0 + nt. \quad (9.5)$$

6. Эксцентрическая аномалия (находится из уравнения Кеплера методом итераций) <https://www.gps.gov/technical/icwg/I-S-GPS-200K.pdf> стр. 97-100

$$M = E - e \sin E. \quad (9.6)$$

7. Истинная аномалия

$$\operatorname{tg} \frac{\nu}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{E}{2}, \quad (9.7)$$

где углы  $\frac{\nu}{2}$  и  $\frac{E}{2}$  принадлежат одной четверти полного угла  $2\pi$ .

8. Аргумент широты

$$\phi = \nu + \omega. \quad (9.8)$$

9. Поправки аргумента широты, радиуса и наклона:

$$\delta u = C_{us} \sin 2\phi + C_{uc} \cos 2\phi, \quad (9.9)$$

$$\delta r = C_{rs} \sin 2\phi + C_{rc} \cos 2\phi, \quad (9.10)$$

$$\delta i = C_{is} \sin 2\phi + C_{ic} \cos 2\phi. \quad (9.11)$$

10. Исправленные значения аргумента широты, радиуса и наклонения:  
<https://www.gps.gov/technical/icwg/I S-GPS-200K.pdf> стр. 97-100

$$u = \phi + \delta u, \quad (9.12)$$

$$r = A(1 - e \cos E) + \delta r, \quad (9.13)$$

$$i = i_0 + \delta i + IDOTt. \quad (9.14)$$

11. Координаты спутника в орбитальной плоскости:

$$X^{orb} = r \cos u, \quad (9.15)$$

$$Y^{orb} = r \sin u. \quad (9.16)$$

12. Исправленная долгота восходящего узла

$$\Omega = \Omega_0 + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_e)t - \dot{\Omega}_e t_{cor}. \quad (9.17)$$

13. Положение в земной системе координат:

$$X = X^{orb} \cos \Omega - Y^{orb} \cos i \sin \Omega, \quad (9.18)$$

$$Y = X^{orb} \sin \Omega + Y^{orb} \cos i \sin \Omega, \quad (9.19)$$

$$Z = Y^{orb} \sin i. \quad (9.20)$$

# Расчёт координат приёмника

Пусть в моменты  $t_i, i \in [1, 4]$  проведены наблюдения псевдодальностей  $P_i^0$  до четырех спутников. Внеся в  $P_i^0$  коррекции за поправки  $\Delta t_i^s$  часов спутников, получим:

$$P_i = P_i^0 + c\Delta t_i^s, \quad i \in [1, 4]. \quad (9.21)$$

Обозначая через  $\epsilon = c\Delta t$  поправку псевдодальности за счет того, что часы нашего приемника требуют поправку  $\Delta t$  по отношению к шкале времени GPS, запишем основные уравнения нашей задачи:

$$(P_1 + \epsilon)^2 = (X_1 - X)^2 + (Y_1 - Y)^2 + (Z_1 - Z)^2, \quad (9.22)$$

$$(P_2 + \epsilon)^2 = (X_2 - X)^2 + (Y_2 - Y)^2 + (Z_2 - Z)^2, \quad (9.23)$$

$$(P_3 + \epsilon)^2 = (X_3 - X)^2 + (Y_3 - Y)^2 + (Z_3 - Z)^2, \quad (9.24)$$

$$(P_4 + \epsilon)^2 = (X_4 - X)^2 + (Y_4 - Y)^2 + (Z_4 - Z)^2. \quad (9.25)$$

$$X\Delta X_1 + Y\Delta Y_1 + Z\Delta Z_1 = A_1 - \epsilon\Delta P_1, \quad (9.26)$$

$$X\Delta X_2 + Y\Delta Y_2 + Z\Delta Z_2 = A_2 - \epsilon\Delta P_2, \quad (9.27)$$

$$X\Delta X_3 + Y\Delta Y_3 + Z\Delta Z_3 = A_3 - \epsilon\Delta P_3, \quad (9.28)$$

где

$$\Delta P_i = P_{i+1} - P_i, \quad i \in [1, 3], \quad (9.29)$$

$$\sigma P_i = P_{i+1} + P_i, \quad i \in [1, 3], \quad (9.30)$$

$$\Delta X_i = X_{i+1} - X_i, \quad i \in [1, 3], \quad (9.31)$$

$$\sigma X_i = X_{i+1} + X_i, \quad i \in [1, 3], \quad (9.32)$$

$$\Delta Y_i = Y_{i+1} - Y_i, \quad i \in [1, 3], \quad (9.33)$$

$$\sigma Y_i = Y_{i+1} + Y_i, \quad i \in [1, 3], \quad (9.34)$$

$$\Delta Z_i = Z_{i+1} - Z_i, \quad i \in [1, 3], \quad (9.35)$$

$$\sigma Z_i = Z_{i+1} + Z_i, \quad i \in [1, 3], \quad (9.36)$$

$$(9.37)$$

$$A_i = (\Delta X_i \sigma X_i + \Delta Y_i \sigma Y_i + \Delta Z_i \sigma Z_i - \Delta P_i \sigma P_i) / 2, \quad i \in [1, 3] \quad (9.38)$$

Пользуясь правилом Крамера, разрешим уравнения (9.26), (9.27), (9.28) относительно величин  $X, Y, Z$ , включив формально члены, пропорциональные  $\epsilon$ , в решение:

$$X = \frac{D_1}{D} + \epsilon \frac{d_1}{D}, \quad (9.39)$$

$$Y = \frac{D_2}{D} + \epsilon \frac{d_2}{D}, \quad (9.40)$$

$$Z = \frac{D_3}{D} + \epsilon \frac{d_3}{D}, \quad (9.41)$$

где

$$D = \det \begin{pmatrix} \Delta X_1 & \Delta Y_1 & \Delta Z_1 \\ \Delta X_2 & \Delta Y_2 & \Delta Z_2 \\ \Delta X_3 & \Delta Y_3 & \Delta Z_3 \end{pmatrix}, \quad (9.42)$$

$$d_1 = \det \begin{pmatrix} -\Delta P_1 & \Delta Y_1 & \Delta Z_1 \\ -\Delta P_2 & \Delta Y_2 & \Delta Z_2 \\ -\Delta P_3 & \Delta Y_3 & \Delta Z_3 \end{pmatrix}, \quad (9.46)$$

$$D_1 = \det \begin{pmatrix} \Delta A_1 & \Delta Y_1 & \Delta Z_1 \\ \Delta A_2 & \Delta Y_2 & \Delta Z_2 \\ \Delta A_3 & \Delta Y_3 & \Delta Z_3 \end{pmatrix}, \quad (9.43)$$

$$d_2 = \det \begin{pmatrix} \Delta X_1 & -\Delta P_1 & \Delta Z_1 \\ \Delta X_2 & -\Delta P_2 & \Delta Z_2 \\ \Delta X_3 & -\Delta P_3 & \Delta Z_3 \end{pmatrix}, \quad (9.47)$$

$$D_2 = \det \begin{pmatrix} \Delta X_1 & \Delta A_1 & \Delta Z_1 \\ \Delta X_2 & \Delta A_2 & \Delta Z_2 \\ \Delta X_3 & \Delta A_3 & \Delta Z_3 \end{pmatrix}, \quad (9.44)$$

$$d_3 = \det \begin{pmatrix} \Delta X_1 & \Delta Y_1 & -\Delta P_1 \\ \Delta X_2 & \Delta Y_2 & -\Delta P_2 \\ \Delta X_3 & \Delta Y_3 & -\Delta P_3 \end{pmatrix}. \quad (9.48)$$

$$D_3 = \det \begin{pmatrix} \Delta X_1 & \Delta Y_1 & \Delta A_1 \\ \Delta X_2 & \Delta Y_2 & \Delta A_2 \\ \Delta X_3 & \Delta Y_3 & \Delta A_3 \end{pmatrix}, \quad (9.45)$$

С помощью обозначений

$$X' = \frac{D_1}{D}, \quad Y' = \frac{D_2}{D}, \quad Z' = \frac{D_3}{D}, \quad (9.49)$$

$$a_x = \frac{d_1}{D}, \quad a_y = \frac{d_2}{D}, \quad a_z = \frac{d_3}{D}, \quad (9.50)$$

наше решение представим в виде:

$$X = X' + \epsilon a_x, \quad Y = Y' + \epsilon a_y, \quad Z = Z' + \epsilon a_z. \quad (9.51)$$

Подставляя это решение в любое из исходных уравнений (например, в четвертое), мы получим квадратное уравнение вида



$$a_4 \epsilon^2 + 2b_4 \epsilon + c_4 = 0, \quad (9.52)$$

где

$$a_4 = 1 - a_x^2 - a_y^2 - a_z^2, \quad (9.53)$$

$$b_4 = P_4 + \Delta X'_4 a_x + \Delta Y'_4 a_y + \Delta Z'_4 a_z, \quad (9.54)$$

$$c_4 = -\Delta X_4'^2 - \Delta Y_4'^2 - \Delta Z_4'^2 + P_4^2, \quad (9.55)$$

$$\Delta X'_4 = X_4 - X', \quad \Delta Y'_4 = Y_4 - Y', \quad \Delta Z'_4 = Z_4 - Z'. \quad (9.56)$$

Решение этого квадратного уравнения имеет вид

$$\epsilon_{1,2} = -\frac{b_4}{a_4} \pm \frac{\sqrt{b_4^2 - a_4 c_4}}{a_4}. \quad (9.57)$$

Одно из этих решений имеет неправдоподобное значение и отбрасывается. Второе значение используется для получения поправки часов  $\Delta t = \frac{\epsilon}{c}$  и искомым координат пункта  $X, Y, Z$  в системе ITRF. Критерием для определения истинного решения на геодинимической станции СПбГУ является:  $\Delta t \in [-0.0005, 0.0005]$  (секунды).

Далее преобразуем декартовы координаты  $X, Y, Z$  в геодезические в системе WGS-84 при следующих значениях фундаментальных постоянных:

Постоянная	Значение	Описание
$a$	6378137.0 м	Большая полуось эллипсоида WGS-84
$b$	6356752.0 м	Малая полуось эллипсоида WGS-84

Параметры трансформации:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}, \quad (9.58)$$

$$e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}. \quad (9.59)$$

Определим теперь долготу и широту:

$$\lambda = \operatorname{arctg} \frac{Y}{X}, \quad (9.60)$$

$$\phi = \operatorname{arctg} \frac{Z + e'^2 b \sin^3 \Theta}{\sqrt{X^2 + Y^2} - e^2 a \cos^3 \Theta}, \quad (9.61)$$

где

$$\Theta = \operatorname{arctg} \frac{a}{b} \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \quad (9.62)$$

# Форма сдачи

Фамилия      Столб      Время      Спутник

1 n0=

2 tem=

3 t=

\*\*\*

13 Omega=

Братъ столько знаков,  
сколько позволяет калькулятр!