

Лекция 6. Импульсные сигналы и переходные процессы.

1. Общие сведения об импульсных сигналах. Примеры.
2. Переходная и импульсная характеристики цепи.
3. Переходные процессы
 - 3.1. Общие сведения.
 - 3.2. Законы коммутации.
 - 3.3. Схемы замещения реактивных элементов при коммутации и в цепях постоянного тока.
 - 3.4. Начальные условия переходного процесса.
4. Методы расчета линейных цепей при импульсном воздействии.
 - 4.1. Классический метод.
 - 4.2. Спектральный метод.
 - 4.3. Операторный метод.
 - 4.4. Временной метод. (Метод интеграла Дюамеля)
5. Передача импульсных сигналов через линейные цепи.
 - 5.1. Передача импульсных сигналов через дифференцирующую цепь.
 - 5.2. Передача импульсных сигналов через интегрирующую цепь.
 - 5.3. Воздействие импульсных сигналов на колебательный контур.
6. Связь между дифференциальным уравнением и характеристиками электрической цепи.

Импульсные сигналы и переходные процессы.

Общие сведения об импульсных сигналах.

- В электрических цепях наряду с непрерывными сигналами, которые описываются непрерывными функциями времени, часто применяются и импульсные сигналы. Они существуют не на всей временной оси, и или их величина не произвольна.

- Названия импульсным сигналам дают в соответствии с их формой временной диаграммы.
- Простейшими импульсными сигналами являются сигналы, представленные на рис. 6.1:
- 1' – положительный перепад амплитуды E ;
- 2' – отрицательный перепад амплитуды E , задержанный на t_u ;
- 3' – одиночный прямоугольный импульс, есть сумма двух предыдущих сигналов.
- Кроме перечисленных сигналов в импульсной технике широко применяются сигналы, показанные на рис. 6.2:
- 1 – треугольный импульс,
- 2 – пилообразный импульс,
- 3 – экспоненциальный импульс.

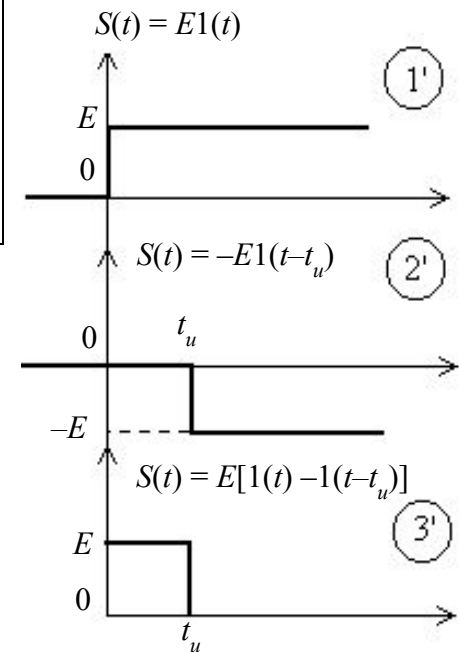


Рис. 6.1

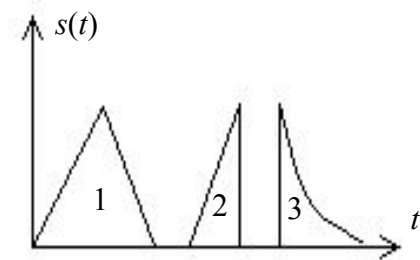


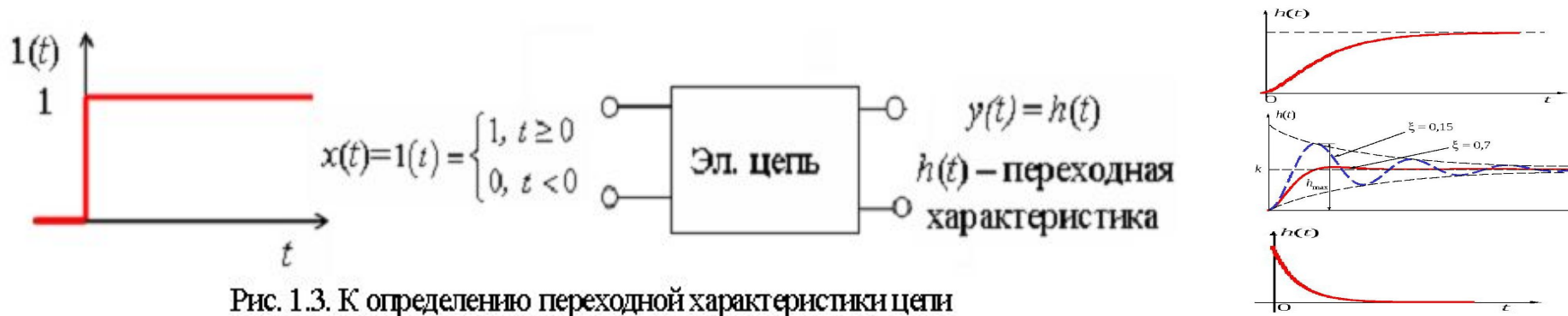
Рис. 6.2

Переходная и импульсная характеристика цепи

Свойства электрических цепей в частотной области характеризуют частотными характеристиками, а во временной – временными. Их две: переходная и импульсная.

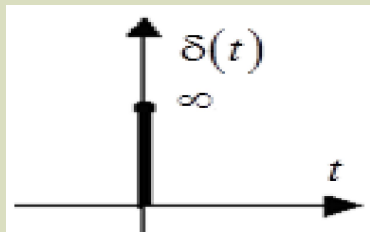
• **1. Переходной характеристикой $h(t)$** линейной цепи называют отклик $y(t) = h(t)$ (выходной сигнал) цепи на единичное ступенчатое воздействие $x(t) = 1(t)$ напряжения или тока, при нулевых начальных условиях.

Если ступенчатое воздействие имеет амплитуду X_0 , то ПХ находится так: $h(t) = y(t) / X_0$
 Вид переходной характеристики цепи зависит от элементов и порядка их соединения.



• **2. Импульсная характеристика $g(t)$** – это отклик цепи на воздействие сигнала в виде дельта-функции $\delta(t)$, при нулевых начальных условиях.

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & t < 0; \\ \infty, & t = 0; \\ 0, & t > 0. \end{cases}$$



Свойства: 1. $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$ 2. $\int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \delta(t - t_0) dt = s(t_0)$

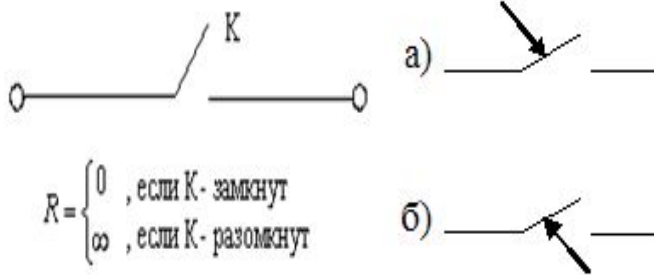
$$\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt}, \text{ то } g(t) = \frac{dh(t)}{dt}$$

Связь между импульсной и переходной характеристикой: т.к.

Общие сведения о переходных процессах в линейных цепях

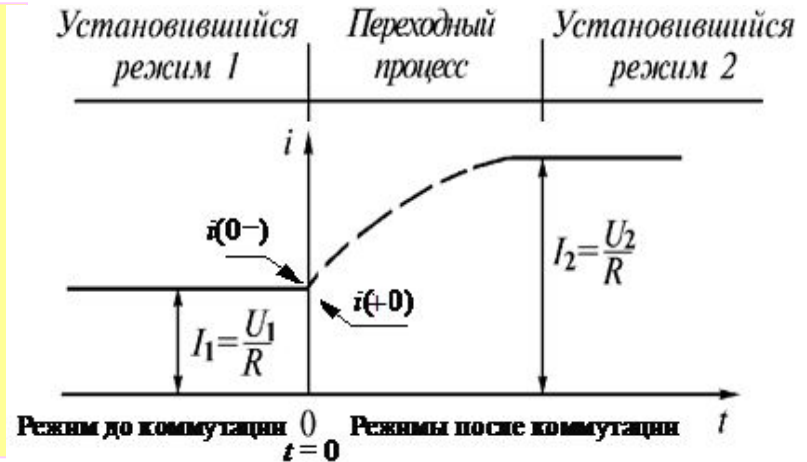
- Различают два режима работы цепи :
 1. установившейся, когда параметры сигналов постоянны во времени;
 2. неустановившейся, когда параметры сигналов во времени изменяются.

Переходным процессом (ПП) (режимом) называется процесс изменения токов и напряжений в цепи при ее переходе от одного установившегося режима к другому. ПП есть частный случай нестационарного режима работы цепи.



Причина переходного процесса - различные **коммутации в цепи**. **Коммутацией** принято называть мгновенное изменение схемы или параметров ее элементов. Считают, что коммутация происходит мгновенно, в момент времени $t=0$, с помощью идеального ключа или ступенчатого сигнала. Ключ это двухполюсник с двумя состояниями : $R=0$ –ключ замкнут и $R= \infty$ - ключ разомкнут.

- Переходные процессы возникают в цепях, содержащих энергоемкие элементы (индуктивные и емкостные элементы), и обусловлены тем, что энергия магнитного и электрического полей не может изменяться мгновенно т.к. в этом случае создается бесконечная мощность.
- В резистивных цепях переходные процессы протекают мгновенно.

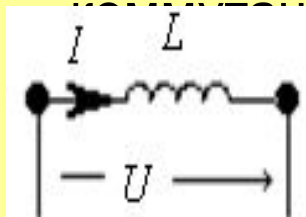


Следует подчеркнуть, что переходные процессы во многих устройствах и системах связи являются составной "нормальной" частью режима их работы. Но в ряде случаев переходные процессы могут приводить к таким нежелательным явлениям, как возникновение сверхтоков и перенапряжений.

Законы коммутации

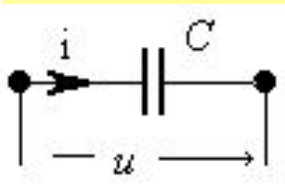
- В основе анализа переходных процессов лежат законы коммутации:

- Первый закон коммутации для индуктивности:** в начальный момент времени после коммутации (при $t=+0$), ток через индуктивность сохраняет такое же значение, как и перед коммутацией (при $t=-0$), т.е.:



$$i_L(+0) = i_L(-0) \quad I_L(t) = \frac{1}{L} \int_0^t u_L dt + I_{L(-0)} \quad W_L = \frac{LI^2}{2}$$

- Второй закон коммутации для емкости:** в начальный момент времени после коммутации (при $t=+0$), напряжение на емкости сохраняет такое же значение, как и перед коммутацией (при $t=-0$), т.



$$u_C(+0) = u_C(-0) \quad U_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_C dt + U_{C(-0)} \quad W_c = \frac{CU^2}{2}$$

- Характер переходного процесса зависит от числа реактивных элементов, от формы токов и напряжений источников, от схемы цепи, от начальных условий и от анализируемой величины (ток или напряжение).

Схемы замещения реактивных элементов при коммутации и в цепях постоянного тока

• Из законов коммутации следует:

1. **Схемы замещения индуктивного элемента.** Сразу после коммутации (при $t=+0$) индуктивный элемент эквивалентен независимому источнику тока, т.к. $i_L(+0) = i_L(-0)$. При нулевых начальных условиях индуктивный элемент эквивалентен разрыву цепи (холостой ход - ХХ).
 2. **Схемы замещения емкостого элемента.** Емкостной элемент эквивалентен источнику напряжения, т.к. $u_C(+0) = u_C(-0)$ а при нулевых начальных условиях - короткому замыканию (КЗ). $u_C(+0) = u_C(-0)$
- **Схемы замещения L, C при постоянном токе.** Такой режим имеет место когда $t = -0$ и $t = \infty$, т.к. $\omega = 0$. В этом режиме, индуктивность эквивалентна КЗ, а емкость – ХХ (рис.1.2),.

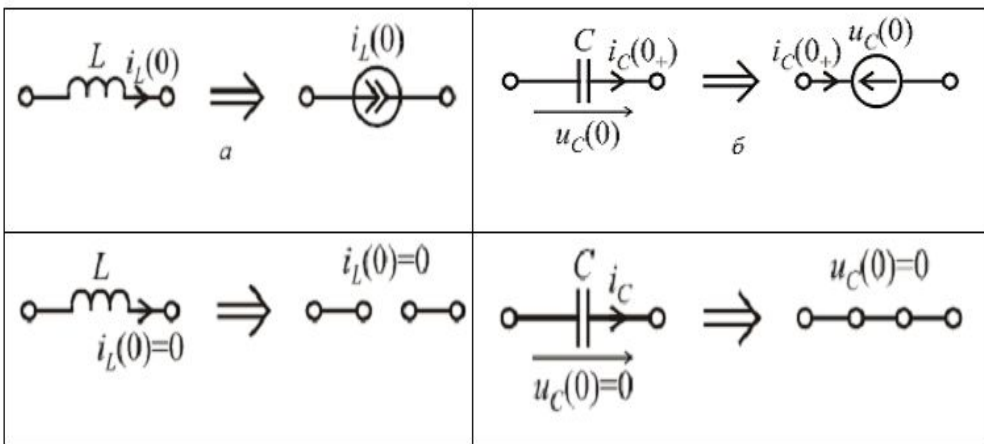


Рис.1.1. Эквивалентные схемы реактивных элементов при коммутации $t=+0$, ($\omega \rightarrow \infty$).

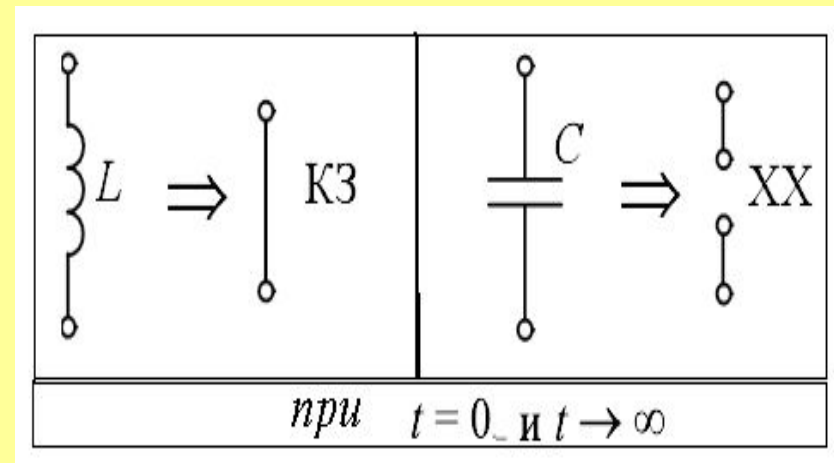


Рис.1.2. Эквивалентные схемы реактивных элементов L и C по постоянному току

Начальные условия переходного процесса

- **Под начальными условиями** понимают значения тока и напряжения на элементах схемы непосредственно в момент коммутации.

Различают два вида начальных условий: *независимыми* или *зависимыми*.

- *Независимыми* называют начальные условия, подчиняющиеся законам коммутации, они не зависят от коммутаций в схеме. Это напряжение на емкости $u_C(0)$ и ток индуктивности $i_L(0)$ в момент коммутации.

Если в момент коммутации они равны нулю, то начальные условия называют *нулевыми*. В противном случае – *ненулевыми*.

- **Зависимые начальные условия** это токи и напряжения на элементах, которые не подчиняются законам коммутации и могут изменяться скачком. Например это напряжение и ток в ветви с сопротивлением $u_R(0)$ и $i_R(0)$, напряжение на индуктивности $u_L(0)$, ток в ветви с емкостью $i_C(0)$.

6.3. Методы анализа линейных цепей при импульсном воздействии

- Задача анализа цепи заключается в отыскании отклика при известном входном сигнале (воздействии).
- При импульсном воздействии, когда $x(t)$ – произвольная функция времени, основными методами анализа цепей являются:
 - 1) классический метод;
 - 2) спектральный метод;
 - 3) операторный метод;
 - 4) временной (метод интеграла Дюамеля).
- Расчет переходной характеристики есть частный случай расчета переходного процесса.

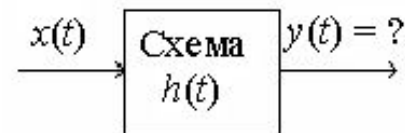


Рис. 6.8

1.3. Расчет переходных процессов в линейных цепях

В простых цепях расчет переходных процессов и анализ **проводят классическим методом**. Он обладает физической наглядностью. В сложных цепях применяют **операторный метод**. **Класс. метод состоит в следующем:**

1. Составляют систему уравнений на основании законов Кирхгофа для мгновенных значений напряжения и тока для состояния цепи после коммутации. Для простых цепей эту систему уравнений можно исключением переменных свести к одному в общем случае неоднородному дифференциальному уравнению относительно какой-либо величины.

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = f(t) \quad (4.4.1)$$

где a_n, \dots, a_0 – постоянные коэффициенты; t – время; $f(t)$ – внешнее воздействие (ЭДС, ток); y – искомая функция (ток, напряжение, .); n – порядок уравнения (цепи) обычно равен числу реактивных элементов в схеме.

В качестве искомой величины (y) выбирают либо ток в индуктивном элементе, либо напряжение на ёмкости.

2. Записывают общее решение линейного дифференциального уравнения. Оно состоит из двух составляющих

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t), \quad (4.4.3)$$

где $y_1(t)$ – общее решение однородного линейного дифференциального уравнения, когда $f = 0$. $y_1(t) = \sum_{i=1}^n A_i e^{p_i t}$
Оно не зависит от воздействия (x) и называется свободной составляющей общего решения. Оно известно

$y_2(t)$ – это частное решение неоднородного уравнения, оно зависит от источников и полученные при этом токи и напряжения называют установившимися или принужденными. Частое решение находят в стационарном режиме в послекоммутационной цепи, когда переходной процесс закончен, т.е. когда $t \rightarrow \infty$, т.к., $\lim_{t \rightarrow \infty} y_{cв}(t) = 0$

где p_i – корни характеристического уравнения, A_i – постоянные интегрирования.

3. Находят вынужденную составляющую, по схеме замещения когда $t \rightarrow \infty$. $y_2(t) = y(t \rightarrow \infty)$

4. Находят корни p_i характеристического уравнения: $a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0 = 0$

5. Находят постоянные интегрирования для свободных составляющих $-A_i$. Их определяют из начальных условий для общего решения, используя два закона коммутации: - для индуктивности и - для емкости, по схеме замещения при $t \rightarrow 0$.

6. Проводят анализ корней и записывают общее решение.

Расчет переходного процесса в цепи классическим методом

- Этапы расчета переходного процесса в цепи классическим методом:
- 1. Найти независимые начальные условия, то есть, напряжения на ёмкостях и токи на индуктивностях в момент начала переходного процесса $U_c(-0)$ и $I_L(-0)$.
- 2. Составить систему уравнений на основе законов Кирхгофа². Составить систему уравнений на основе законов Кирхгофа, Ома, электромагнитной индукции и т.д., описывающих состояние цепи после коммутации, и методом исключения переменных получить одно дифференциальное уравнение, в общем случае неоднородное относительно искомого тока i или напряжения u . Для простых цепей получается дифференциальное уравнение первого или второго порядка, в котором в качестве искомой величины выбирают либо ток в индуктивном элементе, либо напряжение на емкостном элементе.
- 3. Составить общее решение полученного неоднородного дифференциального уравнения цепи в виде суммы частного решения неоднородного дифференциального уравнения и общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения.
- 4. Найти для общего решения постоянные интегрирования из начальных условий, т. е. условий в цепи в начальный момент времени после коммутации.
- Применительно к электрическим цепям в качестве частного решения неоднородного дифференциального уравнения выбирают установившийся режим в рассматриваемой цепи (если он существует), т. е. постоянные токи и напряжения, если в цепи действуют источники постоянных ЭДС и токов, или синусоидальные напряжения и токи при действии источников синусоидальных ЭДС и токов. Токи и напряжения установившегося режима называют *установившимися*.
- Общее решение однородного дифференциального уравнения описывает процесс в цепи без источников ЭДС и тока, который поэтому называют *свободным процессом*. Токи и напряжения свободного процесса называют *свободными*, а их выражения должны содержать постоянные интегрирования, число которых равно порядку однородного уравнения.

6.3.2. Спектральный метод анализа

- Спектральный метод применяется в тех случаях, когда входной сигнал может быть представлен спектром. Сигнал имеет спектр, когда он обладает конечной энергией, т.е. удовлетворяет условию:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} S^2(t) dt < \infty$$

Этапы применения метода (рис. 6.3):

1) по известному сигналу находится его спектр:

$$S_1(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_1(t) e^{-j\omega t} dt \quad \text{– прямое преобразование Фурье;}$$

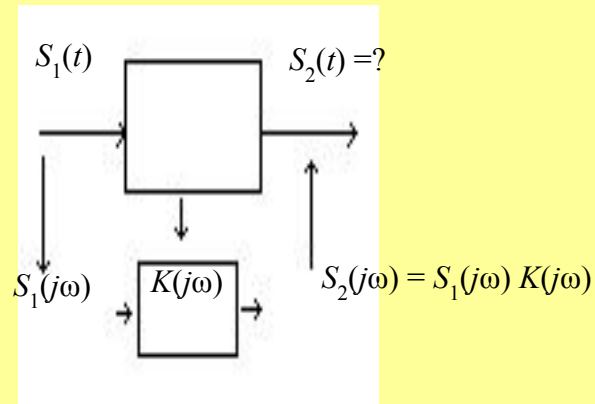


Рис. 6.3

2) по известной схеме электрической цепи определяется ее частотная передаточная характеристика:

$$K(j\omega) = \frac{Y_m}{X_m}$$

3) находится спектральная плотность выходного сигнала:

$$S_2(j\omega) = S_1(j\omega) K(j\omega)$$

4) по известному спектру выходного сигнала находится сам выходной сигнал

$$S_2(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_2(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad \text{– обратное преобразование Фурье}$$

6.3.3. Операторный метод анализа

- Операторный метод расчета переходных процессов применим при любых входных сигналах. Метод основан на том, что функции $s(t)$ вещественной переменной t , которую называют *оригиналом*, ставится в соответствие функция $F(p)$ комплексной переменной $p = \alpha + j\omega$, которую называют *изображением*. В результате этого производные и интегралы от оригиналов заменяются алгебраическими функциями от соответствующих изображений (дифференцирование заменяется умножением на оператор p , а интегрирование – делением на него), что, в свою очередь, определяет переход от системы интегро-дифференциальных уравнений к системе алгебраических уравнений относительно изображений искомых переменных.
- Соответствие между изображением $F(p)$ и оригиналом $s(t)$ в сокращенной записи обозначается: $F(p) = s(t)$ или $F(p) = L\{s(t)\}$.

Порядок расчета переходных характеристик заключается в следующем (рис. 6.4):

1) находим операторное представление входного сигнала:

$$S_1(p) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_1(t) e^{-pt} dt \quad \text{– прямое преобразование Лапласа:}$$

2) находим операторную передаточную функцию цепи:

$$H(p) = H(j\omega) \Big|_{j\omega=p} ;$$

3) находим операторное представление отклика:

$$S_t(p) = H(p) S_t(p) ;$$

4) с помощью обратного преобразования Лапласа находим отклик цепи:

$$s_2(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_2(p) e^{pt} dp$$

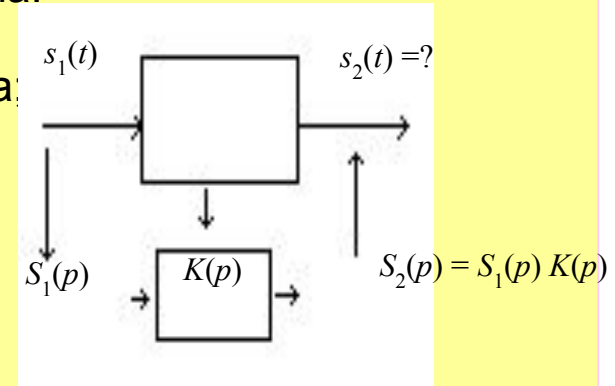
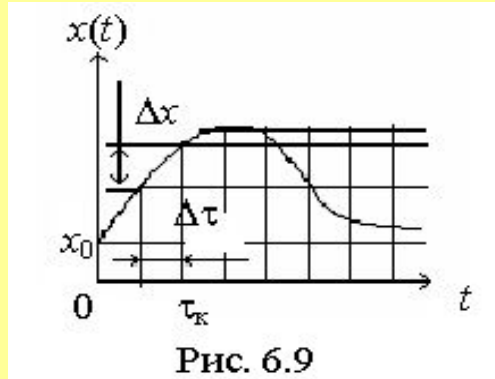
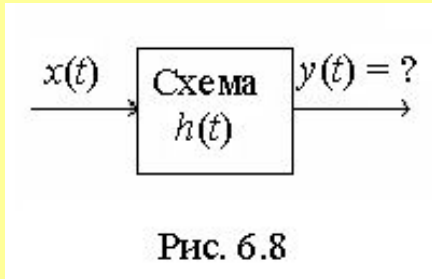


Рис. 6.4

6.3.4. Метод интеграла Дюамеля

- Метод позволяет находить отклик цепи при нулевых начальных условиях при произвольном входном сигнале и известной переходной (импульсной) характеристике цепи $h(t)$ (рис. 6.8).
- Произвольный импульсный сигнал $x(t)$ (рис. 6.9) заменим совокупностью элементарных ступенчатых сигналов с амплитудами Δx , возникающими в моменты времени τ_k со сдвигом по времени на $\Delta \tau$.



Как следует из рис. 6.9, x_0 – амплитуда нулевого ступенчатого сигнала, при $t=0$. $y(0) = h(t)x_0$ отклик на него

$$\Delta x = x'_t(\tau_k)\Delta\tau$$

где Δx – амплитуда элементарного ступенчатого сигнала,

$x'_t(\tau_k)$ – производная от сигнала в момент времени τ_k , она равна тангенсу угла наклона сигнала в момент времени τ_k .

Тогда отклик на элементарный ступенчатый сигнал $\Delta x h(t - \tau_k) = x'_t(\tau_k) h(t - \tau_k) \Delta \tau$

- Используя принцип суперпозиции и переходя к пределу суммы при $\Delta \tau \rightarrow 0$ ($\Delta \tau = d\tau$), можно записать

$$y(t) = h(t)x_0 + \sum x'_t(\tau) h(t - \tau) \Delta \tau \underset{\Delta \tau \rightarrow 0}{=} x_0 h(t) + \int_0^t x'_t(\tau) h(t - \tau) d\tau$$

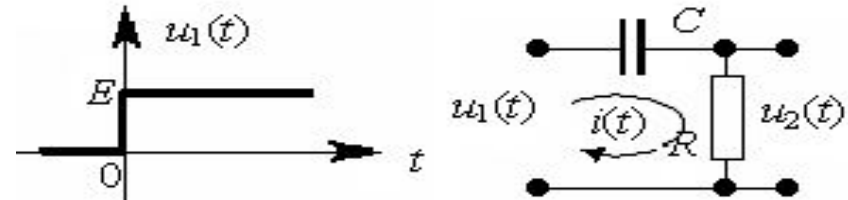
- Последнее выражение и называется интегралом Дюамеля. Оно позволяет получить отклик на заданное воздействие в любой момент времени t после коммутации. Интегрирование ведется по τ – текущее время ($0 < \tau < t$), причем выражения $x'_t(\tau)$ и $h(t - \tau)$ получают из выражений для $x(t)$ и $h(t)$ путем замены t на τ и $t - \tau$.

Передача импульсных сигналов через простейшие цепи

Электрические цепи служат для связи различных устройств между собой. При этом ставятся различные задачи например: неискаженная передача сигнала или преобразования сигналов одной формы в другую.

Передача импульсных сигналов через дифференцирующую цепь

• Цепь, состоящая из RC -элементов (рис) называется дифференцирующей RC -цепью.



• Установим связь между выходным u_2 и входным u_1 напряжениями, считая входной сигнал u_1 произвольным.

$$u_C + u_R = u_1(t);$$

• Используя второй закон Кирхгофа и соотношения, устанавливающие связь между напряжениями и токами на элементах схемы получим интегральное уравнение. После дифференцирования получим диф.уравнение.

$$u_2 = iR \Rightarrow i = \frac{u_2}{R}, \quad u_C = \frac{1}{C} \int i dt + u_C(-0).$$

$$u_2 \cdot \frac{1}{RC} \int u_2 dt = U_1,$$

$$RC \frac{du_2}{dt} + u_2 = RC \frac{du_1}{dt}.$$

$$\text{то } u_2 = RC \frac{du_1}{dt},$$

$$\text{если } RC \ll 1, \text{ или } u_2 \ll \frac{du_1}{dt}$$

• Если $RC \frac{du_2}{dt} \ll u_2$ то получим, что выходной сигнал есть производная от входного сигнала.

Отсюда и название этой цепи – дифференцирующая цепь.

Рассмотрим два частных случая.

•А. Входной сигнал – ступенчатое напряжение амплитудой E

•Используя классический метод, определим отклик цепи.

•1) Составим дифференциальное уравнение и приведем его к стандартному виду:

$$RC \frac{du_2}{dt} + u_2 = RC \frac{du_1}{dt}$$

•2) Запишем общее решение

$$u_{\text{вын}}(t) = u_{\text{своб}} + u_{2(\infty)} = u_1(\infty) + A e^{p_1 t}$$

•3) Найдем вынужденную составляющую общего решения в стационарном (установившемся) режиме, когда $t \rightarrow \infty$ ($\omega = 0$), по схеме замещения исходной цепи при $\omega = 0$

Из схемы следует, что $u_2(\omega=0) = 0$.

•4) Найдем показатель экспоненты p_1 .

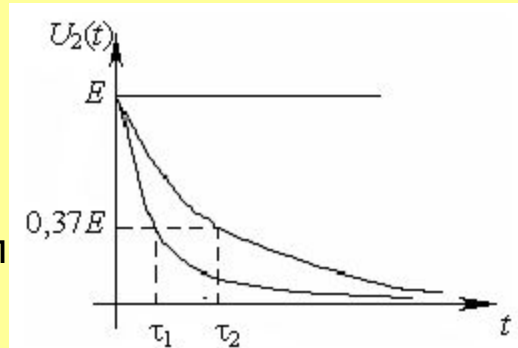
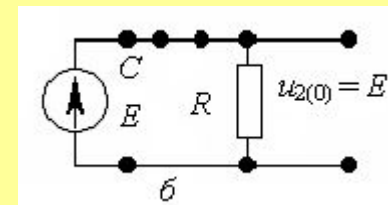
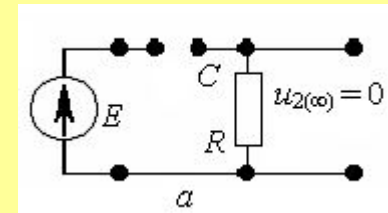
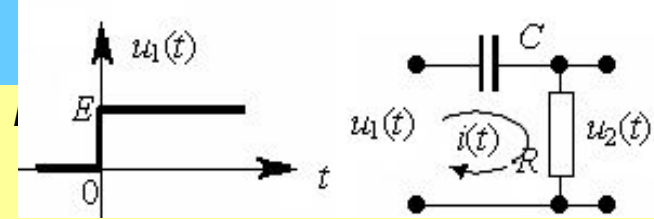
Коэффициенты p находят, как корни характеристического уравнения $RCp + 1 = 0$. Отсюда $p_1 = -(RC)^{-1}$.

•5) Найдем произвольную постоянную A_1 из начальных условий $t = +0$ и законам коммутации для емкости используя схему замещения. (при $t = +0, \omega \rightarrow \infty$). $u_2(0) = A_1 = E$. Отсюда $A_1 = E$.

•6) Запись общего решения:

•Временная диаграмма приведена $u_2(t) = E e^{-\frac{t}{RC}}$ – экспоненциальный импульс.

Он имеет два параметра: 1. E – амплитуда экспоненциального импульса
2. $\tau = RC$ – постоянная времени



•Б. Пусть входной сигнал – одиночный прямоугольный импульс амплитудой E и длительностью t_n . Такой импульс представляет собой суперпозицию двух ступенчатых сигналов и аналитически записывается как

•Зная отклик на ступенчатый сигнал и используя принцип суперпозиции, аналитическое выражение для выходного сигнала:

$$U_{\text{н}}(t) = E[1(t) - 1(t - t_n)]$$

•На рис 6.15 показаны три временные диаграммы выходного сигнала при различных соотношения между τ и t_n .

$$U_1(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}1(t) - Ee^{-\frac{t-t_n}{\tau}}1(t-t_n)$$

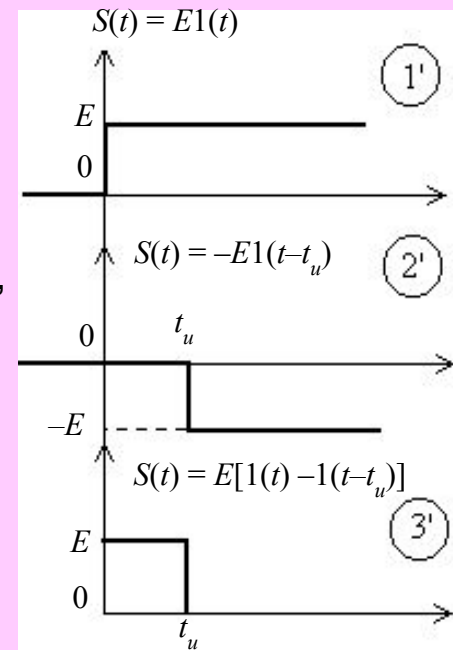
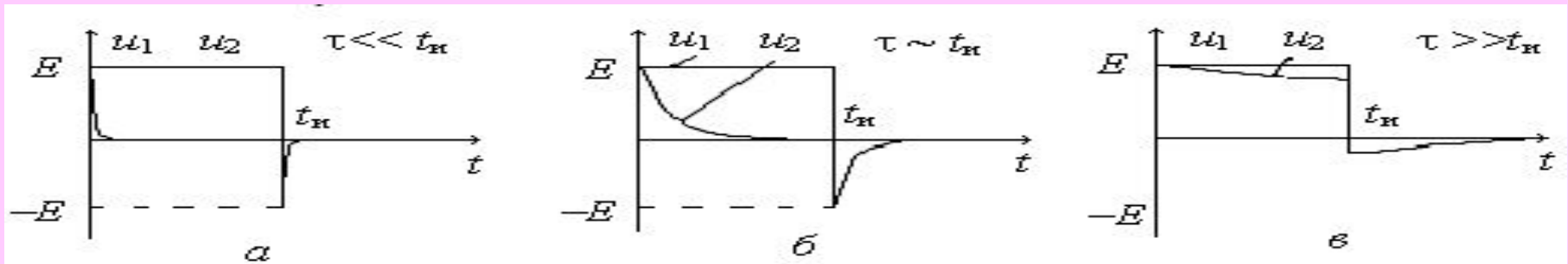


Рис. 6.1



В зависимости от соотношения между τ и t_n эта RC -цепь имеет три названия.

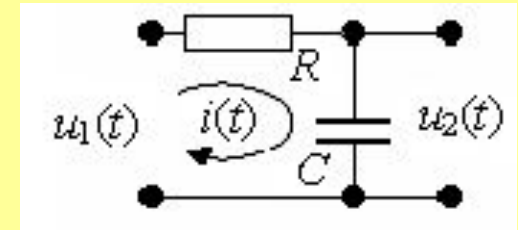
Если $\tau \ll t_n$, то цепь называется дифференцирующей

Если $\tau \approx t_n$, то цепь называется укорачивающей

Если $\tau \gg t_n$, то цепь называется разделительной

• **Передача импульсных сигналов через интегрирующую цепь**

• Цепь, состоящая из RC -элементов (рис) называется интегрирующей RC -цепью.



• Установим связь между выходным $u_2 = F(u_1)$, считая входной сигнал u_1 произвольным.

$$u_C + u_R = u_1(t);$$

• Используя второй закон Кирхгофа и соотношения, устанавливающие связь между напряжениями и токами на элементах схемы, после подстановки в первое уравнение получим.

$$u_2 = u_C, \quad i = C \frac{du_2}{dt}, \quad u_R = Ri = RC \frac{du_2}{dt}.$$
$$RC \frac{du_2}{dt} + u_2 = u_1$$

• Последнее означает, что выходной сигнал есть интеграл от входного сигнала.

Отсюда и название этой цепи – интегрирующая цепь *Если $RC \frac{du_2}{dt} \gg u_2$, то $RC \frac{du_2}{dt} = u_1$*

$$\text{отсюда, } u_2 = \frac{1}{RC} \int u_1 dt$$

Рассмотрим два частных случая.

•А. Входной сигнал – ступенчатое напряжение амплитудой E

•Используя классический метод, определим отклик цепи.

•1) Составим дифференциальное уравнение

и приведем его к стандартному виду:

•2) Запишем общее решение

•3) Найдем вынужденную составляющую общего решения

в стационарном (установившемся) режиме, когда $t \rightarrow \infty$ ($\omega = 0$),

по схеме замещения исходной цепи при $\omega = 0$

Из схемы следует, что $u_2(\omega=0) = 0$.

•4) Найдем показатель экспоненты p_1 .

Коэффициенты p находят, как корни характеристического

уравнения $RCp + 1 = 0$. Отсюда $p_1 = -(RC)^{-1}$.

•5) Найдем произвольную постоянную A_1 из начальных условий

$t = +0$ и законам коммутации для емкости используя схему

замещения.(при $t = +0, \omega \rightarrow \infty$). $u_2(0) = A_1 = E$. Отсюда $A_1 = E$.

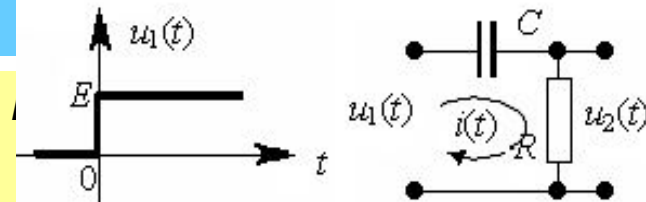
•6) Запись общего решения:

$$U_2(t) = E e^{-\frac{t}{RC}} = E e^{-\frac{t}{\tau}}$$

•Временная диаграмма приведена на рис.- экспоненц.импульс.

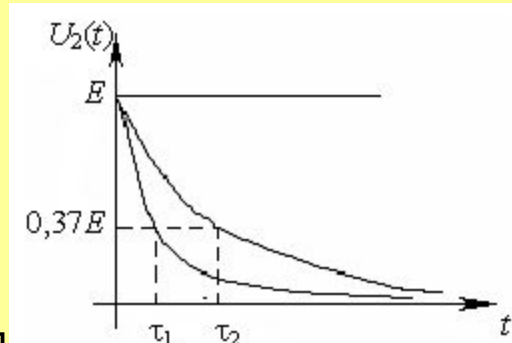
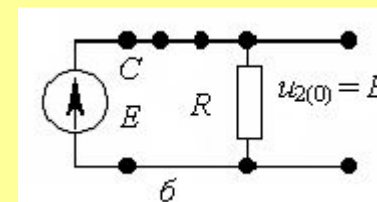
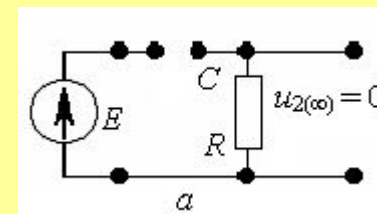
Он имеет два параметра: 1. E – амплитуда экспоненциального импульса

времени



$$RC \frac{du_2}{dt} + u_2 = RC \frac{du_1}{dt}$$

$$u_{\text{вын}}(t) = u_{\text{своб}} + u_{2(\infty)} = u_1(\infty) + A e^{p_1 t}$$



Связь между дифференциальным уравнением и характеристиками электрической цепи

1. В общем случае связь между входным сигналом и выходными сигналами

устанавливается ДУ:
$$Y(t) = f(X(t)) \rightarrow a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots + b_0$$

2. Связь дифференциального уравнения с частотной передаточной функцией.

$$x(t) = X_m \cos(\omega t - \varphi_x) \rightarrow X_m e^{j\omega t} \quad (1) \quad Y(t) = Y_m \cos(\omega t - \varphi_y) \rightarrow Y_m e^{j\omega t} \quad (2)$$

Подставим (1) и (2) в дифференциальное уравнение

$$\left[a_n (j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \dots + a_0 \right] Y_m e^{j\omega t} = \left[b_m (j\omega)^m + b_{m-1} (j\omega)^{m-1} + \dots + b_0 \right] X_m e^{j\omega t}, \quad \text{получим}$$

$$H(j\omega) = \frac{\dot{Y}_m}{\dot{X}_m} = \frac{b_m (j\omega)^m + b_{m-1} (j\omega)^{m-1} + \dots + b_0}{a_n (j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \dots + a_0}$$

3) Связь частотной с операторной функцией цепи $H(p)$.

По определению: $H(p) = H(j\omega)|_{j\omega \rightarrow p}$. Отсюда

$$H(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0}$$

4) Связь между импульсной $g(t)$ и переходной характеристикой $h(t)$.

Так как $\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt}$ то $g(t) = \frac{dh(t)}{dt}$

5) Связь между $g(t)$ и $H(j\omega)$, $H(p)$. Из спектрального анализа следует выходной сигнал

Если $x(t) = \delta(t)$, то спектр $X(j\omega) = 1$, то

$$Y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) H(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (\text{ОПФ}), \text{ следовательно.} \quad H(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-j\omega t} dt \quad (\text{ППФ}).$$



Дисциплина: **Электротехника и электроника**

Лектор: Погодин Дмитрий Вадимович
Кандидат технических наук,
доцент кафедры РИИТ
(кафедра Радиоэлектроники и
информационно-измерительной
техники)