

# Моделирование систем и процессов

Лабораторная работа

Построение имитационной модели.

Метод Монте-Карло.

- **Имитационное моделирование** – метод исследования, основанный на том, что изучаемая система заменяется имитирующей. С имитирующей системой проводят эксперименты (не прибегая к экспериментам на реальном объекте) и в результате получают информацию об изучаемой системе.
- **Имитационная модель** – логико-математическое описание объекта, которое может быть использовано для экспериментирования на компьютере в целях проектирования, анализа и оценки функционирования объекта.

# К имитационному моделированию прибегают, когда:

- дорого или невозможно экспериментировать на реальном объекте;
- невозможно построить аналитическую модель: в системе есть время, причинные связи, последствие, нелинейности, стохастические (случайные) переменные;
- необходимо симитировать поведение системы во времени.

# Задачи исследования, решаемые с помощью имитационного моделирования:

- *прямые задачи анализа*, при решении которых исследуемая система задаётся параметрами своих элементов и параметрами исходного режима, структурой или уравнениями и требуется определить реакцию системы на действующие силы;
- *обратные задачи анализа*, которые по известной реакции системы требуют найти возмущения, заставившие рассматриваемую систему прийти к данному состоянию и данной реакции;
- *задачи синтеза*, требующие нахождения таких параметров, при которых процессы в системе будут иметь желательный по каким-либо соображениям характер;
- *индуктивные задачи*, решение которых имеет целью проверку гипотез, уточнение уравнений, описывающих процессы, происходящие в системе, выяснение свойств этих элементов, отладка программ (алгоритмов) для расчётов на компьютере.

# Структура имитационного моделирования



# Метод статистических испытаний

**Метод статистических испытаний** это универсальный метод имитационного моделирования, позволяющий не только определять параметры системы, но и имитировать процесс ее работы.

Метод Монте-Карло включает в себя **три этапа**:

- получение случайного числа  $R$ ,
- отождествление его с вероятностью,
- розыгрыш единичного жребия.

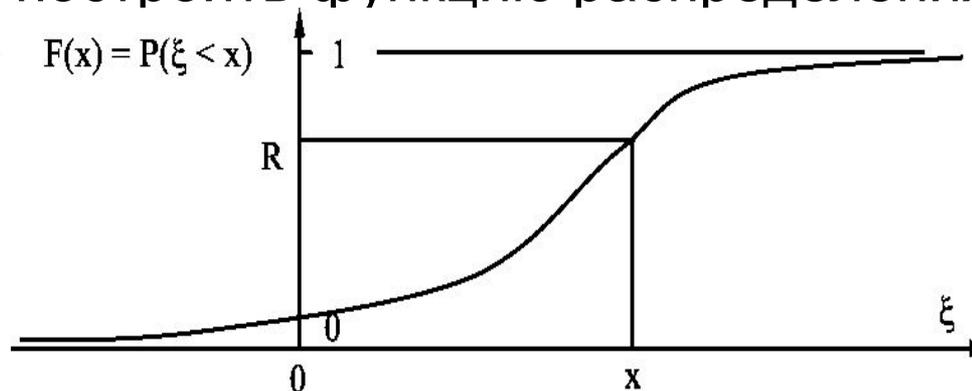
# Метод статистических испытаний

**Случайное число  $R$**  - значение случайной величины, равномерно распределенной на интервале  $[0, 1]$ .

Такое случайное число можно получить с помощью рулетки, размеченной, простыми десятичными дробями, из таблицы случайных чисел, с помощью ЭВМ с использованием специальных программ - «датчики случайных чисел»

**Непрерывная случайная величина**, задается законом распределения в виде интегральной функции распределения  $F(x) = P(\xi < x)$ , т.е. вероятности того, что случайная величина  $\xi$  примет значение, не превосходящее  $x$ .

Наличие статистических данных об исследуемом процессе, позволяет построить функцию распределения случайной величины.  $F(x) = P(\xi < x)$



# Задача: Имитация процесса работы аэродрома методом Монте-Карло

## Найти:

- время, за которое совершат посадку и освободят взлетно-посадочную полосу (ВПП) 10 самолетов,
- выделить интервалы времени, в течение которых ВПП свободна более 5 минут, т.е. когда вылетающий самолет может произвести взлет,
- выделить номера самолетов, которым будет отказано в посадке по причине занятости ВПП.

## Дано:

Функция распределения для интервалов времени подлета  $F1(\Delta t_c)$  и функция распределения времени занятости ВПП  $F2(\Delta t_3)$  (по вариантам)

## Случайные величины:

- $\Delta t_c$  - интервалы времени между очередными подлетами самолетов к ВПП,
- $\Delta t_3$  - время, в течение которого ВПП занята совершающим посадку самолетом.

# Пример

Таблица 1 - Функция распределения для интервалов времени подлета  $F1(\Delta t_c)$

$\Delta t_c,$ МИН	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F1(\Delta t_c)$	0	0,02	0,02	0,23	0,40	0,56	0,71	0,83	0,92	0,92	1

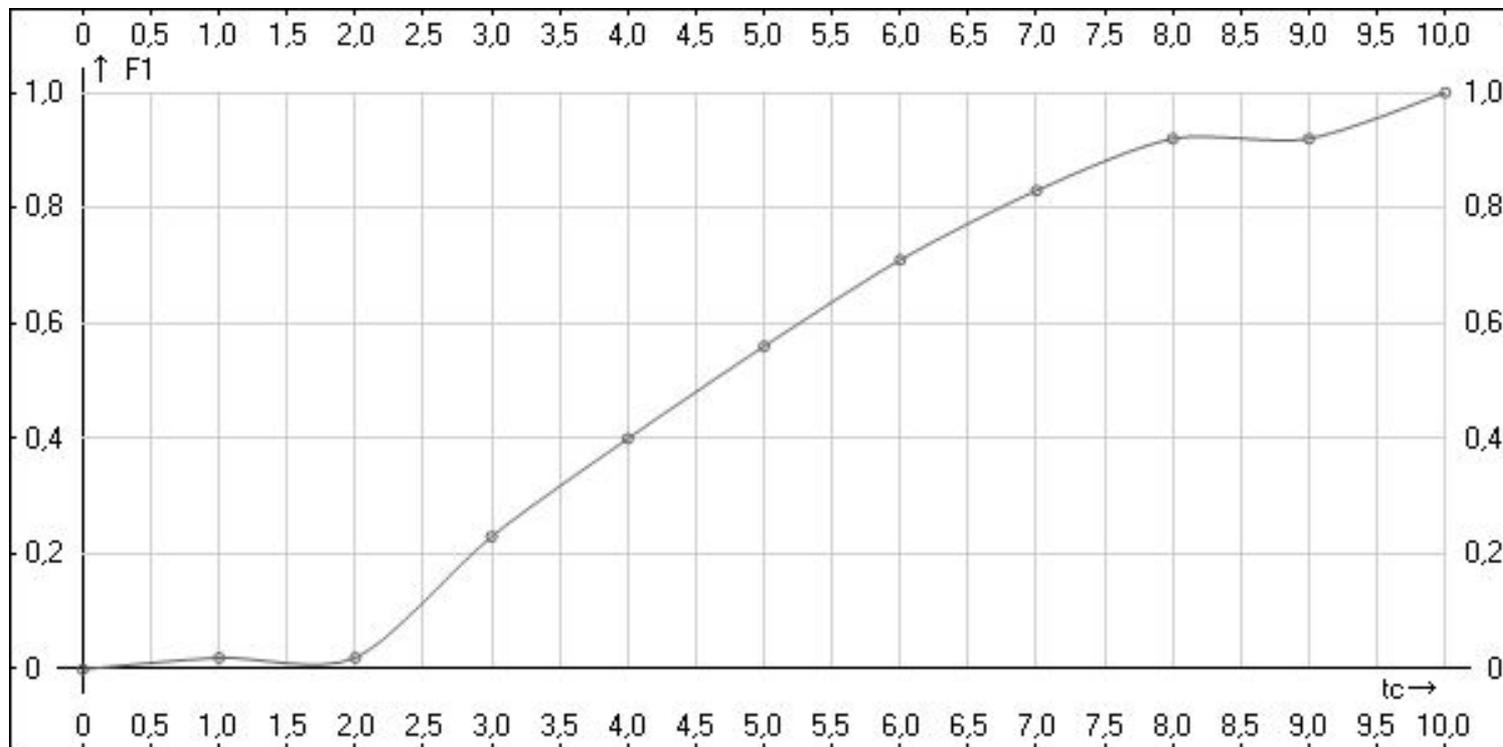
Таблица 2 - Функция распределения времени занятости ВПП  $F2(\Delta t_3)$

$\Delta t_3,$ МИН	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
$F2(\Delta t_3)$	0	0,01	0,02	0,05	0,19	0,40	0,67	0,85	0,96	0,99	1

Последовательность случайных чисел : 0,31; 0,91; 0,06; 0,49; 0,01; 0,23; 0,08; 0,91; 0,05; 0,45; 0,86; 0,54; 0,79; 0,94; 0,90; 0,75; 0,85; 0,08; 0,39; 0,99.

Таблица 1 - Функция распределения для интервалов времени подлета  $F1(\Delta tc)$

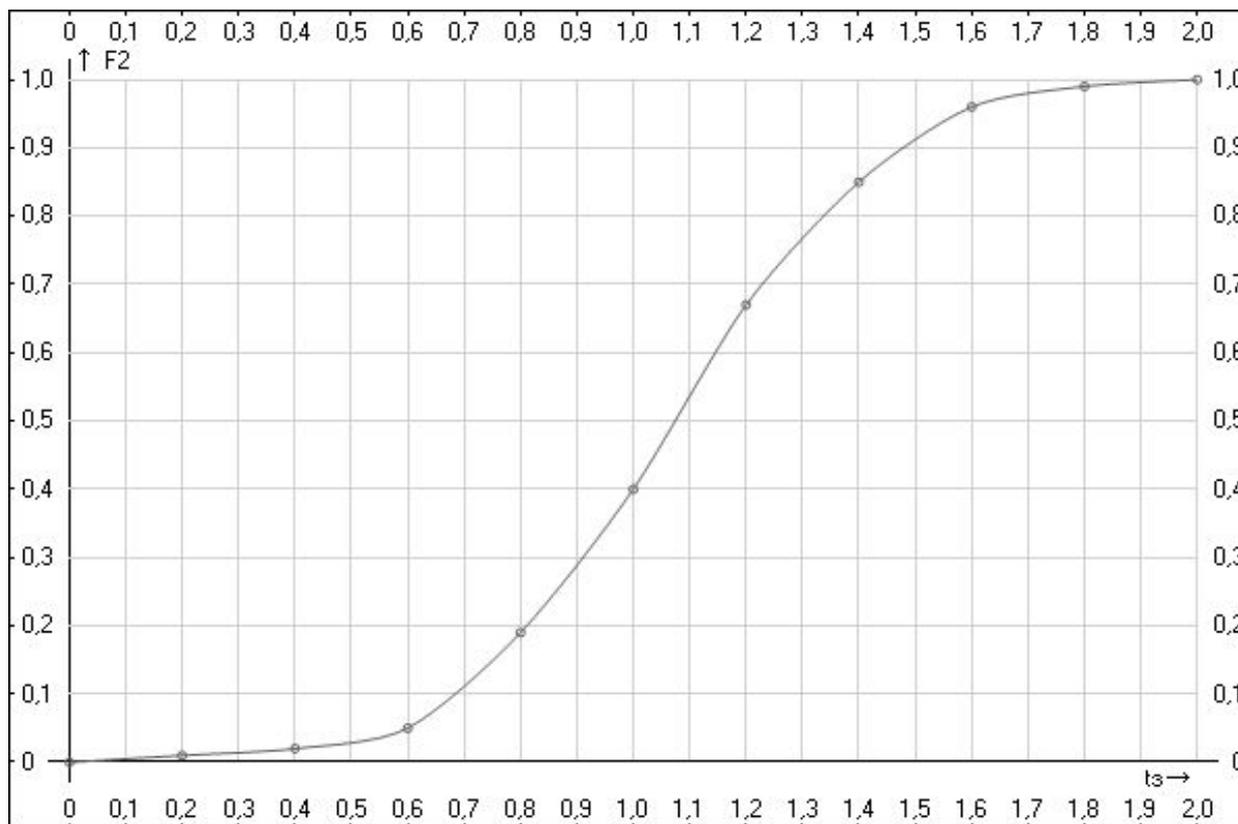
$\Delta tc,$ мин	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F1(\Delta tc)$	0	0,02	0,02	0,23	0,40	0,56	0,71	0,83	0,92	0,92	1



Интегральная функция распределения случайной величины, полученная статистической обработкой результатов наблюдения за работой аэродрома-прототипа

Таблица 2 - Функция распределения времени занятости ВПП  $F_2(\Delta t_3)$

$\Delta t_3$ , МИН	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
$F_2(\Delta t_3)$	0	0,01	0,02	0,05	0,19	0,40	0,67	0,85	0,96	0,99	1



Интегральная функция распределения случайной величины, полученная статистической обработкой результатов наблюдения за работой аэродрома-прототипа

# Расчетная таблица моментов подлета самолетов и моментов освобождения ВПП

№ Подлетающего самолета	Подлет самолета			Освобождение ВПП		
	F1	$\Delta tc$	tc	F2	$\Delta tz$	tz
	функция распределения случайной величины	интервал времени подлета очередного самолета	момент подлета самолета	функция распределения случайной величины	время занятости ВПП	момент освобождения ВПП
	(определяются случайно функцией RAND)	(определяется по графику функции F1( $\Delta tc$ ))	$tc_n = \Delta tc_{n-1} + tc_n$	(определяются случайно функцией RAND)	(определяется по графику функции F2( $\Delta tz$ ))	$tz_n = tc_n + \Delta tz_n$
1	0,31			0,91		
2	0,06			0,49		
3	0,01			0,23		
4	0,08			0,91		
5	0,05			0,45		
6	0,86			0,54		
7	0,79			0,94		
8	0,90			0,75		
9	0,85			0,08		
10	0,39			0,99		

Случайная величина

# Расчетная таблица моментов подлета самолетов и моментов освобождения ВПП

№ Подлетающего самолета	Подлет самолета			Освобождение ВПП		
	F1	$\Delta t_c$	$t_c$	F2	$\Delta t_z$	$t_z$
	функция распределения случайной величины (определяются случайно функцией RAND)	интервал времени подлета очередного самолета (определяется по графику функции F1( $\Delta t_c$ ))	момент подлета самолета $t_{cn} = \Delta t_{c_{n-1}} + \Delta t_{cn}$	функция распределения случайной величины (определяются случайно функцией RAND)	время занятости ВПП (определяется по графику функции F2( $\Delta t_z$ ))	момент освобождения ВПП $t_{zn} = t_{cn} + \Delta t_{zn}$
1	0,31	3,5		0,91	1,5	
2	0,06	2,2		0,49	1,1	
3	0,01	0,5		0,23	0,8	
4	0,08	2,3		0,91	1,5	
5	0,05	2,1		0,45	1,0	
6	0,86	7,3		0,54	1,1	
7	0,79	6,7		0,94	1,6	
8	0,90	7,8		0,75	1,3	
9	0,85	7,2		0,08	0,6	
10	0,39	3,9		0,99	1,8	

$\Delta t_c$  - интервалы времени между очередными подлетами самолетов к ВПП,

$\Delta t_z$  - время, в течение которого ВПП занята совершающим посадку самолетом

# Расчетная таблица моментов подлета самолетов и моментов освобождения ВПП

№ Подлетающего самолета	Подлет самолета			Освобождение ВПП		
	F1	$\Delta t_c$	$t_c$	F2	$\Delta t_3$	$t_3$
	функция распределения случайной величины	интервал времени подлета очередного самолета	момент подлета самолета	функция распределения случайной величины	время занятости ВПП	момент освобождения ВПП
	(определяются случайно функцией RAND)	(определяется по графику функции F1( $\Delta t_c$ ))	$t_{cn} = \Delta t_{c_{n-1}} + t_{c_n}$	(определяются случайно функцией RAND)	(определяется по графику функции F2( $\Delta t_3$ ))	$t_{3n} = t_{c_n} + \Delta t_{3_n}$
1	0,31	3,5	$\Delta t_{c1} = 3,5$	0,91	1,5	$t_{c1} + \Delta t_{31} = 5,0$
2	0,06	2,2	$\Delta t_{c2} + t_{c1} = 5,7$	0,49	1,1	$t_{c2} + \Delta t_{32} = 6,8$
3	0,01	0,5	$\Delta t_{c3} + t_{c2} = 6,2$	0,23	0,8	$t_{c3} + \Delta t_{33} = 7,0$
4	0,08	2,3	$\Delta t_{c4} + t_{c3} = 8,5$	0,91	1,5	$t_{c4} + \Delta t_{34} = 10,0$
5	0,05	2,1	$\Delta t_{c5} + t_{c4} = 10,6$	0,45	1,0	$t_{c5} + \Delta t_{35} = 11,6$
6	0,86	7,3	$\Delta t_{c6} + t_{c5} = 17,9$	0,54	1,1	$t_{c6} + \Delta t_{36} = 19,0$
7	0,79	6,7	$\Delta t_{c7} + t_{c6} = 24,6$	0,94	1,6	$t_{c7} + \Delta t_{37} = 26,2$
8	0,90	7,8	$\Delta t_{c8} + t_{c7} = 32,4$	0,75	1,3	$t_{c8} + \Delta t_{38} = 33,7$
9	0,85	7,2	$\Delta t_{c9} + t_{c8} = 39,6$	0,08	0,6	$t_{c9} + \Delta t_{39} = 40,2$
10	0,39	3,9	$\Delta t_{c10} + t_{c9} = 43,5$	0,99	1,8	$t_{c10} + \Delta t_{310} = 45,3$

# Расчетная таблица моментов подлета самолетов и моментов освобождения ВПП

№ Подлетающего самолета	Подлет самолета			Освобождение ВПП		
	F1	$\Delta tc$	tc	F2	$\Delta tz$	tz
	функция распределения случайной величины	интервал времени подлета очередного самолета	момент подлета самолета	функция распределения случайной величины	время занятости ВПП	момент освобождения ВПП
	(определяются случайно функцией RAND)	(определяется по графику функции F1( $\Delta tc$ ))	$tc_n = \Delta tc_{n-1} + tc_n$	(определяются случайно функцией RAND)	(определяется по графику функции F2( $\Delta tz$ ))	$tz_n = tc_n + \Delta tz_n$
1	0,31	3,5	3,5	0,91	1,5	5,0
2	0,06	2,2	5,7	0,49	1,1	6,8
3	0,01	0,5	<b>6,2 – посадка запрещена</b>	0,23	0,8	7,0
4	0,08	2,3	8,5	0,91	1,5	10,0
5	0,05	2,1	10,6	0,45	1,0	<u>11,6</u>
6	0,86	7,3	<u>17,9</u>	0,54	1,1	<u>19,0</u>
7	0,79	6,7	<u>24,6</u>	0,94	1,6	<u>26,2</u>
8	0,90	7,8	<u>32,4</u>	0,75	1,3	<u>33,7</u>
9	0,85	7,2	<u>39,6</u>	0,08	0,6	40,2
10	0,39	3,9	43,5	0,99	1,8	45,3

$tc > tz + 5$ , интервалы более 5 минут, разрешен взлет:  
 {11,6-17,9}, {19,0-24,6}, {26,2-32,4}, {33,7-39,6}

# Выводы

- За 45,3 минуты совершат посадку и освободят взлетно-посадочную полосу (ВПП) 10 самолетов,
- ВПП свободна более 5 минут, т.е. ожидающие вылета самолеты могут произвести взлет, на интервалах времени {11,6-17,9}, {19,0-24,6}, {26,2-32,4}, {33,7-39,6}
- Самолету №3 будет отказано в посадке по причине занятости ВПП.