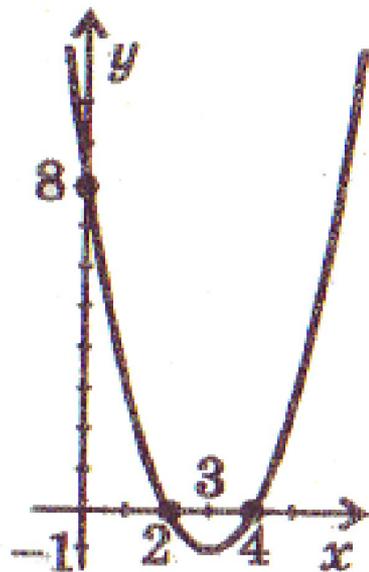


Построение графиков сложных функций с помощью последовательных преобразований графиков элементарных функций (на примерах)

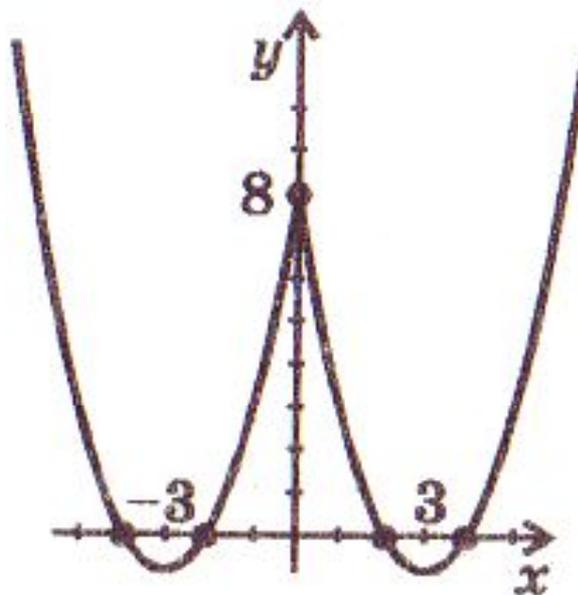
■ Построение графиков сложных функций с помощью последовательных преобразований графиков элементарных функций (на примерах)

$$y = |x^2 - 6|x| + 8| = ||x|^2 - 6|x| + 8| = (|x| - 3)^2 - 1$$

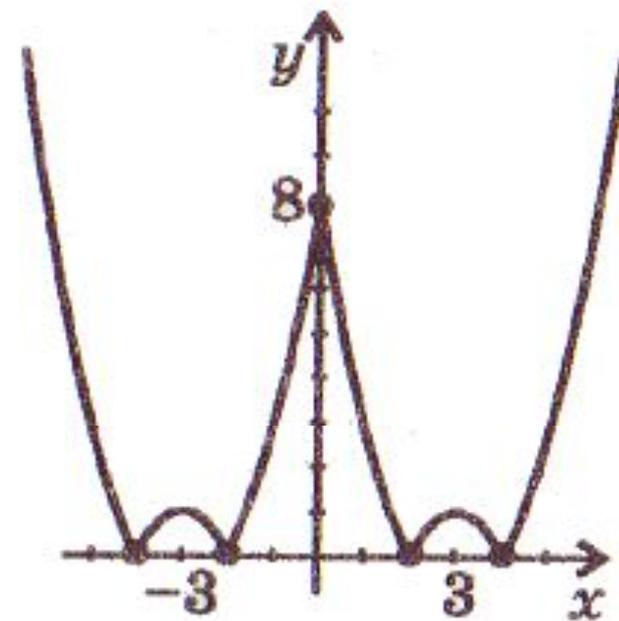
$$y = x^2 - 6x + 8 = (x - 3)^2 - 1$$



$$y = (|x| - 3)^2 - 1$$



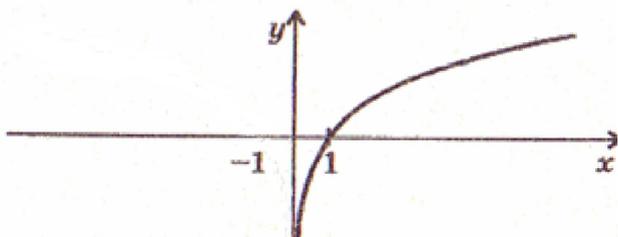
$$y = ||x|^2 - 6|x| + 8|$$



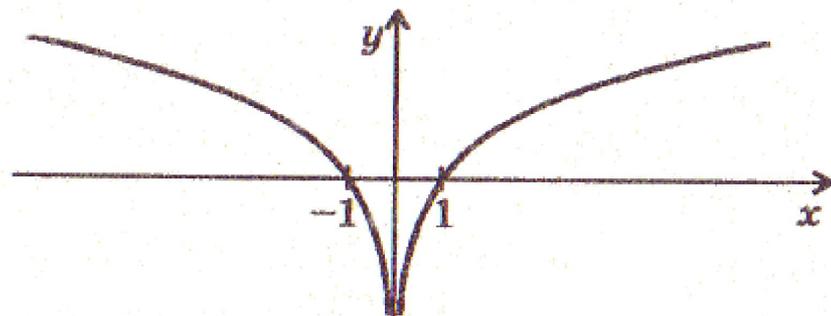
Построение графиков сложных функций с помощью последовательных преобразований графиков элементарных функций (на примерах)

$$y = |\log_2(|x - 1|)|$$

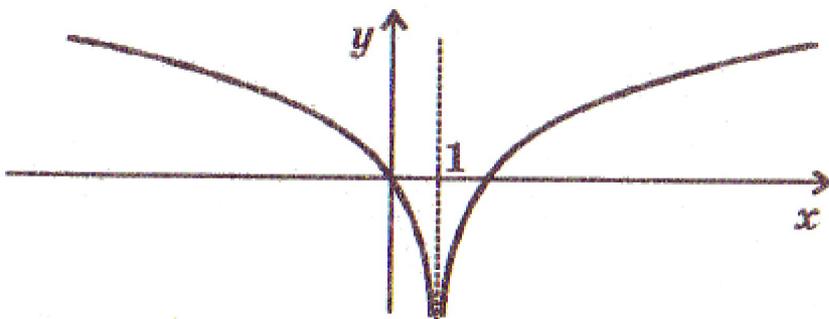
$$y = \log_2 x$$



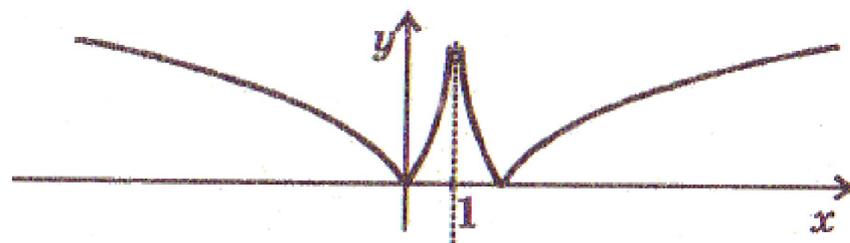
$$y = \log_2|x|$$



$$y = \log_2(|x - 1|)$$

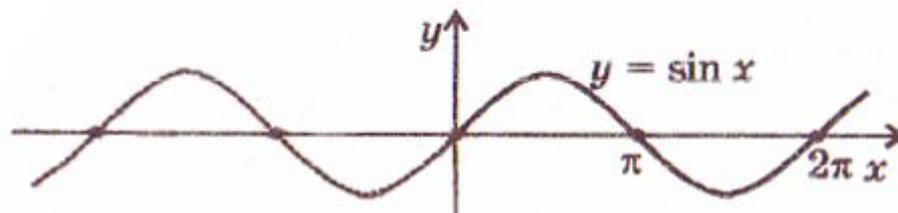


$$y = |\log_2(|x - 1|)|$$

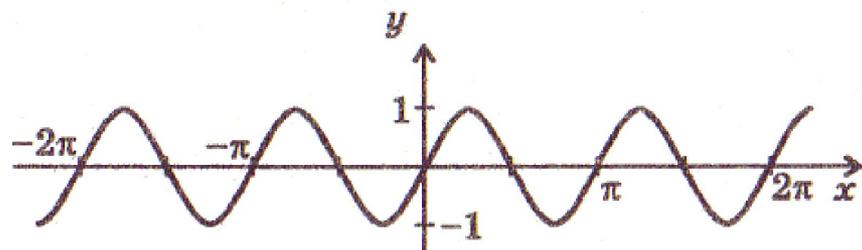


Построение графиков сложных функций с помощью последовательных преобразований графиков элементарных функций (на примерах)

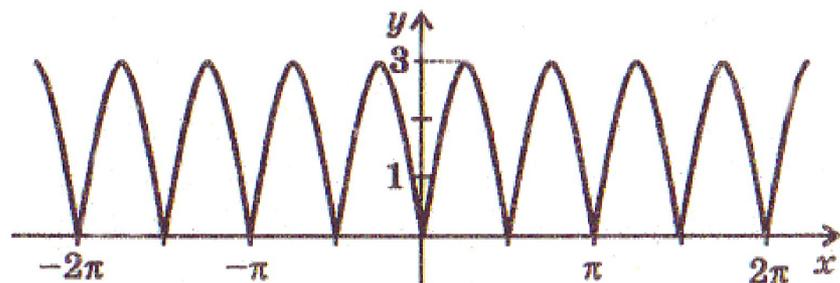
$$y = |3\sin 2x| - 1$$



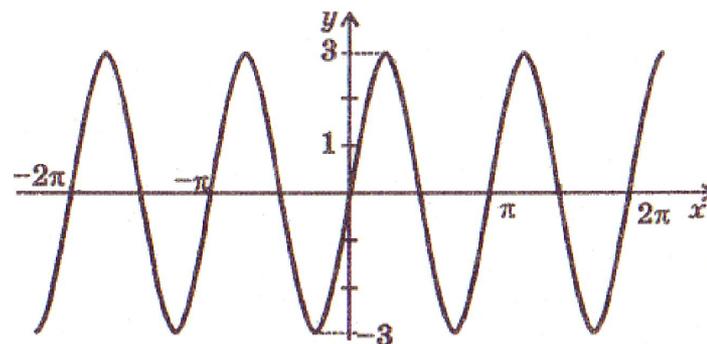
$$y = \sin 2x$$



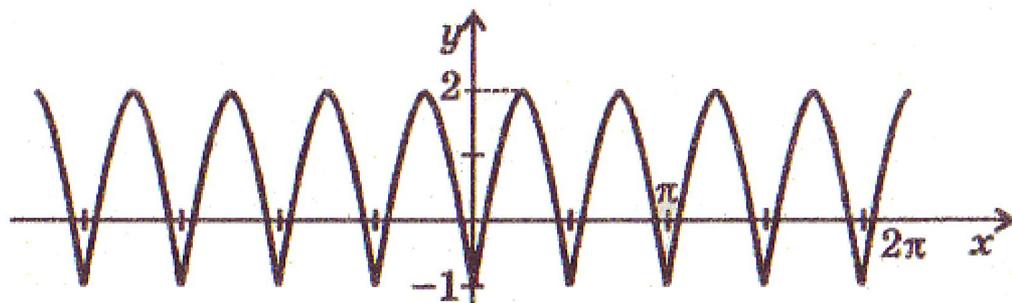
$$y = |3\sin 2x|$$



$$y = 3\sin 2x$$



$$y = |3\sin 2x| - 1$$



Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 5^{x-1} - y = 0 \\ |x-4| + 3 = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5^{x-1} \\ y = |x-4| + 3 \end{cases}$$

В одной системе координат, построим графики функций: а)

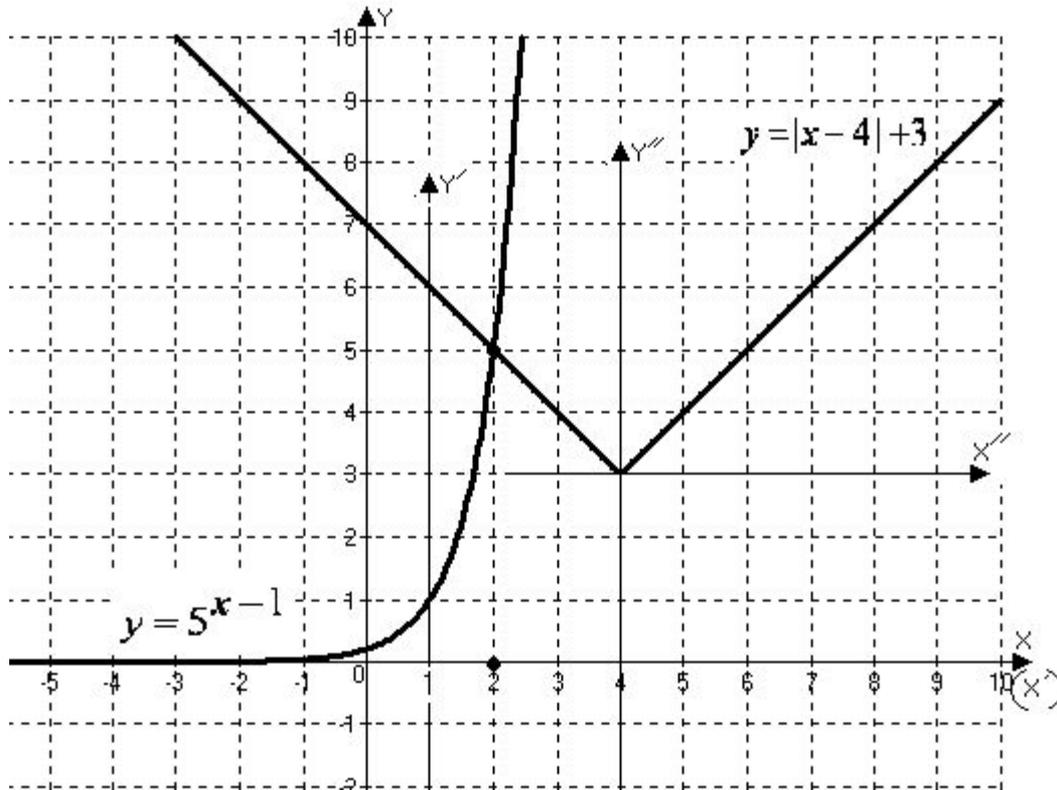
$$y = 5^{x-1}$$

График этой функции получается в результате построения графика $y = 5^x$

$y = 5^x$	X	-1	0	1	2
	Y	0,2	1	5	25

в новой системе координат $x'o'y'$, где $O'(1;0)$

б) $y = |x-4| + 3$ В системе $x''o''y''$ где $O''(4;3)$ построим график $y = |x|$.



Решением системы являются координаты точки пересечения графиков

и
 Пара чисел: $\begin{matrix} y = 5^{x-1} \\ y = |x-4| + 3, \\ x \quad y \\ (2; 5). \end{matrix}$

Проверка:

$$\begin{cases} 5^{2-1} - 5 = 0 \\ |2-4| + 3 = 5 \end{cases} \begin{matrix} \text{(верно)} \\ \text{(верно)} \end{matrix}$$

Ответ: (2;5).

Решить уравнение: $f(g(x)) + g(f(x)) = 32$, если известно, что

$$f(x) = 0,5x^2 - 2x + 12$$

$$g(x) = \begin{cases} 20, & \text{при } x \geq 5 \\ 0,5 \cdot 2^x + \frac{8}{6-x} & \text{при } x < 5. \end{cases}$$

Решение: Преобразуем функцию $f(x)$. $f(x) = 0,5(x^2 - 4x + 4) + 10$

$$f(x) = 0,5(x-2)^2 + 10$$

Так как $0,5(x-2)^2 \geq 0$, то $f(x) \geq 10$

Тогда $g(f(x)) = 20$.

Подставим в уравнение $f(g(x)) + g(f(x)) = 32$, получим $f(g(x)) + 20 = 32$;

$$f(g(x)) = 12$$

Пусть $g(x) = t$, тогда $f(t) = 12$ или

$$0,5t^2 - 2t + 12 = 12 \quad 0,5t^2 - 2t = 0 \quad t^2 - 4t = 0 \quad t(t-4) = 0 \quad t = 0 \text{ или } t = 4$$

Имеем: $g(x) = 0$ или $g(x) = 4$

Так как при $x \geq 5$ $g(x) = 20$, то решения уравнений: $g(x) = 0$ и $g(x) = 4$ будем искать среди $x < 5$.

Тогда: а) Уравнение $g(x) = 0$ примет вид:

$$0,5 \cdot 2^x + \frac{8}{6-x} = 0 \quad | \cdot 2 \Rightarrow 2^x + \frac{16}{6-x} = 0$$

Так как $x < 5$, то $6-x > 0$

$$\frac{16}{6-x} > 0 \Rightarrow 2^x + \frac{16}{6-x} > 0$$

Вывод: уравнение $g(x) = 0$ не имеет корней.

б) уравнение $g(x) = 4$ примет вид:

$$0,5 \cdot 2^x + \frac{8}{6-x} = 4 \Rightarrow \frac{1}{2} 2^x = 4 - \frac{8}{6-x} \Rightarrow 2^{x-1} = \frac{8}{x-6} + 4$$

В одной системе координат построим графики функций

$$y = 2^{x-1} \quad y = \frac{8}{x-6} + 4$$

a) $y = 2^{x-1}$

График данной функции получается построением графика $y = 2^x$

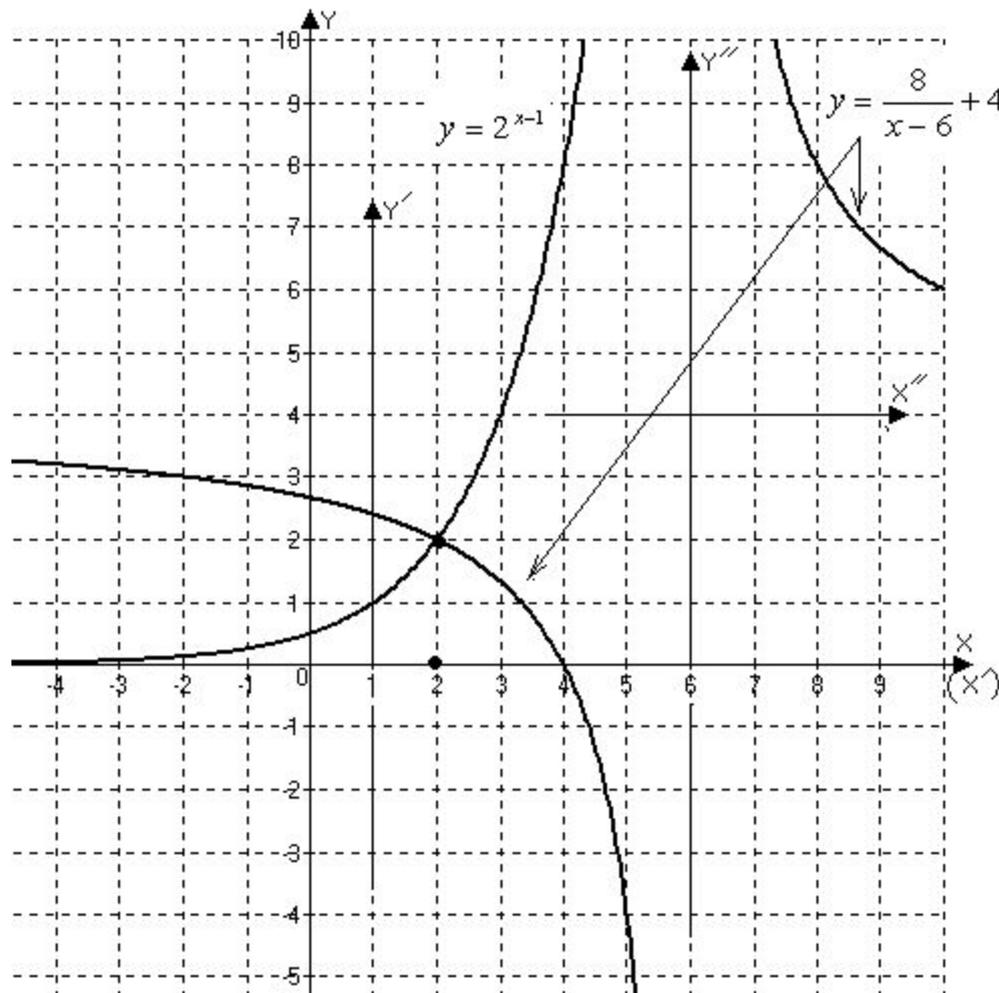
В системе $x'o'y'$, где $o'(1;0)$.

X	-1	0	1	2	3
Y	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8

б) $y = \frac{8}{x-6} + 4$

В системе $x''o''y''$ где $o''(6;4)$ построим график функции

$y = \frac{8}{x}$
($x \neq 0$)



X	-8	-4	-2	-1	1	2	4	8
Y	-1	-2	-4	-8	8	4	2	1

Условию $x < 5$ удовлетворяет абсцисса общей точки графиков $x = 2$.
Ответ: 2.